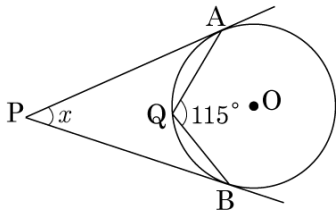


1. 다음 그림과 같이 점 P에서 원 O에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B라 하고, $\widehat{AB}$ 위의 한 점 Q에 대하여 $\angle AQB = 115^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기는?



- ① 50° ② 55° ③ 58°
 ④ 60° ⑤ 65°

해설

$$\angle AQB = 115^\circ, \angle AOB = 360^\circ - 230^\circ = 130^\circ$$

$$\square APBO \text{ 에서 } x + 90^\circ + 90^\circ + 130^\circ = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle x = 50^\circ$$

2. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?



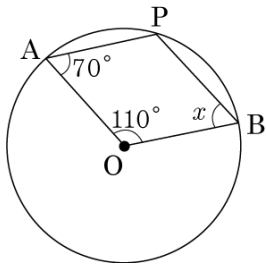
① 55°

② 65°

③ 75°

④ 85°

⑤ 115°



해설

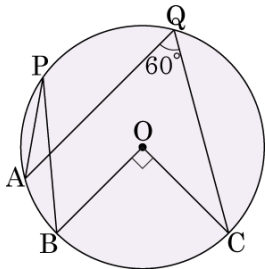
5.0pt $\widehat{AB}$ 에 대한 중심각 : $360^\circ - 110^\circ = 250^\circ$

$$\angle APB = 250^\circ \times \frac{1}{2} = 125^\circ$$

□OAPB 에서

$$\angle PBO = 360^\circ - 70^\circ - 125^\circ - 110^\circ = 55^\circ \text{ 이다.}$$

3. 다음 그림에서 $\angle BOC = 90^\circ$, $\angle AQC = 60^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: °

▶ 정답: 15 °

해설

중심 O 와 A 를 이으면 $\widehat{AC}$ 의 원주각이 60° 이므로 중심각 $\angle AOC = 120^\circ$ 이다.

$$\angle AOB = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$$

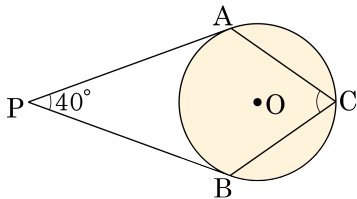
$\widehat{AB}$ 의 중심각 $\angle AOB = 30^\circ$

$\widehat{AB}$ 의 원주각 $\angle APB = 15^\circ$

4. 다음 그림에서 $\angle ACB$ 의 크기를 구하면?

① 50° ② 55° ③ 60°

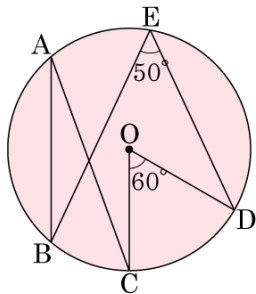
④ 65° ⑤ 70°



해설

$$\begin{aligned}\angle ACB &= \frac{1}{2} \angle AOB \\ &= \frac{1}{2} (360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 40^\circ) \\ &= 70^\circ\end{aligned}$$

5. 다음 그림의 원 O 에서 $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

— °

▶ 정답 : 20 — °

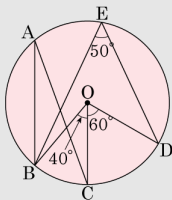
해설

점 B 와 O 를 이으면

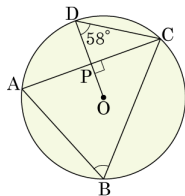
$$\angle BOD = 2 \times 50^\circ = 100^\circ,$$

$$\angle BOC = 100^\circ - 60^\circ = 40^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$$



6. 원의 중심 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 P , $\overline{OP}$ 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 D 라 하자. $\angle ODC = 58^\circ$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°
_

▷ 정답 : $64_\text{°}$

해설

$\overline{OD} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OCD = \angle ODC = 58^\circ$$

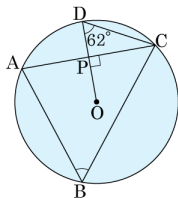
$$\therefore \angle DOC = 180^\circ - 58^\circ \times 2 = 64^\circ$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \angle DOC$$

$$= 64^\circ$$

7. 원의 중심 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 P , $\overline{OP}$ 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 D 라 하자. $\angle ODC = 62^\circ$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▷ 정답 : 56°

해설

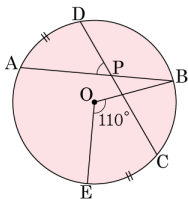
$\overline{OD} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OCD = \angle ODC = 62^\circ$$

$$\therefore \angle DOC = 180^\circ - 62^\circ \times 2 = 56^\circ$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} \times 2 \angle DOC = \angle DOC = 56^\circ$$

8. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AD} = 5.0\text{pt}\widehat{EC}$ 이고, $\angle BOE = 110^\circ$ 일 때, $\angle DPA$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°

▶ 정답 : 55°

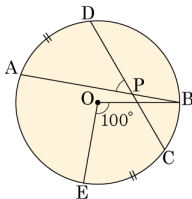
해설

$$\angle BAE = \frac{1}{2} \times 110^\circ = 55^\circ$$

$$5.0\text{pt}\widehat{AD} = 5.0\text{pt}\widehat{EC} \text{ 이므로 } \overline{AE} \parallel \overline{DC}$$

$$\angle DPA = \angle BAE = 55^\circ$$

9. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AD} = 5.0\text{pt}\widehat{EC}$ 이고, $\angle BOE = 100^\circ$ 일 때, $\angle DPA$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답:

°

▶ 정답: 50°

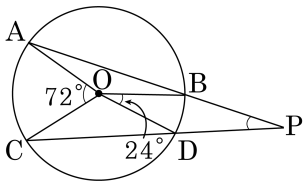
해설

$$\angle BAE = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$$

$$5.0\text{pt}\widehat{AD} = 5.0\text{pt}\widehat{EC} \text{ 이므로 } \overline{AE} \parallel \overline{DC}$$

$$\angle DPA = \angle BAE = 50^\circ$$

10. 다음 그림에서 점 P는 원 O의 두 현 AB, CD의 연장선의 교점이다. $\angle AOC = 72^\circ$, $\angle BOD = 24^\circ$ 일 때, $\angle BPD$ 의 크기는?



① 20°

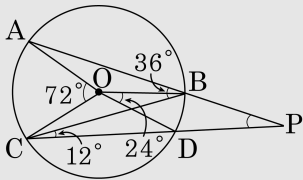
② 22°

③ 23°

④ 24°

⑤ 25°

해설



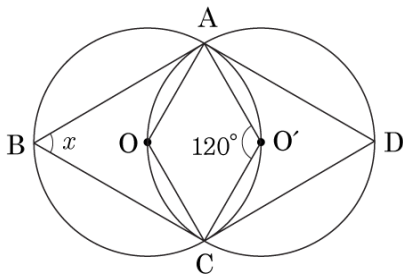
$$\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ, \quad \angle BCD = \frac{1}{2} \times 24^\circ = 12^\circ$$

$$\angle ABC = \angle BCP + \angle BPC \text{ 이므로}$$

$$36^\circ = 12^\circ + \angle BPC$$

$$\therefore \angle BPC = 24^\circ$$

11. 다음 그림과 같이 합동인 두 원 O , O' 이 원의 중심을 지날 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 20°

② 45°

③ 60°

④ 100°

⑤ 120°

해설

$\angle ADC$ 는 $\widehat{AC}$ 의 원주각이므로

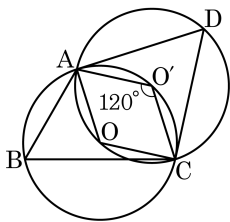
$$\angle ADC = 120^\circ \times \frac{1}{2} = 60^\circ$$

또한 두 원이 합동이기 때문에

$\angle x$ 도 $\widehat{AC}$ 의 원주각으로

$\angle ADC = \angle x = 60^\circ$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 합동인 두 원 O , O' 이 원의 중심을 지날 때, 그림에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

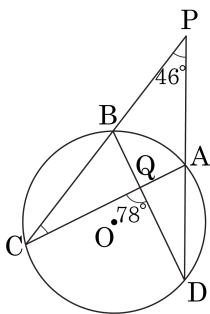


- ① $\square AOCO'$ 은 마름모이다.
- ② $\angle B = 60^\circ$
- ③ $\angle OAO'$ 의 크기는 60° 이다.
- ④ $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 크기는 같다.
- ⑤ $\angle AOC$ 의 크기는 140° 이다.

해설

$$\angle AOC = 120^\circ$$

13. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D는 원 O 위의 점이고, $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 Q, $\overline{BC}$ 의 연장선과 $\overline{AD}$ 의 연장선의 교점을 P라 하자. $\angle CQD = 78^\circ$, $\angle APC = 46^\circ$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기는?



① 10°

② 13°

③ 14°

④ 15°

⑤ 16°

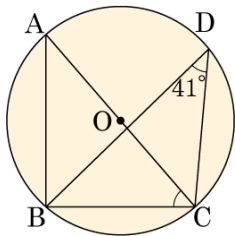
해설

$\angle BCQ = \angle BDA = \angle x$ 라고 하면 $\triangle ACP$ 에서 $\angle CAD = \angle x + 46^\circ$ 이다.

$\triangle AQD$ 에서 한 외각의 크기는 이웃하지 않는 두 내각의 합이므로 $x + (x + 46^\circ) = 78^\circ$ 이다.

$\therefore \angle x = 16^\circ$

14. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 가 원 O의 지름이고, $\angle BDC = 41^\circ$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 49 °

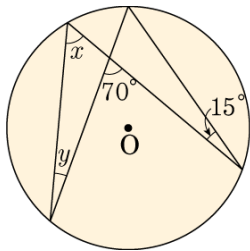
해설

$$\angle ABC = 90^\circ$$

$$\angle BDC = \angle BAC = 41^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - 90^\circ - 41^\circ = 49^\circ$$

15. 다음 그림에서 $\angle x - \angle y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : °

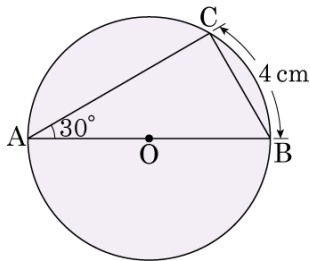
▷ 정답 : 40 °

해설

$$\angle y = 15^\circ, \angle x = 70^\circ - 15^\circ = 55^\circ$$

$$\therefore \angle x - \angle y = 55^\circ - 15^\circ = 40^\circ$$

16. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고, $\angle CAB = 30^\circ$, $5.0\text{pt}\widehat{CB} = 4\text{cm}$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AC}$ 의 길이를 구하여라.



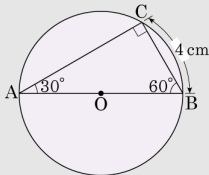
▶ 답 : cm

▶ 정답 : 8 cm

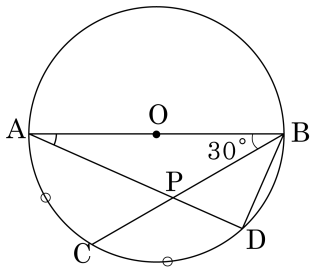
해설

$$4 : 5.0\text{pt}\widehat{AC} = 30^\circ : 60^\circ$$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{AC} = 4 \times \frac{60}{30} = 8\text{ cm}$$



17. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원 O 에서 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$, $\angle ABC = 30^\circ$ 일 때, $\angle BAD$ 의 크기는?



① 20°

② 25°

③ 30°

④ 35°

⑤ 40°

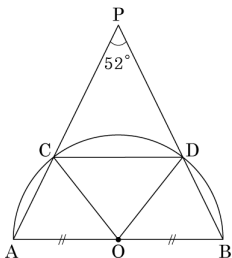
해설

$$5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD} \Rightarrow \angle ABC = \angle CBD = 30^\circ$$

또한 반원에 대한 원주각 $\angle ADB = 90^\circ$ 이므로

$$\therefore \angle BAD = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

18. 다음 그림의 반원 O 에서 $\angle P = 52^\circ$ 일 때, $\angle COD$ 의 크기는?



① 73°

② 74°

③ 75°

④ 76°

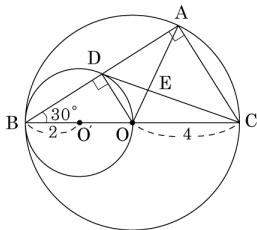
⑤ 77°

해설

$$\angle ADP = 90^\circ, \angle PAD = 38^\circ$$

$$\therefore \angle COD = 2\angle PAD = 2 \times 38^\circ = 76^\circ$$

19. 다음 그림의 원 O의 지름은 8, 원 O'의 지름은 4, $\angle ABC = 30^\circ$ 이다. 이때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① $\frac{\sqrt{7}}{3}$

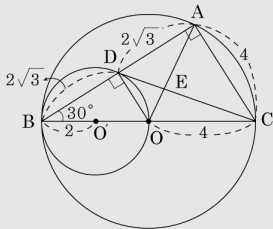
② $\frac{\sqrt{7}}{2}$

③ $\frac{2\sqrt{7}}{3}$

④ $\sqrt{7}$

⑤ $\frac{3\sqrt{7}}{2}$

해설



$\overline{AD} = \overline{BD} = 2\sqrt{3}$, $\overline{BO} = \overline{CO} = 4$ 이므로 점 E 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.

$\triangle ACD$ 에서 $\overline{CD} = 2\sqrt{7}$ 이다.

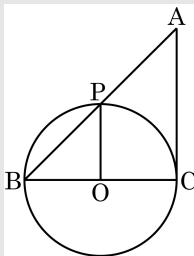
$$\therefore \overline{DE} = 2\sqrt{7} \times \frac{1}{3} = \frac{2\sqrt{7}}{3}$$

20. $\angle C = 90^\circ$, $\overline{AC} = \overline{BC} = 2$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 내부에 있는 한 점 P 가 $\overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \leq 4$ 를 만족하면서 움직일 때, 점 P 가 움직이는 영역의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\pi$

해설

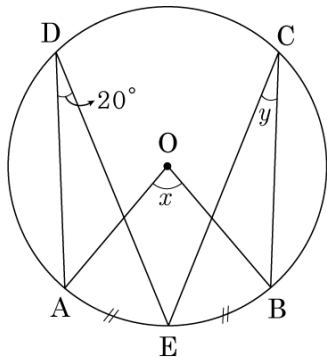


$\overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \leq 4 = \overline{BC}^2$ 이므로 $\triangle PBC$ 는 $\angle P \geq 90^\circ$ 인 삼각형이다.

따라서 위의 그림에서 P 가 움직이는 영역의 넓이는 $\triangle PBO$ + (사분원 POC의 넓이)

$$= \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1 \right) + \left(\frac{1}{4} \times 1^2 \times \pi \right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\pi \text{ 이다.}$$

21. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AE} = 5.0\text{pt}\widehat{EB}$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



① 80°

② 100°

③ 110°

④ 120°

⑤ 130°

해설

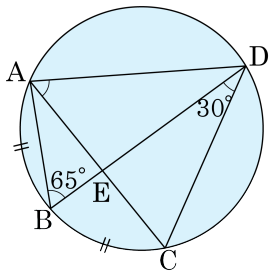
한 원에서 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기가 같으므로

$$\angle y = 20^\circ$$

$5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 에 대한 원주각이 40° 이므로 $\angle x = 80^\circ$

$$\therefore \angle x + \angle y = 100^\circ$$

22. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$,
 $\angle ABD = 65^\circ$, $\angle BDC = 30^\circ$ 일 때, $\angle CAD$
 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▶ 정답 : $55 \quad \quad$

해설

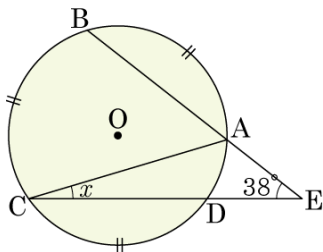
$5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 이므로

$$\angle BAC = \angle ADB = \angle BDC = 30^\circ$$

$\triangle CAD$ 에서

$$\angle CAD = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ + 65^\circ) = 55^\circ$$

23. 다음 그림에서 원 위에 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 인 점 A, B, C, D 를 잡고, 직선 AB 와 직선 CD 의 교점을 E 라 한다. $\angle E = 38^\circ$ 일 때, $\angle ACD$ 의 크기를 구하여라.

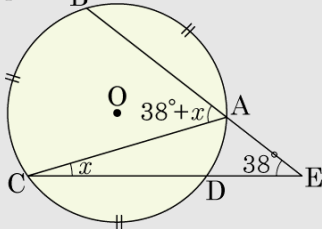


▶ 답: °

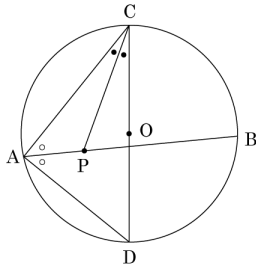
▷ 정답: 16.5 °

해설

$5.0\text{pt}\widehat{AB}$, $5.0\text{pt}\widehat{BC}$, $5.0\text{pt}\widehat{CD}$, $5.0\text{pt}\widehat{AD}$ 의 원주각의 합은 $3(38^\circ + x) + x = 180^\circ$,
 $114^\circ + 3x + x = 180^\circ$
 $4x = 66^\circ$
 $\therefore x = 16.5^\circ$



24. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 원 O 는 $\triangle ADC$ 의 외접원 이고 $\overline{AB}$ 와 $\overline{CP}$ 는 $\angle CAD$ 와 $\angle ACD$ 의 이등분선이다. $\overline{CD}$ 는 원 O 의 지름일 때, $\overline{PB}$ 의 길이를 구하여라.



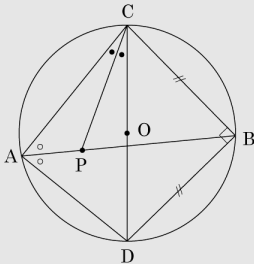
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$ cm

해설

$\triangle ADC$ 에서 $\angle CAD = 90^\circ$ 이므로 $\angle CAB = \angle BAD = 45^\circ$ 이 때, 원주각의 크기가 같으므로 $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5.0\text{pt}\widehat{BD} \therefore \overline{BC} = \overline{BD}$

또한, $\angle CBD = 90^\circ$ 이므로 $\triangle CBD$ 는 직각이등변삼각형이다.
 $\overline{CD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{CB} = 3\sqrt{2}\text{cm}$



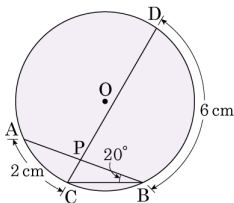
또, $\angle ACP = \angle PCD = a$ 라 하면 $\triangle CPA$ 의 외각의 성질에 의하여 $\angle CPB = 45 + a$

또한, $\angle BCD = 45^\circ$ 이므로 $\angle BCP = 45 + a$

따라서 $\triangle BCP$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{PB} = \overline{CB}$ 이다.

$\therefore \overline{PB} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$

25. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 2\text{cm}$, $5.0\text{pt}\widehat{BD} = 6\text{cm}$, $\angle ABC = 20^\circ$ 일 때, $\angle CPB$ 의 크기는?



① 80°

② 90°

③ 100°

④ 110°

⑤ 120°

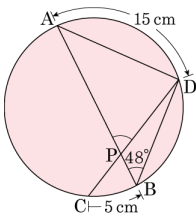
해설

$$2 : 6 = 20^\circ : \angle BCD$$

$$\therefore \angle BCD = 60^\circ$$

$$\therefore \angle CPB = 180^\circ - (20^\circ + 60^\circ) = 100^\circ$$

26. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AD} = 15\text{cm}$, $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5\text{cm}$, $\angle PBD = 48^\circ$ 일 때, $\angle APD$ 의 크기는?



① 48°

② 64°

③ 72°

④ 84°

⑤ 92°

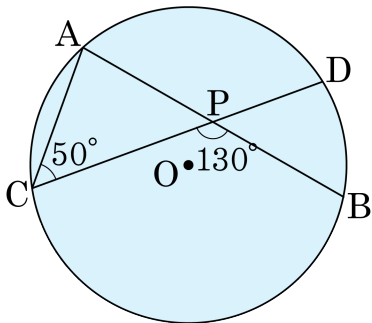
해설

$$5 : 15 = \angle BDC : 48^\circ$$

$$\angle BDC = 16^\circ$$

$$\therefore \angle APD = \angle PBD + \angle PDB = 48^\circ + 16^\circ = 64^\circ$$

27. 다음 그림의 원 O 에서 $5.0\text{pt}\widehat{CB}$ 는 원의 둘레의 길이의 몇 배인지 구하여라.



▶ 답 :

배

▶ 정답 : $\frac{4}{9}$ 배

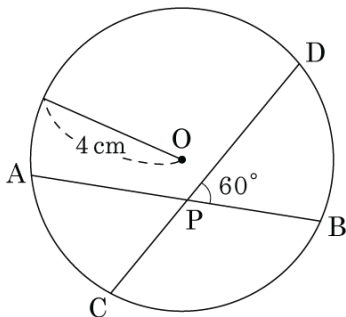
해설

$$\angle CAB = 130^\circ - 50^\circ = 80^\circ$$

$$\angle COB = 2\angle CAB = 160^\circ$$

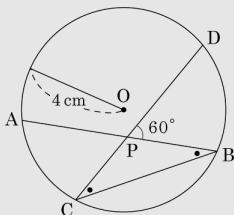
$$5.0\text{pt}\widehat{CB} \text{ 는 원의 둘레의 } \frac{160^\circ}{360^\circ} = \frac{4}{9} \text{ (배)}$$

28. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4cm 인 원 O 에서 $\angle BPD = 60^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 값은?



- ① $\frac{5}{3}\pi\text{cm}$ ② $2\pi\text{cm}$ ③ $\frac{7}{3}\pi\text{cm}$
 ④ $\frac{8}{3}\pi\text{cm}$ ⑤ $3\pi\text{cm}$

해설



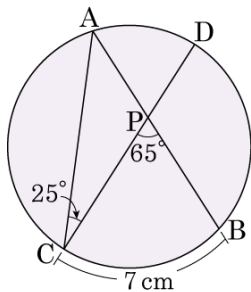
점 C 와 점 B 를 연결하는 보조선을 그으면 $\triangle PCB$ 에서 $\angle PCB + \angle PBC = 60^\circ$,

즉, $5.0\text{pt}\widehat{AC}$, $5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 에 대한 원주각의 합이 60° 이므로 중심각의 합은 120° 이다.

원의 둘레는 $2\pi \times 4 = 8\pi$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD} = 8\pi \times \frac{120}{360} = \frac{8}{3}\pi$$

29. 다음 그림에서 점 P 는 두 현 AB , CD 의 교점이고 $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 7\text{ cm}$, $\angle ACD = 25^\circ$, $\angle BPC = 65^\circ$ 일 때, 이 원의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 31.5 cm

해설

$\triangle ACP$ 에서 $\angle CAB = 65^\circ - 25^\circ = 40^\circ$

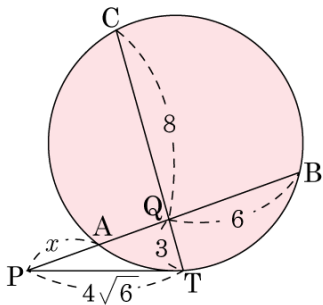
$5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 의 원주각이 40° 이므로 중심각은 80° 이다.

$80^\circ : 360^\circ = 7 : (\text{원주})$

$\therefore (\text{원주}) = \frac{360^\circ \times 7}{80^\circ} = 31.5 \text{ (cm)}$

30. 다음 그림에서 원 밖의 한 점 P에서 그은 접선 PT와 할선 PB가 다음과 같을 때, x 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7



해설

$$\overline{AQ} \times \overline{QB} = \overline{CQ} \times \overline{QT}$$

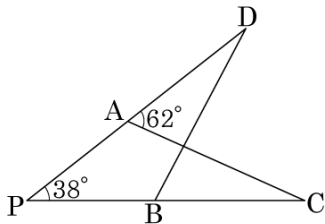
$$\overline{AQ} \times 6 = 8 \times 3 \quad \therefore \overline{AQ} = 4$$

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} \text{ 에서 } (4\sqrt{6})^2 = x(x+10)$$

$$x^2 + 10x - 96 = 0$$

$$(x+16)(x-6) = 0 \quad \therefore x = 6 \quad (\because x > 0)$$

31. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 때, $\angle ADB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 24 °

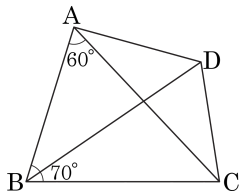
해설

$\triangle APC$ 에서 $\angle ACP = 62^\circ - 38^\circ = 24^\circ$

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle ADB = \angle ACB = 24^\circ$

32. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 가 원에 내접할 때,
 $\angle BDC$ 의 크기는?



① 50°

② 55°

③ 60°

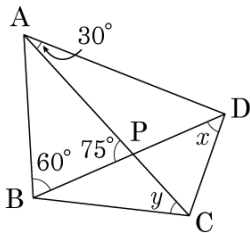
④ 65°

⑤ 70°

해설

$$\angle BDC = \angle BAC = 60^\circ (\because \widehat{BC} \text{의 원주각})$$

33. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답: °

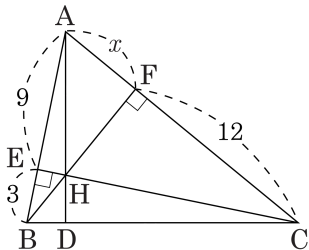
▶ 정답: 90°

해설

$\angle BAC = \angle BDC = x^\circ$ 이므로 $x^\circ = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ) = 45^\circ$
 $\angle DAC = \angle DBC = 30^\circ$ 이므로 $y^\circ = 180^\circ - (45^\circ + 60^\circ + 30^\circ) = 45^\circ$

$$\therefore x + y = 45 + 45 = 90$$

34. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답 : 6

해설

점 E, B, C, F 는 한 원 위에 있고 직선 AB, AC 는 할선이 된다.

$$9 \times 12 = x(x + 12)$$

$$108 = x^2 + 12x, x^2 + 12x - 108 = 0$$

$$(x + 18)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = 6 \ (\because x > 0)$$