

1. 다항식 $2x^3 + x^2 + 3x$ 를 $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지는?

① $x - 1$

② x

③ 1

④ $x + 3$

⑤ $3x - 1$

해설

직접 나누어보면

$$(2x + 1) + \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

몫 : $2x + 1$, 나머지 : $x - 1$

2. 다항식 $f(x)$ 를 $2x^2 + 3x + 2$ 로 나누었더니 몫이 $3x - 4$ 이고, 나머지가 $2x + 5$ 이었다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\&= 6x^3 + 9x^2 + 6x - 8x^2 - 12x - 8 + 2x + 5 \\&= 6x^3 + x^2 - 4x - 3 \\ \therefore f(1) &= 6 + 1 - 4 - 3 = 0\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\f(1) &= (2 + 3 + 2)(3 - 4) + (2 + 5) = -7 + 7 = 0\end{aligned}$$

3. $x^3 - x^2 + 2 = (x + 1)^3 + a(x + 1)^2 + b(x + 1) + c$ 가 항등식일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

조립제법에 의한 방법으로 풀면

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & -1 & 0 & 2 & \\ & & -1 & 2 & -2 & \\ \hline -1 & 1 & -2 & 2 & 0 & \\ & & -1 & 3 & & \\ \hline -1 & 1 & -3 & 5 & & \\ & & -1 & & & \\ \hline & 1 & -4 & & & \end{array}$$

$$\therefore a = -4, b = 5, c = 0$$

$$\therefore a + b + c = 1$$

해설

주어진 식의 양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$2 = 1 + a + b + c$$

$$\therefore a + b + c = 1$$

4. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 각각 1, -4 이다. $f(x)$ 를 x^2+x-6 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(5)$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$f(2) = 1, f(-3) = -4$$

$$R(x) = ax + b \text{라 하면}$$

$$f(x) = (x+3)(x-2)Q(x) + ax + b$$

$$2a + b = 1, -3a + b = -4$$

$$\therefore a = 1, b = -1$$

$$R(x) = x - 1$$

$$R(5) = 5 - 1 = 4$$

5. 다항식 $2x^3 + 3x^2 + ax + b$ 가 $x + 2$ 로 나누어 떨어질 때, $2a - b$ 의 값은?

① 28

② 12

③ 6

④ -4

⑤ -12

해설

준식을 $f(x)$ 라 하면 $f(-2) = 0$ 이므로

$-16 + 12 - 2a + b = 0$ 에서 $2a - b = -4$

6. 다음 다항식의 일차항의 계수는?

$$(1+x+x^2)^2(1+x) + (1+x+x^2+x^3)^3$$

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

i) $(1+x+x^2)^2(x+1)$ 의 일차항의 계수

: $(1+x+x^2)^2$ 의 일차항에 1을 곱할 때,
계수 = 2

: $(1+x+x^2)^2$ 의 상수항에 x 를 곱할 때,
계수 = 1

ii) $(1+x+x^2+x^3)^3$ 의 일차항의 계수

$x+x^2+x^3=Y$ 라 하면,

$$(Y+1)^3 = Y^3 + 3Y^2 + 3Y + 1$$

$$3Y = 3x + 3x^2 + 3x^3$$

일차항의 계수 = 3, 다른 항에는 일차항이 없다.

i), ii)에서 $2+1+3=6$

7. 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 6$, $a^2 + b^2 + c^2 = 12$ 를 만족할 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

① 8

② 16

③ 24

④ 36

⑤ 42

해설

공식 $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$ 에 주어진 수를 대입하여

$(ab + bc + ca)$ 의 값을 구하면 $(ab + bc + ca) = 12$

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$ 에서

$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$ 이므로

$$\frac{1}{2} \{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\} = 0$$

$\therefore a = b = c = 2$ 이므로 $a^3 + b^3 + c^3 = 24$

8. $x + y + z = 0$, $2x - y - 7z = 3$ 을 동시에 만족시키는 x, y, z 에 대하여 $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 11

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 4

해설

(i) $x + y + z = 0$, $2x - y - 7z = 3$ 에서

x, y 를 z 에 대하여 나타내면

$$x = 2z + 1, y = -3z - 1$$

(ii) $x = 2z + 1$, $y = -3z - 1$ 을 $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 에 대입하여 정리하면

$$(4a + 9b + c)z^2 + 2(2a + 3b)z + (a + b - 1) = 0$$

$$\therefore 4a + 9b + c = 0, 2a + 3b = 0, a + b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 3, b = -2, c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 7$$

9. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $2x-1$ 로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 -2 이다. 다항식 $xf(x)$ 를 $x - \frac{1}{2}$ 로 나눈 몫과 나머지를 차례로 적은 것은?

① $2xQ(x) - 2, -1$

② $2xQ(x) - 1, -1$

③ $\frac{1}{2}xQ(x) - 2, 1$

④ $\frac{1}{2}xQ(x) - 1, 1$

⑤ $\frac{1}{2}xQ(x) + 1, 2$

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 2$$

$$= \left(x - \frac{1}{2}\right)2Q(x) - 2$$

$$xf(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)2xQ(x) - 2x$$

$$= \left(x - \frac{1}{2}\right)2xQ(x) - 2\left(x - \frac{1}{2}\right) - 1$$

$$= \left(x - \frac{1}{2}\right)\{2xQ(x) - 2\} - 1$$

10. 2003^{10} 를 2002 와 2004 로 나눈 나머지가 각각 a , b 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 0

② 1

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

2002 를 x 라 하면, $2003^{10} = (x + 1)^{10}$

$$(x + 1)^{10} = xQ(x) + a$$

$$(x + 1)^{10} = (x + 2)Q(x) + b$$

나머지 정리에 의해

$x = 0$, $x = -2$ 를 각각 대입하면,

$$a = 1, b = 1$$

$$\therefore a - b = 0$$