

1. $\frac{1}{\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x}} + \frac{1}{\sqrt{2x+1}+\sqrt{2x}}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{2\sqrt{2x+1}}$

② $\frac{1}{\sqrt{2x+1}}$

③ $\frac{2x}{\sqrt{2x+1}}$

④ $2\sqrt{2x}$

⑤ $2\sqrt{2x+1}$

해설

(주어진 식)

$$= \frac{(\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x}) + (\sqrt{2x+1} - \sqrt{2x})}{(\sqrt{2x+1} - \sqrt{2x})(\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x})}$$

$$= \frac{2\sqrt{2x+1}}{(2x+1) - 2x}$$

$$= 2\sqrt{2x+1}$$

2. $x = 2 + \sqrt{3}$ 일 때, $x^3 - 2x^2 + 3x + 4$ 의 값은?

① $11 + 5\sqrt{3}$

② $11 + 10\sqrt{3}$

③ $22 + 5\sqrt{3}$

④ $22 + 10\sqrt{3}$

⑤ $22 + 15\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}x &= 2 + \sqrt{3} \text{에서 } x - 2 = \sqrt{3} \\ \text{양변을 제곱하면} \\ x^2 - 4x + 4 &= 3 \quad \therefore x^2 - 4x + 1 = 0 \\ x^3 - 2x^2 + 3x + 4 \\ &= (x + 2)(x^2 - 4x + 1) + 10x + 2 \\ &= 10x + 2 \\ &= 10(2 + \sqrt{3}) + 2 \\ &= 22 + 10\sqrt{3}\end{aligned}$$

3. 함수 $y = \frac{x+1}{x-2}$ 의 그래프에서 점근선의 방정식을 $x = a$, $y = b$ 라 할 때, 함수 $y = \sqrt{ax+b}$ 의 역함수의 최솟값을 구하면?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$y = \frac{x+1}{x-2} = 1 + \frac{3}{x-2}$$

$$\therefore \text{점근선은 } x = 2, y = 1$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

$$y = \sqrt{2x+1} \text{ 의 } \left(x \geq -\frac{1}{2}\right) \text{ 역함수는}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} \quad (x \geq 0)$$

$$\therefore \text{최솟값은 } -\frac{1}{2}$$

4. 함수 $y = \sqrt{2x-4} + b$ 의 정의역이 $\{x \mid x \geq a\}$ 이고, 치역이 $\{y \mid y \geq -3\}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

① -6 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 6

해설

$$2x - 4 \geq 0 \text{ 에서 } 2x \geq 4$$

$$\therefore x \geq 2$$

주어진 함수의 정의역이 $\{x \mid x \geq 2\}$ 이므로

$$a = 2$$

함수 $y = \sqrt{2x-4} + b$ 의 치역은 $\{y \mid y \geq b\}$ 이므로 $b = -3$

$$\therefore ab = -6$$

5. $y = \sqrt{4x-12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 α , y 축으로 β 만큼 평행이동한 것이다. $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼
평행이동한 그래프의 함수이다.
즉, $\alpha = 3, \beta = 5$
 $\therefore \alpha + \beta = 8$

6. 다음 함수 중 그 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나는 것은?

- ① $y = -\sqrt{1-x}$
- ② $y = \sqrt{2x+4}-3$
- ③ $y = -\sqrt{2x+3}+3$
- ④ $y = \sqrt{1-4x}+5$
- ⑤ $y = -\sqrt{6-2x}-1$

해설

① 제 3, 4 사분면을 지난다.

A coordinate plane showing the graph of the function $y = -\sqrt{1-x}$. The curve starts at the point (1, 0) on the x-axis and extends downwards and to the left into the third and fourth quadrants. The x-axis is labeled with 1, and the y-axis is labeled with -1. The origin is marked with O.

$y = -\sqrt{1-x}$

② 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.

A coordinate plane showing the graph of the function $y = \sqrt{2x+4}-3$. The curve starts at the point (-2, -3) and extends upwards and to the right, passing through the third, fourth, and first quadrants. The x-axis is labeled with 0, and the y-axis is labeled with -2, -1, and -3. A dashed vertical line is drawn at x = -2. The origin is marked with O.

$y = \sqrt{2x+4}-3$

③ 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

A coordinate plane showing the graph of the function $y = -\sqrt{2x+3}+3$. The curve starts at the point (-1.5, 3) and extends downwards and to the right, passing through the second, third, and fourth quadrants. The x-axis is labeled with 0, and the y-axis is labeled with 3 and -3/2. A dashed vertical line is drawn at x = -1.5. The origin is marked with O.

$y = -\sqrt{2x+3}+3$

④ 제 1, 2 사분면을 지난다.

A coordinate plane showing the graph of the function $y = \sqrt{1-4x}+5$. The curve starts at the point (0, 6) on the y-axis and extends to the left into the second quadrant. The x-axis is labeled with 0 and 1/4, and the y-axis is labeled with 6 and 5. A dashed vertical line is drawn at x = 1/4. The origin is marked with O.

$y = \sqrt{1-4x}+5$

⑤ 제 3, 4 사분면을 지난다.

A coordinate plane showing the graph of the function $y = -\sqrt{6-2x}-1$. The curve starts at the point (3, -1) on the x-axis and extends downwards and to the left into the third and fourth quadrants. The x-axis is labeled with 3, and the y-axis is labeled with -1. The origin is marked with O.

$y = -\sqrt{6-2x}-1$

따라서 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나는 것은 ②이다.

7. $1 \leq x \leq 5$ 에서 함수 $y = -\sqrt{3x+1} + 4$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = -\sqrt{3x+1} + 4 = -\sqrt{3\left(x + \frac{1}{3}\right)} + 4$$

주어진 함수의 그래프는 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{3}$ 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

$x = 1$ 일 때, 최댓값 $a = -\sqrt{3+1} + 4 = 2$

$x = 5$ 일 때, 최솟값 $b = -\sqrt{15+1} + 4 = 0$

$\therefore a - b = 2 - 0 = 2$

8. $x > 2$ 에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$f(x) = \sqrt{x-2} + 2, g(x) = \frac{1}{x-2} + 2$ 일 때, $(f \circ g)(3) + (g \circ f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$$

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$$

$$\therefore (f \circ g)(3) + (g \circ f)(3) = 6$$

9. 함수 $y = -\sqrt{a-x} + b$ 의 정의역이 $\{x \mid x \leq 4\}$ 이고, 그래프가 점 $(-5, 2)$ 를 지날 때, 이 함수의 치역은?

- ① $\{y \mid y \geq 1\}$ ② $\{y \mid y \leq 3\}$ ③ $\{y \mid y \geq 3\}$
④ $\{y \mid y \leq 5\}$ ⑤ $\{y \mid y \geq 5\}$

해설

$a - x \geq 0$ 에서 $x \leq a$

$\therefore a = 4$

$y = -\sqrt{4-x} + b$ 의 그래프가 점 $(-5, 2)$ 를 지나므로 $2 = -\sqrt{4-(-5)} + b$

$\therefore b = 5$

따라서 주어진 함수의 치역은 $\{y \mid y \leq 5\}$

10. 함수 $y = a\sqrt{x}$ 에 대하여 옳지 않은 것을 모두 고른 것은? (단, $a \neq 0$)

- ㉠ 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$ 이다.

㉡ $a > 0$ 이면 제 2 사분면을 지난다.

㉢ $y = a\sqrt{-x}$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

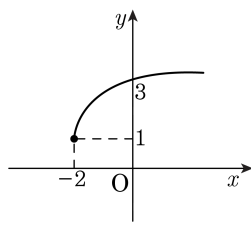
해설

㉡ $a > 0$ 이면 제 1 사분면을 지난다.

㉢ $y = a\sqrt{-x}$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

따라서 옳지 않은 것은 ㉡, ㉢ 이다.

11. 무리함수 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

주어진 그래프는 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축으로 -2 만큼, y 축으로 1 만큼 평행이동한 것과 같으므로 $y = \sqrt{a(x+2)} + 1$

또, 점 $(0, 3)$ 을 지나므로

$$3 = \sqrt{2a} + 1, \quad \sqrt{2a} = 2$$

$$\therefore a = 2$$

따라서 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1 = \sqrt{2x+4} + 1$ 이고,

이것이 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 와 일치하므로

$$a = 2, \quad b = 4, \quad c = 1$$

$$\therefore a + b + c = 7$$

12. 무리함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 두 점 (2, 2), (3, 6)을 잇는 선분과 만나도록 하는 정수 k 의 개수를 구하여라.

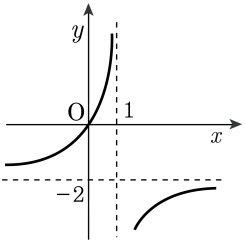
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 11개

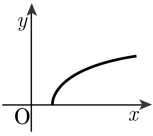
해설

함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 (2, 2)를 지날 때
 $2 = \sqrt{2k}, \quad 2k = 4$
 $\therefore k = 2$
또, 함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 (3, 6)을 지날 때
 $6 = \sqrt{3k}, \quad 3k = 36$
 $\therefore k = 12$
따라서 구하는 실수 k 의 값의 범위는
 $2 \leq k \leq 12$ 이므로
정수 k 는 2, 3, 4, $\dots$, 12의 11개다.

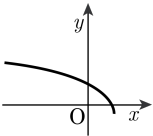
13. 함수 $y = \frac{bx+c}{ax-1}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프의 개형은?



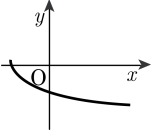
①



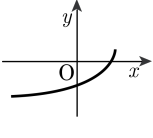
②



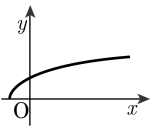
③



④



⑤



해설

점근선이 $x = 1, y = -2$ 이므로

$$y = \frac{k}{x-1} - 2 \dots \textcircled{1}$$

①이 원점을 지나므로 $(0, 0)$ 을 대입하면,

$$\therefore k = -2$$

$$y = \frac{-2}{x-1} - 2 = \frac{-2x}{x-1}$$

따라서 $a = 1, b = -2, c = 0$

$$\therefore y = \sqrt{ax+b}+c = \sqrt{x-2}$$

따라서 개형은 ①이다.