

1. 다항식 $2x^3 + x^2 + 3x$ 를 $x^2 + 1$ 로 나눈 나머지는?

① $x - 1$

② x

③ 1

④ $x + 3$

⑤ $3x - 1$

해설

직접 나누어보면

$$(2x + 1) + \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

몫 : $2x + 1$, 나머지 : $x - 1$

2. 다항식 $f(x)$ 를 $2x^2 + 3x + 2$ 로 나누었더니 몫이 $3x - 4$ 이고, 나머지가 $2x + 5$ 이었다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ &= 6x^3 + 9x^2 + 6x - 8x^2 - 12x - 8 + 2x + 5 \\ &= 6x^3 + x^2 - 4x - 3 \\ \therefore f(1) &= 6 + 1 - 4 - 3 = 0 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ f(1) &= (2 + 3 + 2)(3 - 4) + (2 + 5) = -7 + 7 = 0 \end{aligned}$$

3. x 에 관한 항등식 $(x^2+x+1)^5 = a_{10}(x+1)^{10} + a_9(x+1)^9 + \cdots + a_1(x+1) + a_0$ 에서 $a_0 + a_1 + \cdots + a_9 + a_{10}$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

해설

주어진 식에 $x = 0$ 을 대입하면

$$(0 + 0 + 1)^5 = a_{10} + a_9 + \cdots + a_1 + a_0$$

$$\therefore a_0 + a_1 + \cdots + a_9 + a_{10} = 1$$

4. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 2이고, $x+2$ 로 나눈 나머지가 5이다. 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x+2)$ 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(2)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

나머지 정리에 의하여,
 $f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$ 라 할 수 있다.
 $f(1) = a + b = 2$
 $f(-2) = -2a + b = 5$
연립하면, $a = -1$ $b = 3$
 $\therefore R(x) = -x + 3$
 $R(2) = 1$

5. 다항식 $2x^3 + 3x^2 + ax + b$ 가 $x + 2$ 로 나누어 떨어질 때, $2a - b$ 의 값은?

① 28

② 12

③ 6

④ -4

⑤ -12

해설

준식을 $f(x)$ 라 하면 $f(-2) = 0$ 이므로
 $-16 + 12 - 2a + b = 0$ 에서 $2a - b = -4$

6. 다음 다항식의 일차항의 계수는?

$$(1+x+x^2)^2(1+x)+(1+x+x^2+x^3)^3$$

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

i) $(1+x+x^2)^2(x+1)$ 의 일차항의 계수
: $(1+x+x^2)^2$ 의 일차항에 1을 곱할 때,
계수= 2
: $(1+x+x^2)^2$ 의 상수항에 x 를 곱할 때,
계수= 1
ii) $(1+x+x^2+x^3)^3$ 의 일차항의 계수
 $x+x^2+x^3=Y$ 라 하면,
 $(Y+1)^3=Y^3+3Y^2+3Y+1$
 $3Y=3x+3x^2+3x^3$
일차항의 계수= 3, 다른 항에는 일차항이 없다.
i), ii)에서 $2+1+3=6$

7. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 모든 모서리의 길이의 합이 20m이고 대각선의 길이가 3m일 때, 이 상자의 겉넓이는 몇 m²인가?

① 12 m² ② 13 m² ③ 14 m² ④ 15 m² ⑤ 16 m²

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c 라 하면

$$4(a + b + c) = 20, a + b + c = 5$$

$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 3, a^2 + b^2 + c^2 = 9$$

$$\begin{aligned}(\text{겉넓이}) &= 2(ab + bc + ca) \\ &= (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2) \\ &= 25 - 9 = 16(\text{m}^2)\end{aligned}$$

8. $x + y + z = 0$, $2x - y - 7z = 3$ 을 동시에 만족시키는 x, y, z 에 대하여 $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 11

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 4

해설

(i) $x + y + z = 0$, $2x - y - 7z = 3$ 에서

x, y 를 z 에 대하여 나타내면

$$x = 2z + 1, y = -3z - 1$$

(ii) $x = 2z + 1$, $y = -3z - 1$ 을 $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 에 대입하여 정리하면

$$(4a + 9b + c)z^2 + 2(2a + 3b)z + (a + b - 1) = 0$$

$$\therefore 4a + 9b + c = 0, 2a + 3b = 0, a + b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 3, b = -2, c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 7$$

9. 두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(x)+g(x)$ 는 $x+2$ 로 나누어 떨어지고, $f(x)-g(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는 4이다. [보기]의 다항식 중 $x+2$ 로 나누어 떨어지는 것을 모두 고르면?

보기

- $\textcircled{\text{㉠}}$ $x+f(x)$
- $\textcircled{\text{㉡}}$ $x^2+f(x)g(x)$
- $\textcircled{\text{㉢}}$ $f(g(x))-x$

- $\textcircled{\text{①}}$ $\textcircled{\text{㉠}}$
- $\textcircled{\text{②}}$ $\textcircled{\text{㉡}}$
- $\textcircled{\text{③}}$ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$
- $\textcircled{\text{④}}$ $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$
- $\textcircled{\text{⑤}}$ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$

해설

나머지 정리에 의해 $f(-2)+g(-2)=0, f(-2)-g(-2)=4$
두식을 연립하면, $f(-2)=2, g(-2)=-2$
 $\textcircled{\text{㉠}}$: $x+f(x) \rightarrow x=-2$ 를 대입하면
 $-2+f(-2)=0$
 $\textcircled{\text{㉡}}$: $x^2+f(x)g(x) \rightarrow x=-2$ 를 대입하면 $(-2)^2+f(-2)g(-2)=0$
 $\textcircled{\text{㉢}}$: $f(g(x))-x \rightarrow x=-2$ 를 대입하면 $f(g(-2))-(-2)=f(-2)+2=4$

10. n 이 양의 정수일 때, $8^{100n} - 1$ 을 9로 나눈 나머지는?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

해설

$8 = x$ 라 하면 $8^{100n} - 1 = x^{100n} - 1$ 이고 $9 = x + 1$ 이 된다.
 $x^{100n} - 1$ 을 $x + 1$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라 하면
 $x^{100n} - 1 = (x + 1)Q(x) + R$
양변에 $x = -1$ 을 대입하면 $R = 0$
 $\therefore x^{100n} - 1 = (x + 1)Q(x)$
위의 식에 $x = 8$ 을 대입하면 $8^{100n} - 1 = 9Q(x)$ 이므로 $8^{100n} - 1$ 을 9로 나눈 나머지는 0이다.