1. 다음 중 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{81}$ ③ 1.5 ④ 155 ⑤ 66

해설

① $\left(\frac{1}{2}\text{의 제곱근}\right) = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

② $\left(\frac{1}{81}\text{의 제곱근}\right) = \pm\frac{1}{9}$

③ $(1.5\text{ 의 제곱근}) = \pm\sqrt{1.5}$

④ $(155\text{ 는 제곱수가 아니므로 }155\text{ 의 제곱근}) = \pm\sqrt{155}$

⑤ $(66\text{ 은 제곱수가 아니므로 }66\text{ 의 제곱근}) = \pm\sqrt{66}$

따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은 ②이다.

2. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{64a^2}$ 을 간단히 한 것으로 옳은 것을 고르면?

① $-64a^2$ ② $-8a$ ③ $8a$

④ $8a^2$ ⑤ $64a^2$

해설

$8a < 0$ 이므로

$\sqrt{64a^2} = \sqrt{(8a)^2} = -(8a) = -8a$

3. $a > 0$ 일 때, 다음 계산에서 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\sqrt{64a^2} - \sqrt{a^2} = 7a$

② $-\sqrt{9a^2} - \sqrt{(-3a)^2} = -12a$

③ $\sqrt{(7a)^2} + \sqrt{(-7a)^2} = 14a$

④ $(-\sqrt{3a})^2 + (-\sqrt{4a^2}) = 8a$

⑤ $(-\sqrt{3a})^2 + (-\sqrt{(2a)^2}) = a$

해설

② $-\sqrt{9a^2} - \sqrt{(-3a)^2} = -3a - 3a = -6a$

④ $(-\sqrt{3a})^2 + (-\sqrt{4a^2}) = 3a + (-2a) = a$

4. $\sqrt{10-x}$ 가 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x=1$ 일 때 $\sqrt{10-x}=\sqrt{10-1}=\sqrt{9}=3$ 이 되므로 성립한다.

$\therefore\ x=1$

5. 분모를 유리화한다고 할 때, $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{45}} = \dfrac{\sqrt{6} \times \square}{3 \times \square \times \square}$ 에서, $\square$ 안에 공통으로 들어갈 수는?

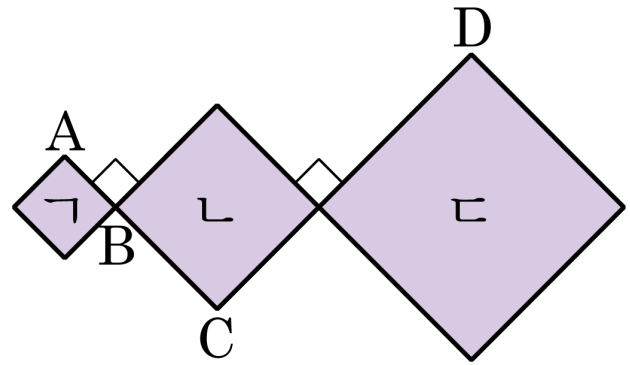
① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{15}$

해설

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{45}} = \frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{5}}{3\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{30}}{15}$$

$\therefore \square = \sqrt{5}$

6. 다음 그림에서 세 정사각형 ㄱ, ㄴ, ㄷ의 넓이가 각각 $2\,\mathrm{cm}^2, 8\,\mathrm{cm}^2, 18\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\overline{CD}$ 는?



① $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ ② $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

③ $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ ④ $5\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

⑤ $6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

해설

ㄴ의 넓이가 $8\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 $\overline{BC} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 이다. $\overline{CD} = 2\sqrt{2} + \sqrt{18} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 이다.

7. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① -7 의 제곱근은 없다.

② 3 의 제곱근은 2 개이다.

③ $\sqrt{16^2}$ 의 제곱근은 ± 4 이다.

④ $(-5)^2$ 의 제곱근은 -5 이다.

⑤ 제곱근 4 는 2 이다.

해설

④ ($(-5)^2$ 의 제곱근) = (25 의 제곱근) = ± 5

8. $a^2 = 8$ 이라고 할 때, a 의 값으로 옳은 것은?

① $2\sqrt{2}$ ② $-2\sqrt{2}$ ③ $\pm 2\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $\pm 4\sqrt{2}$

해설

a 는 8 의 제곱근이므로 $\pm 2\sqrt{2}$ 이다.

9. $|x| < 1$ 일 때, $\sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(x-1)^2}$ 을 간단히 하면?

① 2 ② -2 ③ $x+2$ ④ $-2x$ ⑤ $2x$

해설

$|x| < 1$ 이므로 $-1 < x < 1$

$x+1 > 0, x-1 < 0$ 이므로

$\sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(x-1)^2} = x+1+x-1 = 2x$

10. $\sqrt{78+a}=b$ 라 할 때, b 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a 와 그때의 b 의 합 $a+b$ 의 값은?

① 10 ② 12 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$78+a=9^2=81$

$\therefore a=3\ ,\ b=9$

$\therefore a+b=12$

11. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $4-\sqrt{2}<2$

② $2-\sqrt{7}<\sqrt{3}-\sqrt{7}$

③ $-\sqrt{15}>-4$

④ $-\sqrt{3}-\sqrt{10}<-\sqrt{10}-3$

⑤ $\sqrt{2}+1>\sqrt{3}+1$

해설

① $4-\sqrt{2}-2=2-\sqrt{2}=\sqrt{4}-\sqrt{2}>0$

$\therefore\ 4-\sqrt{2}>2$

② $2-\sqrt{7}-\left(\sqrt{3}-\sqrt{7}\right)=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$

$\therefore\ 2-\sqrt{7}>\sqrt{3}-\sqrt{7}$

③ $-\sqrt{15}-(-4)>0$

④ $-\sqrt{3}-\sqrt{10}-\left(-\sqrt{10}-3\right)=-\sqrt{3}+3=-\sqrt{3}+\sqrt{9}>0$

$\therefore\ -\sqrt{3}-\sqrt{10}>-\sqrt{10}-3$

⑤ $\sqrt{2}+1-\left(\sqrt{3}+1\right)=\sqrt{2}-\sqrt{3}<0$

$\therefore\ \sqrt{2}+1<\sqrt{3}+1$

12. $\sqrt{99}\sqrt{715} = A\sqrt{65}$, $6\sqrt{5} = \sqrt{B}$ 일 때, $B - A$ 의 값을 구하면?

① 144 ② 145 ③ 146 ④ 147 ⑤ 148

해설

$$\sqrt{99}\sqrt{715} = \sqrt{3^2 \times 11}\sqrt{5 \times 11 \times 13}$$
$$= \sqrt{3^2 \times 5 \times 11^2 \times 13} = 33\sqrt{65}$$

$\therefore A = 33$

$6\sqrt{5} = \sqrt{6^2 \times 5} = \sqrt{180}$

$\therefore B = 180$

$\therefore B - A = 180 - 33 = 147$

13. 다음 중 제곱근의 값을 구할 때, $\sqrt{133.606}$ 임을 이용하여 구할 수 <u>없는</u> 것은?

① $\sqrt{0.052}$ ② $\sqrt{130000}$ ③ $\sqrt{0.0013}$

④ $\sqrt{5200}$ ⑤ $\sqrt{0.13}$

해설

② $\sqrt{130000} = \sqrt{13 \times 10000} = 100\sqrt{13} = 360.6$

③ $\sqrt{0.0013} = \sqrt{\dfrac{13}{10000}} = \dfrac{\sqrt{13}}{100} = 0.03606$

④ $\sqrt{5200} = \sqrt{400 \times 13} = 20\sqrt{13} = 72.12$

⑤ $\sqrt{0.13} = \sqrt{\dfrac{13}{100}} = \dfrac{\sqrt{13}}{10} = 0.3606$

14. $4\sqrt{3}$ 의 소수 부분을 a , $5-2\sqrt{3}$ 의 정수 부분을 b 라고 할 때, $a+4b$ 의 값은?

① $4\sqrt{3}+2$ ② $4\sqrt{3}+1$ ③ $4\sqrt{3}$

④ $4\sqrt{3}-1$ ⑤ $4\sqrt{3}-2$

해설

$4\sqrt{3}=\sqrt{48}$, $6<\sqrt{48}<7$ 이므로
$4\sqrt{3}$ 의 정수 부분은 6,
소수 부분은 $a=4\sqrt{3}-6$
$-4<-\sqrt{12}<-3$ 이고 $1<5-\sqrt{12}<2$ 이므로
$5-2\sqrt{3}$ 의 정수 부분은 $b=1$
$\therefore a+4b=4\sqrt{3}-6+4=4\sqrt{3}-2$

15. 다음 중 옳은 것은?

① 어떤 수의 제곱근은 모두 무리수이다.

② 두 무리수의 합은 항상 무리수이다.

③ 유리수와 무리수의 합은 항상 무리수이다.

④ 유리수와 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

⑤ 무리수에 무리수를 곱하면 항상 무리수이다.

해설

① 제곱수의 제곱근은 유리수

② $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$

④ $0\times\sqrt{2}=0$

⑤ $\sqrt{2}\times\sqrt{2}=\sqrt{4}=2$

16. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.

② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.

③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.

④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.

⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.
따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

17. $\sqrt{6} \times a\sqrt{6} = 18$, $\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$, $\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \dfrac{10}{c}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $a < c$ ② $a \times c < b$ ③ $b < a^2 + c^2$

④ $a < \dfrac{b}{c}$ ⑤ $\dfrac{a}{c} < \dfrac{1}{b}$

해설

$\sqrt{6} \times a\sqrt{6} = 18$

$\rightarrow 18 \div \sqrt{6} = \dfrac{18}{\sqrt{6}} = \sqrt{\dfrac{18 \times 18}{6}} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$

$\sqrt{5} \times \sqrt{b} = 15$

$\rightarrow 15 \div \sqrt{5} = \dfrac{15}{\sqrt{5}} = \sqrt{\dfrac{15 \times 15}{5}} = \sqrt{45}$

$\sqrt{1.28} = \sqrt{2} \div \dfrac{10}{c}$

$\rightarrow \sqrt{1.28} \div \sqrt{2} \times 10 = \sqrt{\dfrac{128}{100}} \times \dfrac{1}{\sqrt{2}} \times 10 = \sqrt{64} = 8$

따라서 $a = 3$, $b = 45$, $c = 8$ 이므로

① $3 < 8 \rightarrow a < c$

② $3 \times 8 < 45 \rightarrow a \times c < b$

③ $45 < 9 + 64 \rightarrow b < a^2 + c^2$

④ $3 < \dfrac{45}{8} \rightarrow a < \dfrac{b}{c}$

⑤ $\dfrac{1}{45} < \dfrac{3}{8} \rightarrow \dfrac{1}{b} < \dfrac{a}{c}$ 이다.

18. 한 변의 길이가 a 이고 높이가 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ 인 정삼각형과 그 둘레의 길이가 같은 정사각형이 있다면, 이 정사각형의 넓이는 정삼각형 넓이의 몇 배인가 ?

① 1 배 ② 2 배 ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 배

④ $3\sqrt{3}$ 배 ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ 배

해설

정삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$,

정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{3}{4}a$ 이므로 정사각형의 넓이는 $\frac{9}{16}a^2$

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \times \square = \frac{9}{16}a^2$

$\therefore \square = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ (배)

19. $4 < \sqrt{2n} < 7$ 을 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

① 32 ② 33 ③ 34 ④ 35 ⑤ 36

해설

$4^2 < (\sqrt{2n})^2 < 7^2$

$16 < 2n < 49$

$\therefore \ 8 < n < \dfrac{49}{2} = 24.5$

$\therefore$ 최댓값 $a = 24$, 최솟값 $b = 9$

$\therefore a + b = 24 + 9 = 33$

20. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$이라고 한다. 100 이하의 자연수 n에 대하여 $S(n)$의 값이 자연수가 되는 n을 모두 고르면?

① 8 ② 15 ③ 35 ④ 50 ⑤ 99

해설

$S(n) = \left(\sqrt{2}-1\right) + \left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right) + \left(\sqrt{4}-\sqrt{3}\right) + \ldots + \left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right) = \sqrt{n+1}-1$

① $n = 8$일 때, $S(n) = 3 - 1 = 2$

② $n = 15$일 때, $S(n) = 4 - 1 = 3$

③ $n = 35$일 때, $S(n) = 6 - 1 = 5$

④ $n = 50$일 때, $S(n) = \sqrt{51} - 1$

⑤ $n = 99$일 때, $S(n) = 10 - 1 = 9$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.