

1. 180을 소인수분해하면 $x^2 \times 3^2 \times y$ 이다. 이때, $y - x$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
따라서 $x = 2, y = 5$
 $y - x = 3$

2. 세 자연수 8, 12, 16 의 최소공배수는?

① 24

② 32

③ 36

④ 40

⑤ 48

해설

만드시 소수로만 나누는 것이 아니라 공통으로 나누어지는 수 중에서 가능한 한 큰 수로 나누어도 된다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \quad 12 \quad 16} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 4 \quad 6 \quad 8} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 2 \quad 3 \quad 4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 2 \end{array}$$

$$(\text{최소공배수}) : 2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 = 48$$

3. 어떤 수를 7로 나누었더니 몫이 5이고, 나머지가 3이었다. 이 수를 4로 나누었을 때의 나머지는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(어떤 수) $= 7 \times 5 + 3 = 4 \times 9 + 2$ 이므로 나머지는 2이다.

4. 100 이하의 13 의 배수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 7 개

▷ 정답 : 7 개

해설

13, 26, 39, 52, 65, 78, 91 의 7 개이다.

5. 다음 중 합성수인 것은?

① 13

② 29

③ 41

④ 53

⑤ 81

해설

합성수는 1 보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수이다. 따라서 합성수는 81 이다.

6. 168의 소인수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

168 을 소인수분해하면 $168 = 2^3 \times 3 \times 7$ 이다.
소인수는 2, 3, 7이다.

$$2 + 3 + 7 = 12$$

7. 두 자연수의 최대공약수는 15 이다. 이 두 자연수의 공약수가 아닌 것은?

① 1

② 3

③ 5

④ 10

⑤ 15

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 15 의 약수이므로 1, 3, 5, 15 이다.

8. 세 자연수 $5 \times x$, $6 \times x$, $9 \times x$ 의 최소공배수가 270 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$5 \times x$, $6 \times x = 2 \times 3 \times x$, $9 \times x = 3^2 \times x$ 의 최소공배수는
 $2 \times 3^2 \times 5 \times x = 270$
따라서 $x = 3$ 이다.

9. 우리 반 영어 선생님은 24 일에 한 번씩 영어 단어 시험을 보고, 18 일에 한 번씩 노트 검사를 한다. 오늘 영어 단어 시험과 노트 검사를 동시에 했다면, 며칠 후에 다시 영어 단어 시험과 노트 검사를 동시에 하게 되는지 구하여라.

▶ 답 : 일 후

▷ 정답 : 72일 후

해설

24 일마다, 18 일마다 영어 단어 시험과 노트검사를 한다고 하였으므로 24와 18 의 최소공배수인 72 일 후 다시 동시에 검사를 하게 된다.

10. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니의 수가 36, B 의 톱니의 수가 48 이다. 이 두 톱니바퀴가 처음과 같은 톱니에서 다시 물릴 때에는 B 는 적어도 몇 회전한 후인지 구하여라.

▶ 답 : 회전

▷ 정답 : 3회전

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.

$\therefore$ B 의 회전수는 $\frac{144}{48} = 3$ (회전)

11. 2160 를 소인수분해하면 $a^x \times b^y \times c^z$ 이다. $z < y < x$ 일 때, $a + b + c - (x + y + z)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5^1$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 5, x = 4, y = 3, z = 1$ 이다.

$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$

12. 48 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음에서 x 가 될 수 있는 수를 모두 고르면(정답 2개)?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 9
- ⑤ 12

해설

$48 = 2^4 \times 3$
곱해야 할 자연수가 x 이고, 어떤 자연수를 y 라 하면 $(2^4 \times 3) \times x = y^2$ 이다.
 $x = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, \dots$
 $= 3, 12, \dots$

13. $\frac{464}{n} = a^4$ 을 만족하는 자연수 a 에 대하여 $a \times n$ 의 값을 구하여라.
(단, n 은 조건을 만족하는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 58

해설

$$\begin{aligned} 464 &= 29 \times 2^4, \\ n &= 29, \quad a = 2, \\ a \times n &= 2 \times 29 = 58 \end{aligned}$$

14. $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수인 것은?

① 2×3

② $2^3 \times 7$

③ 3^2

④ $3 \times 5 \times 7$

⑤ $2^2 \times 5 \times 7$

해설

- ①, ③, ④ : 소인수 3 이 들어있다.
② : 2 의 지수가 문제의 수보다 크다.

15. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

① $19^3 \times 31$

② 2×5^4

③ $3^2 \times 7 \times 11$

④ $3^2 \times 11^2 \times 13$

⑤ 19^9

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

② $(1 + 1) \times (4 + 1) = 10$ (개)

③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)

⑤ $9 + 1 = 10$ (개)

16. $14 \times \square \times 35$ 의 약수의 개수가 36 일 때, $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

- (i) $\square = 2^a$ 일 때
 $36 = (5 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로
 $\square = 2^4 = 16$
- (ii) $\square \neq 2^a$ 일 때
 $36 = (a + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1)$
 $a = 2$, 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$
 $\therefore$ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

17. 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$, $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 의 최대공약수가 280 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

㉠ 5 ㉡ 4 ㉢ 3 ㉣ 2 ㉤ 1

해설

최대공약수가 $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이고
 $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 2 의 지수가 4이므로
 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 2 이므로
 $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.
또한,
 $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 7 의 지수가 5 이므로
 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1이어야 한다.
따라서 $a = 3$, $b = 1$, $c = 1$ 이다.

18. 가로 길이 140cm, 세로 길이 105cm, 높이 210cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 107 ② 108 ③ 109 ④ 110 ⑤ 111

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는
140, 105, 210 의 최대공약수이므로
 $140 = 2^2 \times 5 \times 7$, $105 = 3 \times 5 \times 7$, $210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$
최대공약수는 $5 \times 7 = 35$
 $\therefore a = 35$
정육면체의 개수는
 $(140 \div 35) \times (105 \div 35) \times (210 \div 35) = 4 \times 3 \times 6 = 72$ (개)
 $\therefore b = 72$
 $\therefore a + b = 107$

19. 어떤 자연수로 74 를 나누면 2 가 남고, 131 을 나누면 5 가 남고, 94 를 나누면 4 가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 18 ⑤ 24

해설

구하는 가장 큰 자연수는 72, 126, 90 의 최대공약수,
 $72 = 2^3 \times 3^2$, $126 = 2 \times 3^2 \times 7$, $90 = 2 \times 3^2 \times 5$
 $\therefore 2 \times 3^2 = 18$

20. 가로와 세로의 길이가 각각 4cm, 6cm인 정육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 각각 쌓아 정육면체를 만들었다. 정육면체 모양의 벽돌을 최소로 사용하여 정육면체 모양의 벽돌을 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는?

① 14 개 ② 16 개 ③ 20 개 ④ 24 개 ⑤ 28 개

해설

정육면체의 한 변의 길이는 4, 6, 3의 최소공배수 12cm이다.
필요한 벽돌의 수는 $(12 \div 4) \times (12 \div 6) \times (12 \div 3) = 24(\text{개})$ 이다.

21. 6으로 나누면 5가 남고, 8로 나누면 7이 남고, 9로 나누면 8이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 큰 수는?

① 901 ② 941 ③ 959 ④ 935 ⑤ 999

해설

구하는 수를 n 이라 하면
 $n = (6, 8, 9 \text{의 공배수}) - 1$ 인 수이다.
6, 8, 9의 최소공배수는 72이다.
세 자리 자연수 중 가장 큰 72의 배수는 936이다.
 $\therefore n = 936 - 1 = 935$

22. 두 수 $2^3 \times 5^a \times 7$, $2^4 \times 5^5 \times 7^b$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3 \times 7$, 최소공배수가 $2^4 \times 5^5 \times 7^3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3 \times 7$ 이므로 $a = 3$,
최소공배수가 $2^4 \times 5^5 \times 7^3$ 이므로 $b = 3$
따라서 $a + b = 6$ 이다.

23. 두 수의 곱이 $2^3 \times 3^5 \times 7^2$ 이고, 최대공약수가 $2 \times 3^2 \times 7$ 일 때, 두 수의 최소공배수는?

① $2 \times 3 \times 7$

② $2^2 \times 3^3 \times 7$

③ $2 \times 3^2 \times 7$

④ $2 \times 3^3 \times 7$

⑤ $2 \times 3 \times 7^2$

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $2^3 \times 3^5 \times 7^2 = 2 \times 3^2 \times 7 \times (\text{최소공배수})$
최소공배수는 $2^2 \times 3^3 \times 7$ 이다.

24. 100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는?

- ① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개 ④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개
100 이하의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는 $20 + 14 - 2 = 32$

25. 두 분수 $\frac{7}{26}$, $1\frac{17}{39}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 될 때,
곱하는 분수 중 가장 작은 분수를 $\frac{a}{b}$ 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 33 ② 40 ③ 51 ④ 65 ⑤ 71

해설

$$\begin{aligned} \frac{7}{26}, 1\frac{17}{39} &= \frac{56}{39} \text{ 이므로} \\ \frac{a}{b} &= \frac{(26 \text{과 } 39 \text{의 최소공배수})}{(7 \text{과 } 56 \text{의 최대공약수})} = \frac{78}{7} \\ \therefore a - b &= 78 - 7 = 71 \end{aligned}$$