

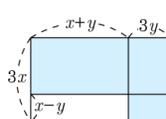
1. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x+1$ 이고, 나머지가 $-6x+2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

- ① $x^2 + 2x + 2$ ② $x^2 + x + 2$ ③ $x^2 - x + 2$
④ $x^2 - 2x + 2$ ⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$$\begin{aligned} A &= B(2x+1) - 6x+2 \text{ 에서} \\ B(2x+1) &= 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2 \\ \therefore B &= (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x+1) \\ &= x^2 + 2x + 2 \end{aligned}$$

2. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, y^2 항의 계수는?



- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (x+4y)(3x) - (x+y)(x-y) \\ &= 3x^2 + 12xy - x^2 + y^2 \\ &= 2x^2 + 12xy + y^2 \end{aligned}$$

3. 등식 $x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + c(x-1)^2$ 이 x 에 관한 항등식일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x-1) + c(x-1)^2$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 2 = a \dots\dots ①$$

$$x = 0 \text{을 대입하면 } 3 = a - b + c \dots\dots ②$$

$$x = 2 \text{를 대입하면 } 3 = a + b + c \dots\dots ③$$

①을 ②, ③에 대입하여 정리하면

$$b - c = -1, b + c = 1$$

두 식을 연립하면 $b = 0, c = 1$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 4 + 0 + 1 = 5$$

4. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은 k 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면 $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

5. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 $x - 2$, $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -8 ② -2 ③ -16 ④ 4 ⑤ 2

해설

$$f(x) = (x-2)Q(x) + a$$

$$f(x) = (x-1)Q'(x) + b$$

$$f(2) = 4 = a, f(1) = -2 = b$$

$$\therefore a + b = 2$$

6. 다음 식 중에서 옳지 않은 것을 고르면?

① $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

② $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

③ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

④ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

⑤ $(a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) = a^4 - a^2 + 1$

해설

$$\begin{aligned} \text{⑤ } (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1) &= (a^2 + 1)^2 - a^2 \\ &= a^4 + a^2 + 1 \end{aligned}$$

7. 두 다항식 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$, $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a , b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

- ① -21 ② -15 ③ -5 ④ -1 ⑤ 0

해설

$(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^4 항의 계수는 x^3 의 계수와는 관계가 없다.
따라서 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는 같다.
 $\therefore a = b \quad \therefore a - b = 0$

8. 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지가 $4x+3$ 일 때 $f(2x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는?

① -1 ② 0 ③ 3 ④ 7 ⑤ 11

해설

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + 4x + 3$$

$$x=2 \text{를 대입하면 } f(2) = 11$$

$f(2x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지를 R 이라 하면

$$f(2x) = (x-1)Q'(x) + R$$

$$x=1 \text{을 대입하면 } f(2) = R$$

$$\therefore R = 11$$

9. $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$ 를 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x^2+cx+d)$ 이다. $a+b+c-d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$\begin{aligned}x^2 + x &= A \text{로 치환하면} \\(x-3)(x-1)(x+2)(x+4) + 24 \\&= \{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\} + 24 \\&= (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 12) + 24 \\&= (A-2)(A-12) + 24 \\&= A^2 - 14A + 48 = (A-6)(A-8) \\&= (x^2 + x - 6)(x^2 + x - 8) \\&= (x-2)(x+3)(x^2 + x - 8) \\ \therefore a+b+c-d &= -2+3+1-(-8) = 10\end{aligned}$$

10. 사차방정식 $x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2$ 을 인수분해 했을 때 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x + 2$

④ $(x - 1)^2$

⑤ $(x + 1)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 1 & 1 & 1 & -3 & -1 & 2 \\ & & & 1 & 2 & -1 & -2 \\ \hline 1 & 1 & 2 & -1 & -2 & 0 \\ & & & 1 & 3 & 2 \\ \hline -1 & 1 & 3 & 2 & 0 \\ & & & -1 & -2 \\ \hline -2 & 1 & 2 & 0 \\ & & & -2 \\ \hline & 1 & 0 \end{array}$$

$$x^4 + x^3 - 3x^2 - x + 2 = (x - 1)^2(x + 1)(x + 2)$$

11. 실수 x 가 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 을 만족할 때, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값을 구하면?

- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

준식의 양변을 x 로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 3^3 - 3 \times 3 = 18 \end{aligned}$$

12. $a-b=1+i$, $b-c=1-i$ 일 때, $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} a-b &= 1+i \dots\dots\text{㉠} \\ b-c &= 1-i \dots\dots\text{㉡} \\ \text{㉠}+\text{㉡}\text{을 계산하면 } a-c &= 2 \\ a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca & \\ &= \frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\} \\ &= \frac{1}{2}\{(1+i)^2+(1-i)^2+(-2)^2\} \\ &= \frac{1}{2}\{1+2i-1+1-2i-1+4\} \\ &= 2 \end{aligned}$$

13. 두 다항식 $A = x^3 + x^2 + ax - 2$, $B = x^3 - x^2 - ax + 4$ 의 최대공약수가 일차식일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

최대공약수를 $x - \alpha$ 라 하자.
나머지정리에 의해 $\alpha^3 + \alpha^2 + a\alpha - 2 = 0$
 $\alpha^3 - \alpha^2 - a\alpha + 4 = 0$
두 식을 더하면 $2\alpha^3 = -2$, $\alpha = -1$
이제 $\alpha = -1$ 을 다시 A 식에 대입하면
 $-1 + (-1)^2 - a - 2 = 0 \therefore a = -2$

14. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$, x^2-4x+5 , $(x-1)(x^2-4x+5)$ 로 나누면 나머지가 각각 4 , $px+q$, $(x-r)^2$ 이 될 때, pqr 의 값은? (단, $r > 0$)

- ① -24 ② -36 ③ 20 ④ 18 ⑤ 14

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-4x+5)Q(x) + px+q \cdots \textcircled{1} \\ &= (x-1)(x^2-4x+5)Q'(x) + (x-r)^2 \cdots \textcircled{2} \\ &= (x-1)(x^2-4x+5)Q'(x) + (x^2-4x+5) + px+q \cdots \textcircled{3} \\ f(1) &= 4 \text{ 이므로 } \textcircled{2} \text{에서 } f(1) = (1-r)^2 = 4 \\ r > 0 \text{ 이므로 } r &= 3 \\ \textcircled{2}, \textcircled{3} \text{을 비교해 보면} \\ (x-r)^2 &= (x^2-4x+5) + px+q \\ r=3 \text{ 을 대입하면} \\ (x-3)^2 &= x^2 + (p-4)x + (q+5) \\ \therefore p-4 &= -6, q+5 = 9 \\ \therefore p &= -2, q = 4 \\ \therefore pqr &= -24 \end{aligned}$$

15. 두 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 1$ 과 $x^3 + bx^2 + ax + 1$ 의 최대공약수가 일차식일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$A(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$, $B(x) = x^3 + bx^2 + ax + 1$ 로 놓으면

$A(x) - B(x)$

$$= (x^3 + ax^2 + bx + 1) - (x^3 + bx^2 + ax + 1)$$

$$= (a - b)x(x - 1)$$

$A(x)$, $B(x)$ 의 최고차항의 계수가 1이므로 최대공약수는 x 이거나 $x - 1$ 이 될 수 있지만 두 다항식의 상수항이 1이므로 최대공약수는 $x - 1$ 이다.

따라서 다항식 $A(x)$ 는 $x - 1$ 을 인수로 가지므로 나머지정리에 의하여

$$A(1) = 1 + a + b + 1 = 0$$

$$\therefore a + b = -2$$