

1. 다항식 $x^3 - 2$ 를 $x^2 - 2$ 로 나눈 나머지는?

① 2

② -2

③ $-2x - 2$

④ $2x + 2$

⑤ $2x - 2$

해설

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 2} = \frac{x^3 - 2x + 2x - 2}{x^2 - 2} = x + \frac{2x - 2}{x^2 - 2}$$

$\therefore$ 몫은 x , 나머지는 $2x - 2$

2. 다항식 $f(x)$ 를 $2x^2 + 3x + 2$ 로 나누었더니 몫이 $3x - 4$ 이고, 나머지가 $2x + 5$ 이었다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\&= 6x^3 + 9x^2 + 6x - 8x^2 - 12x - 8 + 2x + 5 \\&= 6x^3 + x^2 - 4x - 3 \\ \therefore f(1) &= 6 + 1 - 4 - 3 = 0\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\f(1) &= (2 + 3 + 2)(3 - 4) + (2 + 5) = -7 + 7 = 0\end{aligned}$$

3. $x^3 + 2x^2 - x + 1 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 $a + b + c + d$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$8 + 8 - 2 + 1 = a + b + c + d$$

$$\therefore a + b + c + d = 15$$

해설

(i) a, b, c, d 의 값을 각각 구하려면 우변을 전개하여 계수비교를 하거나

(ii) 조립제법 : 좌변을 $x - 1$ 로 연속으로 나눌 때 나오는 나머지가 순서대로 d, c, b 가 되고 마지막 몫의 계수가 a 이다.

4. 다항식 $f(x)$ 를 $x-3, x-4$ 로 나눈 나머지가 각각 3, 2이고, 다항식 $f(x+1)$ 을 x^2-5x+6 으로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(1)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(3) = 3, f(4) = 2$$

$R(x) = ax + b$ 라 하면

$$f(x+1) = (x-2)(x-3)Q(x) + ax + b$$

$x = 2$ 대입,

$$f(3) = 2a + b = 3$$

$x = 3$ 대입,

$$f(4) = 3a + b = 2$$

$$a = -1, b = 5$$

$$R(x) = -x + 5,$$

$$R(1) = -1 + 5 = 4$$

5. 다항식 $f(x) = x^2 + ax + b$ 에 대하여 $f(x) - 2$ 는 $x - 1$ 로 나누어 떨어지고 $f(x) + 2$ 는 $x + 1$ 로 나누어 떨어진다. 이 때, $a - 2b$ 의 값은 ?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(x) - 2$ 는 $x - 1$ 로 떨어지므로

$$f(1) - 2 = 0 \quad \therefore 1 + a + b - 2 = 0$$

$$\therefore a + b = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$f(x) + 2$ 는 $x + 1$ 로 나누어 떨어지므로

$$f(-1) + 2 = 0 \quad \therefore 1 - a + b + 2 = 0$$

$$\therefore -a + b = -3 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a = 2, b = -1 \quad \therefore a - 2b = 4$$

6. 다음 다항식의 일차항의 계수는?

$$(1+x+x^2)^2(1+x) + (1+x+x^2+x^3)^3$$

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

i) $(1+x+x^2)^2(x+1)$ 의 일차항의 계수

: $(1+x+x^2)^2$ 의 일차항에 1을 곱할 때,

계수 = 2

: $(1+x+x^2)^2$ 의 상수항에 x 를 곱할 때,

계수 = 1

ii) $(1+x+x^2+x^3)^3$ 의 일차항의 계수

$x+x^2+x^3=Y$ 라 하면,

$$(Y+1)^3 = Y^3 + 3Y^2 + 3Y + 1$$

$$3Y = 3x + 3x^2 + 3x^3$$

일차항의 계수 = 3, 다른 항에는 일차항이 없다.

i), ii)에서 $2+1+3=6$

7. $a + b + c = 7$, $a^2 + b^2 + c^2 = 21$, $abc = 8$ 일 때, $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ 의 값은?

① 26

② 48

③ 84

④ 96

⑤ 112

해설

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$49 = 21 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\therefore ab + bc + ca = 14$$

$$a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = (ab + bc + ca)^2 - 2abc(a + b + c)$$

$$= (14)^2 - 2(8 \times 7)$$

$$= 84$$

8. $x + y + z = 0$, $2x - y - 7z = 3$ 을 동시에 만족시키는 x, y, z 에 대하여 $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 11

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 4

해설

(i) $x + y + z = 0$, $2x - y - 7z = 3$ 에서

x, y 를 z 에 대하여 나타내면

$$x = 2z + 1, y = -3z - 1$$

(ii) $x = 2z + 1$, $y = -3z - 1$ 을 $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 에 대입하여 정리하면

$$(4a + 9b + c)z^2 + 2(2a + 3b)z + (a + b - 1) = 0$$

$$\therefore 4a + 9b + c = 0, 2a + 3b = 0, a + b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 3, b = -2, c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 7$$

9. 두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(x)+g(x)$ 는 $x+2$ 로 나누어 떨어지고, $f(x)-g(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는 4이다. [보기]의 다항식 중 $x+2$ 로 나누어 떨어지는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $x + f(x)$

㉡ $x^2 + f(x)g(x)$

㉢ $f(g(x)) - x$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

나머지 정리에 의해 $f(-2) + g(-2) = 0, f(-2) - g(-2) = 4$
두식을 연립하면, $f(-2) = 2, g(-2) = -2$

㉠ : $x + f(x) \rightarrow x = -2$ 를 대입하면

$$-2 + f(-2) = 0$$

㉡ : $x^2 + f(x)g(x) \rightarrow x = -2$ 를 대입하면 $(-2)^2 + f(-2)g(-2) = 0$

㉢ : $f(g(x)) - x \rightarrow x = -2$ 를 대입하면 $f(g(-2)) - (-2) = f(-2) + 2 = 4$

10. 2003^{10} 를 2002와 2004로 나눈 나머지가 각각 a , b 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 0

② 1

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

2002를 x 라 하면, $2003^{10} = (x + 1)^{10}$

$$(x + 1)^{10} = xQ(x) + a$$

$$(x + 1)^{10} = (x + 2)Q(x) + b$$

나머지 정리에 의해

$x = 0$, $x = -2$ 를 각각 대입하면,

$$a = 1, b = 1$$

$$\therefore a - b = 0$$