

1. $2^a = 8$, $6^2 = b$ 를 만족하는 자연수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = 36$

해설

$2^1 = 2$, $2^2 = 2 \times 2 = 4$, $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ 이므로 $a = 3$ 이다.
 $6^2 = 6 \times 6 = 36$ 이므로 $b = 36$ 이다.

2. 두 수 30, 75의 공약수가 x 의 약수라 할 때, x 의 값을 구하면?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

구하고자 하는 x 는 30과 75의 최대공약수와 같다.

$30 = 2 \times 3 \times 5$, $75 = 3 \times 5^2$ 이므로

30과 75의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$ 이다.

$\therefore x = 15$

3. 16, 42, 54 의 최소공배수는?

① 2×3

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ $2^3 \times 3^3$

⑤ $2^4 \times 3^3 \times 7$

해설

$16 = 2^4$, $42 = 2 \times 3 \times 7$, $54 = 2 \times 3^3$ 이므로
최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 7$ 이다.

4. $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수인 것은?

① 2×3

② $2^3 \times 7$

③ 3^2

④ $3 \times 5 \times 7$

⑤ $2^2 \times 5 \times 7$

해설

①, ③, ④ : 소인수 3 이 들어있다.

② : 2 의 지수가 문제의 수보다 크다.

5. 다음 중 약수의 개수가 다른 것은?

① $2^3 \times 3^2$

② 11^{11}

③ $3^2 \times 5 \times 7^2$

④ 5×7^5

⑤ $2 \times 3 \times 7^2$

해설

① $(3 + 1) \times (2 + 1) = 4 \times 3 = 12$ (개)

② $11 + 1 = 12$ (개)

③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 3 \times 2 \times 3 = 18$ (개)

④ $(1 + 1) \times (5 + 1) = 2 \times 6 = 12$ (개)

⑤ $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 2 \times 2 \times 3 = 12$ (개)

6. 15 이하의 자연수 중에서 12 와 서로소인 자연수의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

15 이하의 자연수 중에서 12 와 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면 1, 5, 7, 11, 13 의 5 개이다. 따라서 15 이하의 자연수 중에서 12 와 서로소인 자연수는 모두 5 개이다.

7. 다음 두 자연수의 최소공배수가 288 일 때, 최대공약수를 구하여라.

$$8 \times a, 12 \times a$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$$\begin{array}{r} 8 \times a = 2^3 \times a \\ 12 \times a = 2^2 \times 3 \times a \\ \hline \end{array}$$

$$\text{최대공약수 : } 2^3 \times 3 \times a = 96$$

$$\text{최소공배수 : } 2^2 \times a$$

$$a = 288 \div 8 \div 3 = 12$$

따라서 최대공약수는 $2^2 \times a = 48$ 이다.

8. 자연수 x 를 소인수분해 했을 때 나타나는 소인수들의 합을 기호 $S(x)$ 로 나타내기로 할 때, 어떤 자연수 m 을 소인수분해 하면 세 종류의 소인수가 나타나고, $S(m) = 12$ 라고 한다. 이 때, 이를 만족하는 m 의 값의 합을 구하여라.

(예를 들면, $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 이므로 $S(72) = 2 + 2 + 2 + 3 + 3 = 12$ 가 된다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 102

해설

세 종류의 소수의 합이 12 이하인 경우는
(2, 3, 5), (2, 3, 7) 의 두 가지 경우이다.

$S(m) = 2 + 2 + 3 + 5$ 또는 $S(m) = 2 + 3 + 7$ 이므로 $m = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$ 또는 $m = 2 \times 3 \times 7 = 42$

따라서 $60 + 42 = 102$ 이다.

9. 다음 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2$, $2^5 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 다음 중 자연수 a 가 될 수 없는 것은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

2^a 와 2^5 의 최소공배수가 2^5 이므로 a 는 5 이하의 수가 되어야 한다.

또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 된다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5 이다.

10. 100 이하의 자연수를 100으로 나누었을 때 기약분수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 40 개

해설

$100 = 2^2 \times 5^2$ 이므로 1에서 100까지의 자연수 중 2, 5의 배수를 제외한 수를 구하면된다. 2의 배수는 50개, 5의 배수는 20개, 10의 배수는 10개이므로

$100 - (50 + 20 - 10) = 40$ (개)이다.