

1. 점 $(a, 1)$ 을 중심으로 하고 점 $(0, -3)$ 을 지나는 원의 반지름의 길이가 5 일 때, 양수 a 의 값은?

① 2

② $2\sqrt{2}$

③ 3

④ $2\sqrt{3}$

⑤ 4

해설

점 $(a, 1)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 5 인
원의 방정식은 $\therefore (x - a)^2 + (y - 1)^2 = 5^2$
이 점 $(0, -3)$ 을 지나므로 $(0 - a)^2 + (-3 - 1)^2 = 25$
 $a^2 = 9 \quad \therefore a = 3, (\because a > 0)$

2. 중심이 점 $(1, 2)$ 이고, 반지름의 길이가 2 인 원의 방정식을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$

해설

원 위의 한 점을 $P(x, y)$ 라 하면
중심 $C(1, 2)$, 반지름 $r = 2$ 이므로
 $\overline{CP} = \sqrt{(x - 1)^2 + (y - 2)^2} = 2$
제곱하여 정리하면,
 $\therefore (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$

3. 중심이 점 $(-1, -2)$ 이고, 반지름의 길이가 4 인 원의 방정식은?

▶ 답 :

▷ 정답 : $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$

해설

원 위의 한 점을 $P(x, y)$ 라 하면
중심 $C(-1, -2)$, 반지름 $r = 4$ 이므로
 $\overline{CP} = \sqrt{(x + 1)^2 + (y + 2)^2} = 4$
제곱하여 정리하면,
 $\therefore (x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$

4. 원점을 중심으로 하고, 점 (3, -4)를 지나는 원의 방정식을 구하면?

- ① $x^2 + 2y^2 = 41$ ② $2x^2 + y^2 = 34$ ③ $x^2 + y^2 = 25$
④ $x^2 + y^2 = 16$ ⑤ $x^2 + y^2 = 9$

해설

구하는 원의 반지름을 r 이라 하면

$$x^2 + y^2 = r^2 \dots\dots \textcircled{1}$$

① 이 점 (3, -4) 를 지나므로

$$3^2 + (-4)^2 = r^2 \quad \therefore r^2 = 25$$

이 때, ①은 $x^2 + y^2 = 25$

5. 두 점 A(-3, 4), B(1, -2) 를 지름의 양끝으로 하는 원의 방정식을 구하면?

① $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 13$ ② $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 13$

③ $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 10$ ④ $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 10$

⑤ $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 9$

해설

A(-3, 4), B(1, -2)가 지름의 양 끝점이므로
 $\overline{AB}$ 의 중점이 원의 중심 O(-1, 1) 이고,

$$\frac{1}{2}\overline{AB} = \overline{OA} = \overline{OB} = r$$

$$\text{반지름 } r = \overline{OA} = \sqrt{(-3+1)^2 + (4-1)^2}$$

$$= \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

$$\therefore \text{원의 방정식은 } (x+1)^2 + (y-1)^2 = 13$$

6. 원 $x^2 + y^2 + 4x - 10y + 28 = 0$ 의 중심과 점 $(4, -1)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식을 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 이라고 할 때, $a + b + r^2$ 의 값은?

① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

해설

$x^2 + y^2 + 4x - 10y + 28 = 0$
 $\Rightarrow (x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 1$
 $\therefore$ 구하는 원은 $(-2, 5)$ 와 $(4, -1)$ 을 지름의 양 끝으로 하는 원이다.
이 원은 중심이 $\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{5-1}{2}\right) = (1, 2)$
반지름이 $\frac{1}{2}\sqrt{(4+2)^2 + (-1-5)^2} = 3\sqrt{2}$
이므로 원의 방정식은
 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18$
 $\therefore a = 1, b = 2, r^2 = 18$
 $\therefore a + b + r^2 = 21$

7. 지름의 양 끝점이 (3, 0), (5, 2)인 원의 방정식이 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r$ 이다. $a + b + r$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

지름의 양 끝점의 중점의 원의 중심이므로,
중심의 좌표는 (4, 1)이다.
(지름의 길이) $= \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ 에서
반지름의 길이는 $\sqrt{2}$
따라서, 구하는 원의 방정식은
 $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 2$

8. 두 점 A(-5, 1), B(3, 7) 을 지름의 양끝으로 하는 원의 중심을 (a, b) , 반지름의 길이를 r 이라 할 때, $a + b + r$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

A(-5, 1) B(3, 7) 이 지름의 양끝이므로

$\overline{AB}$ 의 중점은 중심의 좌표와 같다.

중점

$$M = \left(\frac{-5+3}{2}, \frac{1+7}{2} \right) = (-1, 4) = (a, b)$$

반지름

$$r = \sqrt{(-5+1)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore a + b + r = -1 + 4 + 5 = 8$$

9. 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4ay + b = 0$ 이 점 $(-3, 4)$ 를 지나고, x 축에 접하도록 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 + y^2 - 2x - 4ay + b = 0$
이 점 $(-3, 4)$ 를 지나므로
 $9 + 16 + 6 - 16a + b = 0$
 $\therefore 16a - b = 31 \dots\dots\textcircled{\tiny{A}}$
 $x^2 + y^2 - 2x - 4ay + b = 0$ 은
 $(x - 1)^2 + (y - 2a)^2 = 4a^2 - b + 1$ 이고
원이 x 축에 접하므로
 $2a = \sqrt{4a^2 - b + 1}, 4a^2 = 4a^2 - b + 1$
 $\therefore b = 1 \dots\dots\textcircled{\tiny{B}}$
 $\textcircled{\tiny{A}}$ 을 $\textcircled{\tiny{B}}$ 에 대입하면 $16a - 1 = 31$
 $\therefore a = 2 \qquad \therefore a + b = 2 + 1 = 3$

10. 방정식 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 으로 나타내어지는 원이 y 축에 접할 조건은? (단, a, b, c 는 모두 0 이 아니다.)

- ① $b^2 - 4c = 0$ ② $b^2 + 4c = 0$
③ $a^2 - 4c = 0$ ④ $a^2 + b^2 - 4c = 0$
⑤ $a^2 + b^2 + 4c = 0$

해설

주어진 방정식과 y 축과의 교점을 구하려면,
주어진 방정식에 $x = 0$ 을 대입하면 되므로
 $y^2 + by + c = 0 \dots\dots \textcircled{1}$
원이 y 축과 접하려면 $\textcircled{1}$ 의
식이 중근을 가져야 하므로 판별식 $D = 0$
 $\therefore D = b^2 - 4c = 0$

11. 중심이 (2, 3) 이고 y 축에 접하는 원의 방정식은?

- ① $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$ ② $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$
③ $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 4$ ④ $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 9$
⑤ $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 5$

해설

중심이 (2,3) 일 때 y 축에 접해야 하므로
반지름의 길이는 2 이다.

12. 점 $(2, 1)$, $(4, -1)$ 을 지나고, y 축에 접하는 두 개의 원 중 큰 원의 반지름의 길이는?

① 10 ② 8 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

해설

중심의 좌표를 (a, b) 라 하면

y 축에 접하므로 반지름의 길이 r 는

$r = |a|$ 이다.

$$\therefore (x-a)^2 + (y-b)^2 = a^2 \dots\dots\dots \textcircled{A}$$

①이 점 $(2, 1)$ 을 지나므로

$$(2-a)^2 + (1-b)^2 = a^2$$

$$\therefore b^2 - 4a - 2b + 5 = 0 \dots\dots\dots \textcircled{B}$$

①이 점 $(4, -1)$ 을 지나므로

$$(4-a)^2 + (-1-b)^2 = a^2$$

$$b^2 - 8a + 2b + 17 = 0 \dots\dots\dots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{B} \times 2 - \textcircled{C} \text{에서 } b^2 - 6b - 7 = 0, (b+1)(b-7) = 0$$

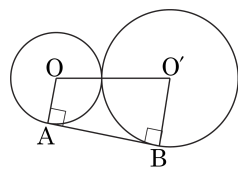
$$\therefore b = -1, 7$$

이때, $\textcircled{B}$ 에서 $b = -1$ 이면 $a = 2$, $b = 7$ 이면 $a = 10$

$$\therefore r = 2 \text{ 또는 } 10$$

따라서 큰 원의 반지름의 길이는 10 이다.

13. 다음 그림의 두 원 O 와 O' 에서 공통 접선 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하면?
(단, $\overline{OO'} = 5\text{ cm}$, $\overline{OA} = 2\text{ cm}$, $\overline{O'B} = 3\text{ cm}$ 이다.)



- ① $\sqrt{6}\text{ cm}$ ② $2\sqrt{5}\text{ cm}$ ③ $2\sqrt{6}\text{ cm}$
 ④ $\sqrt{5}\text{ cm}$ ⑤ $3\sqrt{5}\text{ cm}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{5^2 - (3 - 2)^2} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$$

14. 반지름의 길이가 각각 4 cm, 9 cm 인 두 원이 외접할 때, 공통외접선의 길이는?

① 8 cm ② 10 cm ③ 11 cm ④ 12 cm ⑤ 14 cm

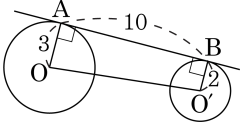
해설

두 원이 외접하므로 중심 간의 거리는

13 cm 이다.

공통외접선의 길이는 $\sqrt{13^2 - (9 - 4)^2} = 12$

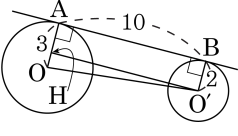
15. 다음 그림의 두 원 O, O' 에서 공통접선 AB 의 길이가 10 이고, 두 원의 반지름의 길이가 각각 3, 2 일 때, 두 원의 중심거리는?



- ① $\sqrt{101}$ ② $\sqrt{103}$ ③ $\sqrt{105}$ ④ $\sqrt{106}$ ⑤ $\sqrt{107}$

해설

중심 O' 에서 선분 AO 에 내린
수선의 발을 H 라 하면,
직각삼각형 $OO'H$ 에서
 $OO' = \sqrt{10^2 + (3-2)^2} = \sqrt{101}$

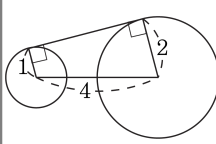


16. 두 원 $x^2 + y^2 = 1$, $(x-4)^2 + y^2 = 4$ 의 공통외접선의 길이를 구하면?

- ① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{15}$ ③ 0 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 5

해설

두 원의 중심간 거리는 4이다.
피타고라스의 정리에 의해 공통외접선의
길이를 구하면
 $\sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15}$ 이다.



17. 다음 원 $x^2 + y^2 = 9$ 와 직선 $y = x + 5$ 의 교점의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 0개

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리를 구해보면,

$$\frac{|5|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} > 3$$

반지름보다 크므로 원과 직선은 만나지 않는다.

18. 원 $x^2 + y^2 = 8$ 과 직선 $y = x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-2 < k < 2$ ② $0 < k < 4$ ③ $-4 < k < 0$
④ $-2 < k < 0$ ⑤ $-4 < k < 4$

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리 d 를 구하면

$$d = \frac{|0 + 0 + k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{2}}$$

이 때, 원의 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 이므로

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 $d < r$ 이고

$$\frac{|k|}{\sqrt{2}} < 2\sqrt{2} \quad \therefore -4 < k < 4$$

19. 원 $x^2 + y^2 = 4$ 과 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만날 때, k 의 값의 범위는?

① $-2\sqrt{5} < k < 2\sqrt{5}$

② $-3\sqrt{5} < k < 3\sqrt{5}$

③ $-4\sqrt{5} < k < 4\sqrt{5}$

④ $k < -\sqrt{5}$ 또는 $k > \sqrt{5}$

⑤ $k < -2\sqrt{5}$ 또는 $k > 2\sqrt{5}$

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리 d 는

$$d = \frac{|0 + 0 + k|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{5}}$$

이 때, 원의 반지름의 길이가 2 이므로

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\frac{|k|}{\sqrt{5}} < 2 \quad \therefore -2\sqrt{5} < k < 2\sqrt{5}$$

20. 점 A(-2, 3) 에서 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 에 그은 접선의 접점을 B라 할 때, AB의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$
$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2$$
원의 중심은 (1, -2), 반지름은 3 이므로
$$AB = \sqrt{(3^2 + (-5)^2) - 3^2} = 5$$

21. 원 $x^2 + y^2 = 13$ 위의 점 $(2, 3)$ 에서의 접선의 방정식은 $ax + by = 13$ 이다. $a + b$ 의 값은?

① -13 ② -1 ③ 0 ④ 4 ⑤ 5

해설

접점이 주어졌을 때 접선의 방정식 구하는 공식

$x_1x + y_1y = r^2$ 을 이용하면,

$2x + 3y = 13$ $a = 2, b = 3$ $\therefore a + b = 5$

22. 원 $x^2 + y^2 = 10$ 위의 점 $(1, -3)$ 에서 원에 그은 접선의 x 절편은?

- ① -10 ② $-\frac{10}{3}$ ③ -1 ④ 10 ⑤ $\frac{10}{3}$

해설

점 $(1, -3)$ 에서 그은 접선의 방정식은

$$1x - 3y = 10$$

x 절편은 $y = 0$ 일 때의 x 좌표이므로 $x = 10$

23. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 A(1,2)에서 그은 접선의 방정식은?

① $-2x + y + 5 = 0$

② $-2x + y - 3 = 0$

③ $x - y + 5 = 0$

④ $x + 2y + 5 = 0$

⑤ $x + 2y - 5 = 0$

해설

접점이 주어졌을 때 접선의 방정식 구하는 공식

$x_1x + y_1y = r^2$ 을 이용하면,

$$1 \cdot x + 2 \cdot y = 5 \quad \therefore x + 2y - 5 = 0$$

24. 원 $x^2 + y^2 = 13$ 위의 점 $(2, 3)$ 에서의 접선의 방정식을 구하면?

① $2x + 3y + 13 = 0$

② $2x + 3y - 13 = 0$

③ $3x + 2y + 13 = 0$

④ $3x + 2y - 13 = 0$

⑤ $3x - 2y - 13 = 0$

해설

$(2, 3)$ 이 원 위의 점이므로

$$2 \cdot x + 3 \cdot y = 13$$

$$\therefore 2x + 3y - 13 = 0$$

25. 점 P를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 점의 좌표를 $(3, -5)$ 라 할 때, 점 P의 좌표는?

① $(0, -3)$

② $(-3, 0)$

③ $(6, -7)$

④ $(-7, 6)$

⑤ $(-6, 7)$

해설

$P(a, b)$ 를 조건에 의하여 이동하면 $(a + 3, b - 2) = (3, -5)$
따라서 $a = 0, b = -3$

26. 점 $(1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 점의 좌표는?

① $(-1, -1)$

② $(-1, -3)$

③ $(3, -1)$

④ $(3, -3)$

⑤ $(3, 5)$

해설

$(x, y) \rightarrow (x+2, y-1)$ 이므로

$(1, -2) \rightarrow (1+2, -2-1) = (3, -3)$

27. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x-1, y+3)$ 에 의하여 점 $(3, 1)$ 은 어떤 점으로 옮겨지는가?

㉠ $(2, 4)$

㉡ $(4, 2)$

㉢ $(2, -4)$

㉣ $(-2, 4)$

㉤ $(4, -2)$

해설

f 는 x 축의 방향으로 -1 , y 축의 방향으로 $+3$ 만큼 평행이동하는 변환이므로 $(3-1, 1+3) = (2, 4)$ 로 옮겨진다.

28. 점 $(-3, 1)$ 을 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 점의 좌표는?

㉠ $(-1, -2)$

㉡ $(-5, 4)$

㉢ $(-1, 4)$

㉣ $(-5, -2)$

㉤ $(-1, -4)$

해설

$(-3, 1) \rightarrow (x + 2, y - 3)$ 이므로 $(-3 + 2, 1 - 3) = (-1, -2)$

29. 다음 원과 직선의 교점의 개수를 구하여라.

$x^2 + y^2 = 4, \quad y = x + 3$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 0 개

해설

원의 중심 $(0, 0)$ 에서 직선 $y = x + 3$ 까지의 거리를 d 라 하면,

$$d = \frac{|3|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{이때, } d = \frac{3\sqrt{2}}{2} > 2 = r$$

이므로 원과 직선은 만나지 않는다.

∴ 교점의 개수 : 0 개

30. 직선 $3x + 4y + k = 0$ 이 원 $x^2 + y^2 = 4$ 와 서로 만나지 않을 때, 실수 k 값의 범위는?

① $k = -10$

② $k = 10$

③ $-10 < k < 10$

④ $k < -10$ 또는 $k > 10$

⑤ $k > 10$

해설

직선 $3x + 4y + k = 0$ 에서 원의 중심 $(0, 0)$ 까지의 거리를 d 라 하면

$$d = \frac{|k|}{5} \text{이다.}$$

원과 직선이 만나지 않을 때, $d > r$ 이므로

$$\frac{|k|}{5} > 2$$

$$\therefore k < -10 \text{ 또는 } k > 10$$

31. 직선 $y = mx + 5$ 가 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 서로 만나지 않을 때, 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

① $-2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{6} < m < 2\sqrt{6}$

③ $-2 < m < 2$

④ $-2\sqrt{3} < m < 2\sqrt{3}$

⑤ $-4 < m < 4$

해설

직선 $y = mx + 5$ 가 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과
서로 만나지 않으므로, 원의 중심 $(0, 0)$ 에서
직선까지의 거리가 반지름의 길이 1보다 커야 한다.

$$\frac{5}{\sqrt{m^2 + (-1)^2}} > 1$$

$\therefore \sqrt{m^2 + 1} < 5$ 양변을 제곱하여 정리하면

$$m^2 + 1 - 25 < 0, \quad m^2 - 24 < 0$$

$$(m - 2\sqrt{6})(m + 2\sqrt{6}) < 0$$

$$\therefore -2\sqrt{6} < m < 2\sqrt{6}$$

32. 원 $x^2 + y^2 = k$ 와 직선 $y = -x + 1$ 이 만나지 않기 위한 실수 k 의 값의 범위는? (단, $k > 0$)

- ① $0 < k < \frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2} < k < 1$ ③ $1 < k < \frac{3}{2}$
④ $\frac{3}{2} < k < 2$ ⑤ $k > 2$

해설

원과 직선이 만나지 않으려면 원의 중심과
직선 사이의 거리 d 와 반지름의 길이
 r 에 대하여 $d > r$ 이어야 한다.

$$d = \frac{|-1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} > \sqrt{k} \text{ (단, } k > 0 \text{)}$$

$$\therefore 0 < k < \frac{1}{2}$$

33. 원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 접하고 직선 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 에 수직인 직선의 y 절편은?

① $\pm \sqrt{2}$

② $\pm \sqrt{3}$

③ $\pm \sqrt{5}$

④ $\pm 2\sqrt{3}$

⑤ $\pm 2\sqrt{5}$

해설

직선 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 에 수직인 직선의 기울기는 -2

원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 접하는 기울기가 -2 인

직선의 방정식은 $y = -2x \pm 2\sqrt{(-2)^2 + 1}$

$\therefore y = -2x \pm 2\sqrt{5}$

따라서 구하는 직선의 y 절편은 $\pm 2\sqrt{5}$

34. 직선 $3x - y - 1 = 0$ 에 평행하고 원 $x^2 + y^2 = 10$ 에 접하는 접선의 방정식을 $y = mx \pm n$ 이라고 할 때, mn 의 값은?

① $3\sqrt{10}$

② $-3\sqrt{10}$

③ 30

④ -30

⑤ $\frac{10}{3}$

해설

접선이 직선 $3x - y - 1 = 0$, 즉 $y = 3x - 1$ 에 평행하므로 접선의 기울기는 3이다.

공식을 이용하면 접선의 방정식은

$$y = 3x \pm \sqrt{10}\sqrt{1+3^2}, y = 3x \pm 10 \text{ 이므로}$$

$$m = 3, n = 10 \therefore mn = 30$$

35. 직선 $y = 2x$ 에 평행하고 원 $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 10 = 0$ 에 접하는 접선의 방정식을 구하면?
- ① $y = x + 1$ 또는 $y = 2x - 11$
② $y = 2x + 2$ 또는 $y = 4x - 4$
③ $y = 2x + 5$ 또는 $y = 2x - 15$
④ $y = 3x + 6$ 또는 $y = 7x - 19$
⑤ $y = 6x + 3$ 또는 $y = 3x - 5$

해설

구하는 접선이 직선 $y = 2x$ 에 평행하므로
 $y = 2x + b \cdots \cdots \textcircled{1}$ 로 놓을 수 있다.
이 때, $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 10 = 0$ 에서
 $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 20$ 이므로
중심이 $(1, -3)$, 반지름의 길이가 $\sqrt{20}$ 인 원이다.
따라서, 원의 중심 $(1, -3)$ 에서 직선 $y = 2x + b$,
즉 $2x - y + b = 0$ 까지의 거리가 반지름의 길이와 같으므로
$$\frac{|2 + 3 + b|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \sqrt{20}$$
 $|b + 5| = 10, b + 5 = \pm 10$ $\therefore b = 5$ 또는 $b = -15$
이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 구하는 접선의 방정식은
 $y = 2x + 5$ 또는 $y = 2x - 15$

해설

$\textcircled{1}$ 을 원의 방정식에 대입하면
 $x^2 + (2x + b)^2 - 2x + 6(2x + b) - 10 = 0$
 $5x^2 + 2(5 + 2b)x + b^2 + 6b - 10 = 0$
이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면
$$\frac{D}{4} = (5 + 2b)^2 - 5(b^2 + 6b - 10) = 0$$
 $b^2 + 10b - 75 = 0, (b - 5)(b + 15) = 0$ $\therefore b = 5$ 또는 $b = -15$ 이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
구하는 접선의 방정식은
 $y = 2x + 5$ 또는 $y = 2x - 15$

36. 기울기가 $\sqrt{3}$ 이고 원 $x^2 + y^2 = 16$ 에 접하는 직선으로 제 4 사분면을 지나는 것은?

- ① $y = \sqrt{3}x - 9$ ② $y = \sqrt{3}x - 8$ ③ $y = \sqrt{3}x - 5$
④ $y = \sqrt{3}x + 8$ ⑤ $y = \sqrt{3}x + 9$

해설

구하는 접선의 방정식은 $m = \sqrt{3}$, $r = 4$ 이므로

$$y = \sqrt{3}x \pm 4\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1} = \sqrt{3}x \pm 8$$

두 직선 중 제4 사분면을 지나는 것은

$$\textcircled{2} \ y = \sqrt{3}x - 8$$

37. (1, 2)에서 원 $x^2+y^2=1$ 에 그은 접선 중 y 축에 평행하지 않는 직선의 방정식은?

① $3x+4y+5=0$

② $3x+4y-5=0$

③ $3x-4y+5=0$

④ $3x-4y-5=0$

⑤ $3x+y+1=0$

해설

점(1,2)를 지나는 접선의 기울기를 m 이라 하면

$$y=m(x-1)+2 \cdots \textcircled{1}$$

①과 원 중심사이 거리는 반지름과 같으므로

$$\frac{|-m+2|}{\sqrt{m^2+1}}=1$$

$$(m-2)^2=m^2+1$$

$$m=\frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{접선의 방정식은 } y=\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}, 3x-4y+5=0$$

38. 점 $(0, 4)$ 를 지나고 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접하는 직선의 방정식은?

① $y = \pm \sqrt{11}x + 4$

② $y = \pm \sqrt{13}x + 4$

③ $y = \pm \sqrt{14}x + 4$

④ $y = \pm \sqrt{15}x + 4$

⑤ $y = \pm \sqrt{17}x + 4$

해설

접선의 기울기를 m 이라고 하면 점 $(0, 4)$ 를 지나는 접선의 방정식은 $y - 4 = mx$ 즉, $mx - y + 4 = 0$
원의 중심 $(0, 0)$ 로부터 이 직선까지의 거리가 반지름 1과 같아야 하므로

$$\frac{4}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1, 4 = \sqrt{m^2 + 1}$$

양변을 제곱하여 풀면 $m^2 = 15$

$$\therefore m = \pm \sqrt{15}$$

$$\text{따라서 } y = \pm \sqrt{15}x + 4$$

39. 점 $(3, -1)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 5$ 에 그은 접선의 방정식 중 기울기가 음수인 것의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

점 $(3, -1)$ 을 지나고 접선의 기울기를 m 이라고 하면

접선은 $y + 1 = m(x - 3) \cdots \textcircled{1}$

따라서 원의 중심 $(0, 0)$ 에서 직선

$mx - y - 3m - 1 = 0$ 과의 거리가

원의 반지름 $\sqrt{5}$ 와 같다.

$\frac{|-3m - 1|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{5}, |-3m - 1| = \sqrt{5} \sqrt{m^2 + 1}$

양변을 제곱하면

$9m^2 + 6m + 1 = 5m^2 + 5, 4m^2 + 6m - 4 = 0$

따라서, 기울기 $m = \frac{1}{2}, -2$

여기서 기울기가 음수인 -2 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$y = -2x + 5$

따라서 y 절편은 5이다.

40. 다음 점에서 원에 그은 접선의 방정식을 구하여라.

$x^2 + y^2 = 5$, 점 $(-1, 3)$

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 2x + 5$, $x + 2y = 5$

해설

점 $(-1, 3)$ 을 지나고 기울기가 m 인

직선의 방정식은 $y - 3 = m(x + 1)$

$\therefore mx - y + m + 3 = 0$

원의 중심 $(0, 0)$ 에서 직선까지의 거리가

$\sqrt{5}$ 이어야 하므로 $\frac{|m + 3|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{5}$

$\therefore |m + 3| = \sqrt{5}\sqrt{m^2 + 1}$, $4m^2 - 6m - 4 = 0$

$\therefore m = 2, -\frac{1}{2}$

따라서 접선의 방정식은

$y = 2x + 5$, $x + 2y = 5$

41. 좌표평면의 원점을 O라 할 때 곡선 $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$ 위의 점 P에 대하여 선분 OP의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$$

$$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 2^2$$

OP의 최댓값은 원점과 원의 중심 사이의 거리에 원의 반지름의 길이를 더한 것이므로 OP $\sqrt{4^2 + 3^2} + 2 = 7$

42. 원 $x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0$ 위의 점 P에서 직선 $3x - 4y - 24 = 0$ 까지의 거리의 최솟값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y - 4)^2 = 5^2$ 이므로
원의 중심의 좌표는 (0, 4) 이고, 반지름의 길이는 5이다.

그런데 중심 (0, 4) 에서 직선 $3x - 4y - 24 = 0$

까지의 거리를 d 라 하면

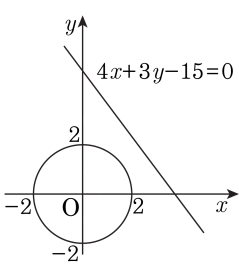
$$d = \frac{|3 \cdot 0 - 4 \cdot 4 - 24|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{40}{5} = 8$$

따라서 구하는 최소 거리는

$$d - (\text{원의 반지름의 길이}) = 8 - 5 = 3$$

43. 다음 그림과 같이 원점이 중심이고 반지름의 길이가 2 인 원이 있다. 직선 $4x+3y-15=0$ 위의 한 점 P 에서 이 원까지의 최단거리는 ?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

직선 위의 한 점 P 에서 원까지의 최단거리는 원점에서 직선까지의 거리에서 원의 반지름의 길이를 뺀 것이다.

$$\begin{aligned} \text{따라서 (최단거리)} &= \frac{|0+0-15|}{\sqrt{4^2+3^2}} - 2 \\ &= \frac{15}{5} - 2 = 3 - 2 = 1 \end{aligned}$$

44. 원 $x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0$ 위의 점 P에서 직선 $3x - 4y - 24 = 0$ 까지의 거리의 최솟값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y - 4)^2 = 5^2 \text{ 이므로}$$

원의 중심은 (0, 4) 이고, 반지름은 5이다.

그런데 중심 (0, 4)에서 직선 $3x - 4y - 24 = 0$ 까지의 거리를 d 라 하면

$$d = \frac{|3 \cdot 0 - 4 \cdot 4 - 24|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{40}{5} = 8$$

따라서 구하는 최소거리는

$$d - (\text{원의 반지름}) = 8 - 5 = 3$$

45. 좌표평면 위의 두 점 A(8, 0), B(0, 6)에 대하여 삼각형 OAB의 외접원의 방정식이 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 일 때, 세 상수 a, b, c 의 곱 abc 의 값을 구하여라. (단, O는 원점)

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$\angle AOB = 90^\circ$ 이므로 선분 AB는 외접원의 지름이다.
 $\overline{AB} = 10$ 이고 원의 중심은 $C(4, 3)$ 이므로 원의 방정식은 $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 5^2$
이 식을 정리하면 $x^2 + y^2 - 8x - 6y = 0$
 $a = -8, b = -6, c = 0$
 $\therefore abc = 0$

46. 지름의 길이가 15 cm 인 원에 내접하며 둘레의 길이가 42 cm 인 직사각형의 두 변의 길이는?

- ① 6 cm, 8 cm ② 6 cm, 10 cm ③ 6 cm, 12 cm
④ 9 cm, 10 cm ⑤ 9 cm, 12 cm

해설

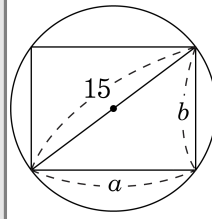
i) $a + b = \frac{42}{2} = 21$

ii) $a^2 + b^2 = 15^2$

i), ii) 를 연립하면, $a^2 + (21 - a)^2 - 225 = 0$

$\Rightarrow a = 12, 9$

$\therefore$ 두 변의 길이는 12 cm, 9 cm



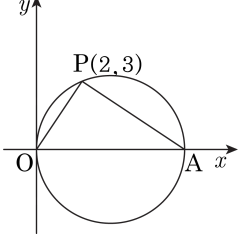
47. 다음 그림과 같이 선분 OA 를 지름으로 하는 원 위에 한 점 P(2, 3) 이 있다. 이 때, 점 A 의 x 좌표를 구하면?

- ① $\frac{9}{2}$

② $\frac{11}{2}$

③ $\frac{13}{2}$
- ④ $\frac{15}{2}$

⑤ $\frac{17}{2}$



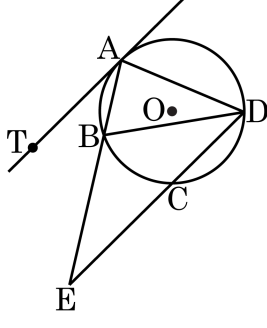
해설

점 A 의 x 좌표를 a 라 하면
삼각형 OAP 가 직각삼각형이므로,
 $a^2 = (2^2 + 3^2) + (a - 2)^2 + 3^2$
 $a^2 = a^2 - 4a + 26$
따라서 $a = \frac{13}{2}$

해설

반원의 원주각은 90° 이므로 $\angle OPA = 90^\circ$
따라서, 직선 OP 와 직선 AP 의 기울기의 곱은 -1 이다.
점 A 좌표를 $(a, 0)$ 이라 하면
 $\frac{3 - 0}{2 - a} \times \frac{3}{2} = -1, 2a - 4 = 9$
따라서 $a = \frac{13}{2}$
A 의 x 좌표는 $\frac{13}{2}$ 이다.

48. 네 개의 점 A, B, C, D가 한 원 O 위에 있고, 직선 AT는 원 O의 접선이며, $\overline{CD} \parallel \overline{TA}$ 이다. 또, 점 E는 직선 CD와 AB가 만나는 점일 때, $\overline{AD}$ 의 길이는? (단, $\overline{AB} = 3, \overline{BE} = 6$)



- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

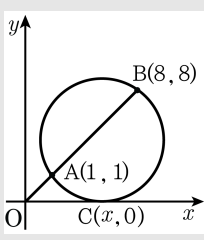
현 AB에 대하여 $\angle BAT = \angle BDA$
 또한, $\overline{ED} \parallel \overline{TA}$ 이므로
 $\angle DEA = \angle EAT$ 이다.
 $\therefore \angle DEA = \angle BDA$ ($\because$ 접선과 현이 이루는 각과 원주각은 같다.)
 따라서 $\triangle EAD \sim \triangle DAB$ (AA 닮음)이므로
 $\overline{AE} : \overline{AD} = \overline{AD} : \overline{AB}$, $9 : x = x : 3$
 $\therefore x^2 = 27$ $\therefore x = 3\sqrt{3}$ ($\because x > 0$)

49. 좌표평면 위의 두 점 (1, 1), (8, 8) 를 지나고 x 축의 양의 부분과 접하는 원 O 의 접점의 x 좌표는 ?

- ① $\frac{5}{2}$
- ② 3
- ③ $\frac{7}{2}$
- ④ $\frac{11}{2}$
- ⑤ 4

해설

다음 그림에서
 $\overline{OC}^2 = \overline{OA} \cdot \overline{OB}$
 $\therefore x^2 = \sqrt{1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{8^2 + 8^2} = 16$
 $\therefore x = 4$

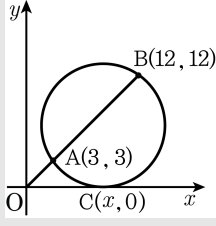


50. 좌표평면 위의 두 점 (3, 3), (12, 12) 를 지나고 x 축의 양의 부분과 접하는 원 O 의 접점의 x 좌표는 ?

- ① $\frac{3}{2}$
- ② 6
- ③ $\frac{5}{2}$
- ④ $6\sqrt{2}$
- ⑤ $\frac{15}{2}$

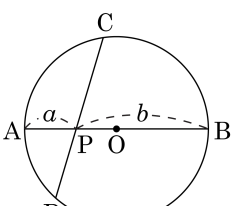
해설

그림에서 $\overline{OC}^2 = \overline{OA} \cdot \overline{OB}$



$x^2 = \sqrt{3^2 + 3^2} \cdot \sqrt{12^2 + 12^2} = 72 \quad x = 6\sqrt{2}$

51. 다음 그림과 같이 원의 지름 AB 위의 임의의 한 점 P를 지나 $\overline{PC}$ 의 길이가 원의 반지름의 길이와 같아지도록 현 CD를 긋는다. $\overline{AP} = a$, $\overline{BP} = b$ 라 할 때, 선분 DP의 길이를 a, b 를 써서 나타내면?



- ① $\frac{a+b}{2}$
 ② $a+b$
 ③ $\sqrt{ab}$
- ④ ab
 ⑤ $\frac{2ab}{a+b}$

해설

$$\overline{CP} = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{a+b}{2} \text{ 이고}$$

$$\overline{AP} \cdot \overline{BP} = \overline{CP} \cdot \overline{DP} \text{ 이므로}$$

$$ab = \frac{a+b}{2} \cdot \overline{DP}$$

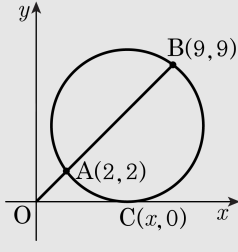
$$\therefore \overline{DP} = \frac{2ab}{a+b}$$

52. 좌표평면 위의 두 점 (2, 2), (9, 9) 를 지나고 x 축의 양의 부분과 접하는 원 O 의 접점의 x 좌표는 ?

- ① $\frac{9}{2}$
- ② 5
- ③ $\frac{11}{2}$
- ④ 6
- ⑤ $\frac{13}{2}$

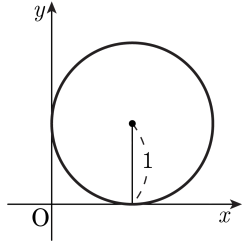
해설

그림에서 $\overline{OC}^2 = \overline{OA} \cdot \overline{OB}$



$$x^2 = \sqrt{2^2 + 2^2} \cdot \sqrt{9^2 + 9^2} = 36 \quad x = 6$$

53. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원이 x 축, y 축에 동시에 접하고 있다. 이 원 위의 점 (x, y) 에 대하여 $\frac{y+2}{x+1}$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{y+2}{x+1} = k$ 라 하면 직선 $y+2 = k(x+1)$ 은

k 값에 관계없이 점 $(-1, -2)$ 를 지난다.

이 때, 기울기 k 는 직선이 원에 접할 때 최댓값과 최솟값을 갖는다.

$$\frac{|k-1+k-2|}{\sqrt{k^2+1}} = 1$$

$$|2k-3| = \sqrt{k^2+1}$$

$$4k^2 - 12k + 9 = k^2 + 1$$

$$3k^2 - 12k + 8 = 0$$

최댓값과 최솟값은 이 방정식의 해이므로

근과 계수와의 관계에 의해 합은 4이다.

54. 곡선 $(x-y+1)+m(x^2+y^2-1)=0$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, m 은 임의의 상수)

- (I) 항상 $(0, 1)$ 과 $(-1, 0)$ 을 지난다.
 (II) $x - y + 1 = 0$ 과 $x^2 + y^2 = 1$ 의 교점을 지나는 모든 원을 표시 할 수 있다.
 (III) 위의 곡선으로 표시 할 수 있는 유일한 직선은 $y = x + 1$ 이다.

- ① I ② II ③ III
- ④ I, II ⑤ I, III

해설

준 직은 $x^2 + y^2 - 1 = 0$ 과 $x - y + 1 = 0$ 의
 교점을 지나는 도형의 방정식이다.
 $m = 0$ 일 때만 $x - y + 1 = 0$ 이 되어
 직선을 나타내며, 그 외에는 항상 원을 나타낸다.
 단, m 의 값이 어떤 실수로 주어져도
 $x^2 + y^2 - 1 = 0$ 인 원은 나타낼 수 없다.

56. 원 $(x-2)^2 + y^2 = 4$ 와 함수 $\sqrt{3}y = |x-2|$ 의 그래프가 만나는 두 점을 A, B 라 하자. 이때, 작은 활꼴 A, B 의 넓이는?

- ① $\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$ ② $\frac{2}{3}\pi + \sqrt{3}$ ③ $2\pi - \sqrt{3}$
 ④ $\frac{4}{3}\pi + \sqrt{3}$ ⑤ $2\pi + \sqrt{3}$

해설

$\sqrt{3}y = |x-2|$ 의 그래프는

$$x < 2 : \sqrt{3}y = -x + 2$$

$$\therefore y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x + \frac{2}{\sqrt{3}}$$

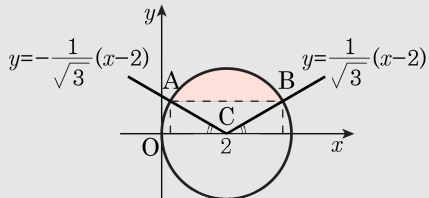
$$x \geq 2 : \sqrt{3}y = x - 2$$

$$\therefore y = \frac{1}{\sqrt{3}}x - \frac{2}{\sqrt{3}}$$

이고 $\angle ACB = \frac{2}{3}\pi$ 이므로

색칠된 부분의 넓이 S 는

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \times 2^2 \times \frac{2}{3}\pi - \frac{1}{2} \times 2^2 \times \sin \frac{2}{3}\pi \\ &= \frac{4}{3}\pi - \sqrt{3} \end{aligned}$$



57. 점 (a, b) 를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하였더니 원 $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0$ 의 중심과 일치하였다. 이때, $a + b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

점 (a, b) 를 x 축의 방향으로 1 만큼,
 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 점의 좌표는
 $(a + 1, b - 2)$
이때, 원 $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0$ 에서
 $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$ 이므로
이 원의 중심은 $(-2, 2)$ 이다.
점 $(a + 1, b - 2)$ 와 점 $(-2, 2)$ 가 일치하므로
 $a + 1 = -2, b - 2 = 2$ 에서
 $a = -3, b = 4 \quad \therefore a + b = 1$

58. 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여 점 A (1, 2) 가 점 B 로 옮겨질 때, $AB = 4\sqrt{2}$ 이고 점 B 에서 직선 $x + y - 3 = 0$ 에 이르는 거리가 $3\sqrt{2}$ 이다. 이때, mn 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

점 A (1, 2)를 x 축 방향으로 m 만큼,
 y 축 방향으로 n 만큼 평행이동한 점 B 는
 $B(1 + m, 2 + n)$ 이고,
선분 AB 의 길이가 $4\sqrt{2}$ 이므로
 $\sqrt{m^2 + n^2} = 4\sqrt{2} \quad \therefore m^2 + n^2 = 32$
또한, 점 B 에서 직선 $x + y - 3 = 0$ 에
이르는 거리가 $3\sqrt{2}$ 이므로
 $\frac{|1 + m + 2 + n - 3|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 3\sqrt{2}$
 $\therefore |m + n| = 6$
이 식의 양변을 제곱하면
 $m^2 + 2mn + n^2 = 36$
이 때, $m^2 + n^2 = 32$ 이므로
 $2mn = 36 - 32 = 4 \quad \therefore mn = 2$

59. 직선 $y = ax + b$ 를 평행 이동 $g : (x, y) \rightarrow (x + 2, y - 3)$ 에 의하여 이동하였더니, 직선 $y = 3x + 4$ 와 y 축 위의 점에서 직교하였다. $a + b$ 의 값은 ?

- ① 6 ② $\frac{19}{3}$ ③ $\frac{20}{3}$ ④ 7 ⑤ 8

해설

직선이 g 에 의하여 평행이동하면

$$y + 3 = a(x - 2) + b \text{에서 } y = ax - 2a + b - 3 \cdots \textcircled{1}$$

① 이 직선 $y = 3x + 4$ 와 y 축 위의 점에서

직교하므로 $3a = -1$

$$\therefore a = -\frac{1}{3}$$

또, y 축 위에서 직교하므로 y 절편이 같다.

$$-2a + b - 3 = 4 \text{에서 } \frac{2}{3} + b - 3 = 4$$

$$\therefore b = 4 + \frac{7}{3} = \frac{19}{3}$$

$$\therefore a + b = \frac{18}{3} = 6$$

60. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + a, y + 4)$ 에 의해 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 이동하였더니 원점에서 원의 중심까지의 거리가 5 가 되었다. 이 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + a, y + 4)$ 는 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동하는 것이므로 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 평행이동하면 원의 중심 $(0, 0)$ 은 $(a, 4)$ 로 옮겨진다. 이 때, 두 점 $(0, 0)$ 과 $(a, 4)$ 의 거리가 5 이므로 $\sqrt{a^2 + 4^2} = 5$ 위의 식의 양변을 제곱하면 $a^2 + 16 = 25, a^2 = 9$ 그런데 $a > 0$ 이므로 $a = 3$

61. 좌표평면 위의 점 (a, b) 를 x 축에 대하여 대칭이동한 후, 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하였더니 제 4 사분면의 점이 되었다.
- 점 $\left(\frac{a}{b}, a + b\right)$ 는 제 몇 사분면에 존재하는가?
- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면
③ 제 3 사분면 ④ 제 4 사분면
⑤ x 축 위의 점이다.

해설

점 (a, b) 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점은 $(a, -b)$ 이고,
이 점을 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점은 $(-b, a)$ 이다.

즉, 점 $(-b, a)$ 가 제4 사분면의 점이므로

$$-b > 0, a < 0 \quad \therefore a < 0, b < 0$$

따라서 $\frac{a}{b} > 0, a + b < 0$ 이므로 점 $\left(\frac{a}{b}, a + b\right)$ 는 제4사분면에 존재한다.

62. 점 $(2, -1)$ 을 직선 $y = x$ 에 대칭이동한 다음, y 축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하면?

㉠ $(1, 2)$

㉡ $(2, 3)$

㉢ $(3, 4)$

㉣ $(4, 5)$

㉤ $(5, 6)$

해설

점 $(2, -1)$ 을 직선 $y = x$ 에
대칭이동한 점의 좌표는 $(-1, 2)$
이 점을 다시 y 축에 대하여 대칭이동하면
구하는 점의 좌표는 $(1, 2)$

63. 원 $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 5$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 원의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 5$

해설

원 $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 5$ 를
직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면
 $(y-1)^2 + (x+3)^2 = 5$ 이므로
 $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 5$

64. 다음 안에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?

- (1) $f(2a-x, y) = 0$ 은 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이다.

(2) $f(x, 2b-y) = 0$ 은 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이다.

(3) $f(2a-x, 2y-b) = 0$ 은 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이다.

(4) $f(-y, -x) = 0$ 은 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이다.

- ① 직선 $x = a$, 직선 $y = b$, 점 (a, b) , 직선 $y = -x$

② 직선 $x = a$, 직선 $y = -x$, 점 $(a, -b)$, 직선 $y = b$

③ 점 (a, b) , 직선 $y = b$, 직선 $x = a$, 직선 $y = -x$

④ 직선 $x = a$, 점 (a, b) , 직선 $y = b$, 직선 $y = -x$

⑤ 점 (a, b) , 직선 $x = a$, 직선 $y = b$, 직선 $y = -x$

해설

- (1) $f(x, y) = 0$ 의 x 대신 $2a-x$ 를 대입한 것이므로 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.

(2) $f(x, y) = 0$ 의 y 대신 $2b-y$ 를 대입한 것이므로 직선 $y = b$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.

(3) $f(x, y) = 0$ 의 x 대신 $2a-x$, y 대신 $2b-y$ 를 대입한 것이므로 점 (a, b) 에 대하여 대칭이동한 것이다.

(4) $f(x, y) = 0$ 의 x 대신 $-y$, y 대신 $-x$ 를 대입한 것이므로 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.