

1. 180을 소인수분해하면 $x^2 \times 3^2 \times y$ 이다. 이때, $y - x$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

따라서 $x = 2, y = 5$

$$y - x = 3$$

2. 세 자연수 8, 12, 16 의 최소공배수는?

① 24

② 32

③ 36

④ 40

⑤ 48

해설

반드시 소수로만 나누는 것이 아니라 공통으로 나누어지는 수 중에서 가능한 한 큰 수로 나누어도 된다.

$$2) \begin{array}{r} 8 \quad 12 \quad 16 \\ \hline \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} 4 \quad 6 \quad 8 \\ \hline \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} 2 \quad 3 \quad 4 \\ \hline \end{array}$$

$$1 \quad 3 \quad 2$$

$$(\text{최소공배수}) : 2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 = 48$$

3. 어떤 수를 7로 나누었더니 몫이 5이고, 나머지가 3이었다. 이 수를 4로 나누었을 때의 나머지는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

(어떤 수) = $7 \times 5 + 3 = 4 \times 9 + 2$ 이므로 나머지는 2이다.

4. 100 이하의 13 의 배수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 7 개

해설

13, 26, 39, 52, 65, 78, 91 의 7 개이다.

5. 다음 중 합성수인 것은?

① 13

② 29

③ 41

④ 53

⑤ 81

해설

합성수는 1 보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수이다. 따라서 합성수는 81 이다.

6. 168의 소인수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

168을 소인수분해하면 $168 = 2^3 \times 3 \times 7$ 이다.

소인수는 2, 3, 7이다.

$$2 + 3 + 7 = 12$$

7. 두 자연수의 최대공약수는 15 이다. 이 두 자연수의 공약수가 아닌 것은?

① 1

② 3

③ 5

④ 10

⑤ 15

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 15 의 약수이므로 1, 3, 5, 15 이다.

8. 세 자연수 $5 \times x$, $6 \times x$, $9 \times x$ 의 최소공배수가 270 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$5 \times x$, $6 \times x = 2 \times 3 \times x$, $9 \times x = 3^2 \times x$ 의 최소공배수는
 $2 \times 3^2 \times 5 \times x = 270$
따라서 $x = 3$ 이다.

9. 우리 반 영어 선생님은 24 일에 한 번씩 영어 단어 시험을 보고, 18 일에 한 번씩 노트 검사를 한다. 오늘 영어 단어 시험과 노트 검사를 동시에 했다면, 며칠 후에 다시 영어 단어 시험과 노트 검사를 동시에 하게 되는지 구하여라.

▶ **답:** 일 후

▶ **정답:** 72일 후

해설

24 일마다, 18 일마다 영어 단어 시험과 노트검사를 한다고 하였으므로 24와 18의 최소공배수인 72 일 후 다시 동시에 검사를 하게 된다.

10. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B 가 있다. A 의 톱니의 수가 36, B 의 톱니의 수가 48 이다. 이 두 톱니바퀴가 처음과 같은 톱니에서 다시 물릴 때에는 B 는 적어도 몇 회전한 후인지 구하여라.

▶ 답 : 회전

▷ 정답 : 3회전

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.

\therefore B 의 회전수는 $\frac{144}{48} = 3$ (회전)

11. 2160 를 소인수분해하면 $a^x \times b^y \times c^z$ 이다. $z < y < x$ 일 때, $a + b + c - (x + y + z)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 5, x = 4, y = 3, z = 1$ 이다.

$$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$$

12. 48 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
다음에서 x 가 될 수 있는 수를 모두 고르면 (정답 2개)?

① 2

② 3

③ 4

④ 9

⑤ 12

해설

$$48 = 2^4 \times 3$$

곱해야 할 자연수가 x 이고, 어떤 자연수를 y 라 하면 $(2^4 \times 3) \times x = y^2$ 이다.

$$x = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, \dots$$

$$= 3, 12, \dots$$

13. $\frac{464}{n} = a^4$ 을 만족하는 자연수 a 에 대하여 $a \times n$ 의 값을 구하여라.
(단, n 은 조건을 만족하는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 58

해설

$$464 = 29 \times 2^4 ,$$

$$n = 29, \quad a = 2 ,$$

$$a \times n = 2 \times 29 = 58$$

14. $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수인 것은?

① 2×3

② $2^3 \times 7$

③ 3^2

④ $3 \times 5 \times 7$

⑤ $2^2 \times 5 \times 7$

해설

①, ③, ④ : 소인수 3 이 들어있다.

② : 2 의 지수가 문제의 수보다 크다.

15. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

① $19^3 \times 31$

② 2×5^4

③ $3^2 \times 7 \times 11$

④ $3^2 \times 11^2 \times 13$

⑤ 19^9

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

② $(1 + 1) \times (4 + 1) = 10$ (개)

③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

④ $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)

⑤ $9 + 1 = 10$ (개)

16. $14 \times \square \times 35$ 의 약수의 개수가 36 일 때, \square 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때

$$36 = (5 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) \text{ 이므로}$$

$$\square = 2^4 = 16$$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때

$$36 = (a + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1)$$

$$a = 2, \text{ 가장 작은 자연수는 } 3^2 = 9$$

\therefore (i), (ii) 에서 가장 작은 자연수는 9

17. 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$, $2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 의 최대공약수가 280 일 때,
 $a + b + c$ 의 값은?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

최대공약수가 $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이고

$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 2 의 지수가 4이므로

$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 2 이므로

$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.

또한,

$2^4 \times 5^b \times 7^5 \times 11^4$ 에서 7 의 지수가 5 이므로

$2^a \times 3^3 \times 5^2 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1이어야 한다.

따라서 $a = 3$, $b = 1$, $c = 1$ 이다.

18. 가로와 길이가 140cm, 세로의 길이가 105cm, 높이가 210cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 107

② 108

③ 109

④ 110

⑤ 111

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는

140, 105, 210의 최대공약수이므로

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7, 105 = 3 \times 5 \times 7, 210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

최대공약수는 $5 \times 7 = 35$

$$\therefore a = 35$$

정육면체의 개수는

$$(140 \div 35) \times (105 \div 35) \times (210 \div 35) = 4 \times 3 \times 6 = 72 \text{ (개)}$$

$$\therefore b = 72$$

$$\therefore a + b = 107$$

19. 어떤 자연수로 74 를 나누면 2 가 남고, 131 을 나누면 5 가 남고, 94 를 나누면 4 가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수는?

① 4

② 6

③ 8

④ 18

⑤ 24

해설

구하는 가장 큰 자연수는 72, 126, 90 의 최대공약수,

$$72 = 2^3 \times 3^2, 126 = 2 \times 3^2 \times 7, 90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore 2 \times 3^2 = 18$$

20. 가로와 세로의 길이가 4cm, 세로의 길이가 6cm, 높이가 3cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 각각 쌓아 정육면체를 만들었다. 직육면체 모양의 벽돌을 최소로 사용하여 정육면체 모양의 벽돌을 만들 때, 필요한 벽돌의 개수는?

① 14 개

② 16 개

③ 20 개

④ 24 개

⑤ 28 개

해설

정육면체의 한 변의 길이는 4, 6, 3 의 최소공배수 12cm 이다.
필요한 벽돌의 수는 $(12 \div 4) \times (12 \div 6) \times (12 \div 3) = 24(\text{개})$ 이다.

21. 6으로 나누면 5가 남고, 8로 나누면 7이 남고, 9로 나누면 8이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 큰 수는?

① 901

② 941

③ 959

④ 935

⑤ 999

해설

구하는 수를 n 이라 하면

$n = (6, 8, 9 \text{의 공배수}) - 1$ 인 수이다.

6, 8, 9의 최소공배수는 72이다.

세 자리 자연수 중 가장 큰 72의 배수는 936이다.

$$\therefore n = 936 - 1 = 935$$

22. 두 수 $2^3 \times 5^a \times 7$, $2^4 \times 5^5 \times 7^b$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3 \times 7$, 최소공배수가 $2^4 \times 5^5 \times 7^3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3 \times 7$ 이므로 $a = 3$,
최소공배수가 $2^4 \times 5^5 \times 7^3$ 이므로 $b = 3$
따라서 $a + b = 6$ 이다.

23. 두 수의 곱이 $2^3 \times 3^5 \times 7^2$ 이고, 최대공약수가 $2 \times 3^2 \times 7$ 일 때, 두 수의 최소공배수는?

① $2 \times 3 \times 7$

② $2^2 \times 3^3 \times 7$

③ $2 \times 3^2 \times 7$

④ $2 \times 3^3 \times 7$

⑤ $2 \times 3 \times 7^2$

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) \times (최소공배수) 이므로

$$2^3 \times 3^5 \times 7^2 = 2 \times 3^2 \times 7 \times (\text{최소공배수})$$

최소공배수는 $2^2 \times 3^3 \times 7$ 이다.

24. 100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는?

- ① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개 ④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개

100 이하의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개

100 이하의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개

100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는 $20 + 14 - 2 = 32$

25. 두 분수 $\frac{7}{26}$, $1\frac{17}{39}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 될 때, 곱하는 분수 중 가장 작은 분수를 $\frac{a}{b}$ 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 33

② 40

③ 51

④ 65

⑤ 71

해설

$$\frac{7}{26}, 1\frac{17}{39} = \frac{56}{39} \text{ 이므로}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{(26\text{과 } 39\text{의 최소공배수})}{(7\text{과 } 56\text{의 최대공약수})} = \frac{78}{7}$$

$$\therefore a - b = 78 - 7 = 71$$