

1. $\frac{1}{\sqrt{2x+1} - \sqrt{2x}} + \frac{1}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x}}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{2\sqrt{2x+1}}$

② $\frac{1}{\sqrt{2x+1}}$

③ $\frac{2x}{\sqrt{2x+1}}$

④ $2\sqrt{2x}$

⑤ $2\sqrt{2x+1}$

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{(\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x}) + (\sqrt{2x+1} - \sqrt{2x})}{(\sqrt{2x+1} - \sqrt{2x})(\sqrt{2x+1} + \sqrt{2x})} \\ &= \frac{2\sqrt{2x+1}}{(2x+1) - 2x} \\ &= 2\sqrt{2x+1} \end{aligned}$$

2. $x = 2 + \sqrt{3}$ 일 때, $x^3 - 2x^2 + 3x + 4$ 의 값은?

① $11 + 5\sqrt{3}$

② $11 + 10\sqrt{3}$

③ $22 + 5\sqrt{3}$

④ $22 + 10\sqrt{3}$

⑤ $22 + 15\sqrt{3}$

해설

$$x = 2 + \sqrt{3} \text{ 에서 } x - 2 = \sqrt{3}$$

양변을 제곱하면

$$x^2 - 4x + 4 = 3 \quad \therefore x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x^3 - 2x^2 + 3x + 4$$

$$= (x + 2)(x^2 - 4x + 1) + 10x + 2$$

$$= 10x + 2$$

$$= 10(2 + \sqrt{3}) + 2$$

$$= 22 + 10\sqrt{3}$$

3. 함수 $y = \frac{x+1}{x-2}$ 의 그래프에서 점근선의 방정식을 $x = a$, $y = b$ 라 할 때, 함수 $y = \sqrt{ax+b}$ 의 역함수의 최솟값을 구하면?

① -1

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$y = \frac{x+1}{x-2} = 1 + \frac{3}{x-2}$$

$$\therefore \text{점근선은 } x = 2, y = 1$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

$$y = \sqrt{2x+1} \text{ 의 } \left(x \geq -\frac{1}{2}\right) \text{ 역함수는}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} \quad (x \geq 0)$$

$$\therefore \text{최솟값은 } -\frac{1}{2}$$

4. 함수 $y = \sqrt{2x-4} + b$ 의 정의역이 $\{x \mid x \geq a\}$ 이고, 치역이 $\{y \mid y \geq -3\}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

① -6

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 6

해설

$$2x - 4 \geq 0 \text{ 에서 } 2x \geq 4$$

$$\therefore x \geq 2$$

주어진 함수의 정의역이 $\{x \mid x \geq 2\}$ 이므로

$$a = 2$$

함수 $y = \sqrt{2x-4} + b$ 의 치역은 $\{y \mid y \geq b\}$ 이므로 $b = -3$

$$\therefore ab = -6$$

5. $y = \sqrt{4x - 12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 α , y 축으로 β 만큼 평행이동한 것이다. $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼
평행이동한 그래프의 함수이다.
즉, $\alpha = 3$, $\beta = 5$
 $\therefore \alpha + \beta = 8$

6. 다음 함수 중 그 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나는 것은?

① $y = -\sqrt{1-x}$

② $y = \sqrt{2x+4} - 3$

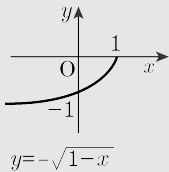
③ $y = -\sqrt{2x+3} + 3$

④ $y = \sqrt{1-4x} + 5$

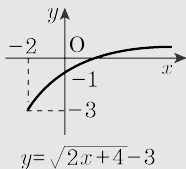
⑤ $y = -\sqrt{6-2x} - 1$

해설

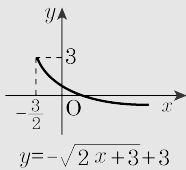
① 제 3, 4 사분면을 지난다.



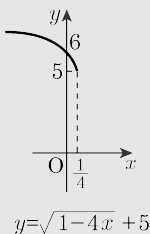
② 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.



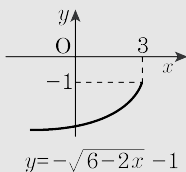
③ 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.



④ 제 1, 2 사분면을 지난다.



⑤ 제 3, 4 사분면을 지난다.



따라서 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나는 것은 ②이다.

7. $1 \leq x \leq 5$ 에서 함수 $y = -\sqrt{3x+1} + 4$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$y = -\sqrt{3x+1} + 4 = -\sqrt{3\left(x + \frac{1}{3}\right)} + 4$$

주어진 함수의 그래프는 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{3}$ 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

$$x = 1 \text{ 일 때, 최댓값 } a = -\sqrt{3+1} + 4 = 2$$

$$x = 5 \text{ 일 때, 최솟값 } b = -\sqrt{15+1} + 4 = 0$$

$$\therefore a - b = 2 - 0 = 2$$

8. $x > 2$ 에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$f(x) = \sqrt{x-2} + 2$, $g(x) = \frac{1}{x-2} + 2$ 일 때, $(f \circ g)(3) + (g \circ f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$$

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$$

$$\therefore (f \circ g)(3) + (g \circ f)(3) = 6$$

9. 함수 $y = -\sqrt{a-x} + b$ 의 정의역이 $\{x \mid x \leq 4\}$ 이고, 그래프가 점 $(-5, 2)$ 를 지날 때, 이 함수의 치역은?

① $\{y \mid y \geq 1\}$

② $\{y \mid y \leq 3\}$

③ $\{y \mid y \geq 3\}$

④ $\{y \mid y \leq 5\}$

⑤ $\{y \mid y \geq 5\}$

해설

$$a - x \geq 0 \text{ 에서 } x \leq a$$

$$\therefore a = 4$$

$$y = -\sqrt{4-x} + b \text{ 의 그래프가 점 } (-5, 2) \text{ 를 지나므로 } 2 = -\sqrt{4-(-5)} + b$$

$$\therefore b = 5$$

따라서 주어진 함수의 치역은 $\{y \mid y \leq 5\}$

10. 함수 $y = a\sqrt{x}$ 에 대하여 옳지 않은 것을 모두 고른 것은? (단, $a \neq 0$)

㉠ 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$ 이다.

㉡ $a > 0$ 이면 제 2 사분면을 지난다.

㉢ $y = a\sqrt{-x}$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

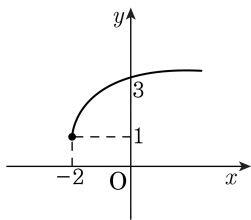
해설

㉡ $a > 0$ 이면 제 1 사분면을 지난다.

㉢ $y = a\sqrt{-x}$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

따라서 옳지 않은 것은 ㉡, ㉢ 이다.

11. 무리함수 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

주어진 그래프는 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축으로 -2 만큼, y 축으로 1 만큼 평행이동한 것과 같으므로 $y = \sqrt{a(x+2)} + 1$
또, 점 $(0, 3)$ 을 지나므로

$$3 = \sqrt{2a} + 1, \quad \sqrt{2a} = 2$$

$$\therefore a = 2$$

따라서 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1 = \sqrt{2x+4} + 1$ 이고,

이것이 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 와 일치하므로

$$a = 2, \quad b = 4, \quad c = 1$$

$$\therefore a + b + c = 7$$

12. 무리함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 두 점 $(2, 2)$, $(3, 6)$ 을 잇는 선분과 만나도록 하는 정수 k 의 개수를 구하여라.



답:

개



정답: 11 개

해설

함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 $(2, 2)$ 를 지날 때

$$2 = \sqrt{2k}, \quad 2k = 4$$

$$\therefore k = 2$$

또, 함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 $(3, 6)$ 을 지날 때

$$6 = \sqrt{3k}, \quad 3k = 36$$

$$\therefore k = 12$$

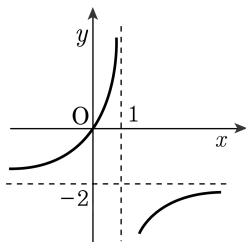
따라서 구하는 실수 k 의 값의 범위는

$$2 \leq k \leq 12 \text{ 이므로}$$

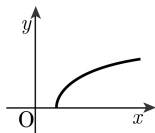
정수 k 는 2, 3, 4, $\dots$, 12 의 11 개다.

13.

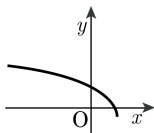
함수 $y = \frac{bx+c}{ax-1}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프의 개형은?



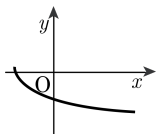
①



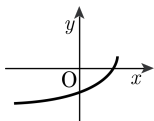
②



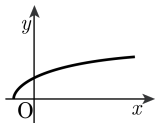
③



④



⑤



해설

점근선이 $x=1$, $y=-2$ 이므로

$$y = \frac{k}{x-1} - 2 \cdots \textcircled{7}$$

⑦이 원점을 지나므로 $(0, 0)$ 을 대입하면,

$$\therefore k = -2$$

$$y = \frac{-2}{x-1} - 2 = \frac{-2x}{x-1}$$

따라서 $a=1$, $b=-2$, $c=0$

$$\therefore y = \sqrt{ax+b}+c = \sqrt{x-2}$$

따라서 개형은 ①이다.