

1. 방정식 $|x + 5| = 1$ 를 만족하는 x 의 값들의 합은?

① -9

② -10

③ -11

④ -12

⑤ -13

해설

$$|x + 5| = 1$$

$$\Rightarrow x + 5 = 1 \text{ 또는 } x + 5 = -1$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = -6$$

2. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 - x - (k + 7) = 0$ 의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하면?(단 k 는 상수)

① -2

② $-\frac{5}{3}$

③ $-\frac{4}{3}$

④ -1

⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

방정식에 $x = 2$ 를 대입하면

$$k \cdot 2^2 - 2 - (k + 7) = 0$$

$$4k - 2 - k - 7 = 0, 3k = 9,$$

$$\therefore k = 3$$

$$3x^2 - x - 10 = 0, (3x + 5)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 2, -\frac{5}{3}$$

3. 이차방정식 $x^2 - 2x + m = 0$ 이 허근을 가질 때, 실수 m 의 범위를 구하면?

① $m < 1$

② $-1 < m < 1$

③ $m < -1$ 또는 $m > 1$

④ $m > 1$

⑤ $m > -1$

해설

주어진 이차방정식이 허근을 가지려면

$$D/4 = 1 - m < 0$$

$$\therefore m > 1$$

4. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\alpha + \beta = \frac{6}{2} = 3, \alpha\beta = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 3 \times \frac{2}{3} = 2$$

5. 한 근이 $1 - i$ 인 이차방정식이 $x^2 + ax + b = 0$ 일 때, 실수 $a + b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 $1 - i$ 이면 다른 한 근은 $1 + i$ 이다.

두 근의 합 : 2,

두 근의 곱 : 2

$\therefore a = -2, b = 2$

6. 이차방정식 $x^2 - 2x + a + 1 = 0$ 의 두 근이 서로 다른 부호의 실근을 가질 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < -1$

해설

$$(\text{두 근의 곱}) = a + 1 < 0 \quad \therefore a < -1$$

7. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든 x 에 대해 성립하려면

$$a^2 - 4a + 3 = 0, \quad a - 1 = 0$$

$$\text{공통근} : a = 1$$

8. 방정식 $|x-3| + |x-4| = 2$ 의 해의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

i) $x < 3$ 일 때,

$$-(x-3) - (x-4) = 3, -2x = -5$$

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$

ii) $3 \leq x < 4$ 일 때

$$(x-3) - (x-4) = 2, 0 \cdot x = 1$$

$\therefore$ 해가 없다.

iii) $x \geq 4$ 일 때

$$x-3 + x-4 = 2, 2x = 9$$

$$\therefore x = \frac{9}{2}$$

따라서 $x = \frac{5}{2}, \frac{9}{2}$ 이고 그 합은 7

9. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - 2mx + (m+2) = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 m 의 값과 그 때의 중근을 α 라 할 때, $m + \alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

주어진 방정식이 이차방정식이므로 $m \neq 1$ 이고, x 의 계수가 $2m$ 이므로

$$\frac{D}{4} = m^2 - (m-1)(m+2) = 0$$

정리하면, $-m + 2 = 0 \quad \therefore m = 2$

$m = 2$ 를 준식에 대입하면

$$x^2 - 4x + 4 = 0, (x-2)^2 = 0$$

$\therefore x = 2$ (중근 α)

$$\therefore m + \alpha = 2 + 2 = 4$$

10. 이차방정식 $x^2 + 2x + k - 3 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k 의 최대값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

서로 다른 두 실근을 갖으려면 판별식이 0보다 커야 한다.

$$D' = 1^2 - (k - 3) > 0$$

$$\therefore k < 4$$

$\therefore$ 최대값은 3 ($\because k$ 는 정수)

11. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(k - a)x + k^2 + b - 3 = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 상수 a, b 의 값은?

① $a = 1, b = 2$

② $a = 0, b = 3$

③ $a = -1, b = 2$

④ $a = 0, b = 2$

⑤ $a = -1, b = 3$

해설

중근을 가지려면, 판별식이 0이다.

$$D' = (k - a)^2 - (k^2 + b - 3) = 0$$

$$\Rightarrow -2ak + a^2 - b + 3 = 0$$

모든 k 에 대해 성립하려면

$$-2a = 0, a^2 - b + 3 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 3$$

12. $x^2 - px + q = 0$ 의 두 근이 α, β 이다. $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 2$ 일 때 $p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 근의 합이 3이므로 $p = 3$,
두 근의 곱이 2이므로 $q = 2$ 이다.
따라서 $p^2 + q^2 = 9 + 4 = 13$

13. 이차식 $2x^2 - 4x + 3$ 을 복소수 범위에서 인수분해하면?

① $(x - 3)(2x + 1)$

② $2 \left(x - 1 - \frac{\sqrt{2}i}{2} \right) \left(x - 1 + \frac{\sqrt{2}i}{2} \right)$

③ $(x + 3)(2x - 1)$

④ $2 \left(x + 1 - \frac{\sqrt{2}i}{2} \right) \left(x - 1 + \frac{\sqrt{2}i}{2} \right)$

⑤ $2 \left(x - 1 - \frac{\sqrt{2}i}{2} \right) \left(x + 1 + \frac{\sqrt{2}i}{2} \right)$

해설

$$a = 2, b' = -2, c = 3$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 6}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{2}i}{2} = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$\therefore 2 \left(x - 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}i \right) \left(x - 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}i \right)$$

14. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 공식을 유도하는 과정이다. (가), (나), (다)에 알맞은 식을 차례대로 쓰면?

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c = 0 &\leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \\
 &\leftrightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + (\quad) = -\frac{c}{a} + (\text{가}) \\
 &\leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{(\text{나})}{4a^2} \\
 &\leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \frac{(\text{다})}{2a}
 \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}, b^2 - 4ac, \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$
 ② $\frac{b}{2a}, \sqrt{b^2 - 4ac}, b^2 - 4ac$
 ③ $\frac{b}{2a}, b^2 - 4ac, \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$
 ④ $\frac{b^2}{4a^2}, \sqrt{b^2 - 4ac}, b^2 - 4ac$
 ⑤ $\frac{b}{a}, \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac, \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac}$

해설

(가) 좌변을 제곱 꼴로 만들려 하는 것이므로 $(x + \frac{b}{2a})^2 =$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$(나) -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{4ac}{4a^2} + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$(다) \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

15. $a^2 - 3a + 1 = 0$ 일 때, $a^2 - 2a + \frac{3}{a^2 + 1}$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$a^2 - 3a + 1 = 0$ 에서

$$a^2 - 2a + \frac{3}{a^2 + 1} = a - 1 + \frac{3}{3a} = a + \frac{1}{a} - 1$$

한편, $a^2 - 3a + 1 = 0$ 의 양변을 a 로 나누면

$$a - 3 + \frac{1}{a} = 0 \quad \therefore a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\therefore (\text{준식}) = \left(a + \frac{1}{a}\right) - 1 = 2$$

16. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이를 나타낼 때, $(a+b)x^2 + 2cx + a-b$ 는 x 의 완전제곱식이다. 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형

② $a = b$ 인 이등변삼각형

③ $b = c$ 인 이등변삼각형

④ a 가 빗변인 직각삼각형

⑤ c 가 빗변인 직각삼각형

해설

a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이므로

$$a > 0, b > 0, c > 0$$

따라서, $a + b > 0$ 이므로 준식은 이차식이다.

준식이 완전제곱식이 되려면

$$\text{판별식 } D = 0$$

$$\frac{D}{4} = c^2 - (a+b)(a-b) = 0$$

$$\text{정리하면, } c^2 - a^2 + b^2 = 0$$

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2$$

따라서, a 가 빗변인 직각삼각형

17. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2k^2 - k = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, k 의 값을 구하면?

① $\frac{3}{2}, -1$

② $-\frac{3}{2}, 1$

③ $\frac{3}{2}, 1$

④ $\frac{1}{2}, -3$

⑤ $-\frac{1}{2}, 3$

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 에서 두근의 차는 $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$

∴ 주어진 방정식의 두근의 차는

$$\sqrt{16 - 8k^2 + 4k} = 2$$

$$4k - 8k^2 + 16 = 4$$

$$2k^2 - k - 3 = 0$$

$$(k + 1)(2k - 3) = 0$$

$$\therefore k = -1 \text{ 또는 } \frac{3}{2}$$

18. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, x 에 대한 이차방정식 $x^2 - bx + a = 0$ 의 두 근을 $\alpha + 1, \beta + 1$ 이라 한다. 이 때, 상수 a, b 의 곱은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = b \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또, $x^2 - bx + a = 0$ 의 두 근이 $\alpha + 1, \beta + 1$ 이므로

$$(\alpha + 1) + (\beta + 1) = b, (\alpha + 1)(\beta + 1) = a$$

$$\text{즉, } \alpha + \beta + 2 = b, \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = a \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \text{을 } \textcircled{㉡} \text{에 대입하면 } -a + 2 = b, b - a + 1 = a$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore ab = 1$$

19. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 2, 곱이 3일 때, 이차방정식 $f(2x+1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$f(\alpha) = 0, f(\beta) = 0$ 이고 조건에서

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$$

$f(2x+1) = 0$ 에서

$$2x+1 = \alpha \quad \text{또는} \quad 2x+1 = \beta$$

$$\therefore x = \frac{\alpha-1}{2} \quad \text{또는} \quad x = \frac{\beta-1}{2}$$

따라서 $f(2x+1) = 0$ 의 근은 $\frac{\alpha-1}{2}, \frac{\beta-1}{2}$

$$\text{이때 두 근의 합} \quad \frac{\alpha-1}{2} + \frac{\beta-1}{2}$$

$$= \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{2 - 2}{2} = 0$$

20. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 b 를 잘못 보아 두 근 $\frac{1}{2}, 4$ 를 얻었고, c 를 잘못 보아 $-1, 4$ 의 두 근을 얻었다. 이 때, 옳은 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

(i) b 를 잘못 본 경우

a 와 c 는 옳으므로 두 근의 곱은

$$\frac{1}{2} \cdot 4 = \frac{c}{a} \quad \therefore c = 2a$$

(ii) c 를 잘못 본 경우

a 와 b 는 옳으므로 두 근의 합은

$$-1 + 4 = 3 = -\frac{b}{a} \quad \therefore b = -3a$$

(i), (ii)에서 주어진 방정식은

$$ax^2 - 3ax + 2a = 0$$

$$a \neq 0 \text{ 이므로 } x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x-1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 근의 합은 3이다.