

1. 다음 중 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^4$ 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① 2, 3, 5

② 2, 3, 7

③ 2, 3, 5, 7

④ $2^2, 3^2, 5^2, 7^2$

⑤ $2^3, 3^2, 5, 7^4$

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^4$ 이므로 소인수는 2, 3, 5, 7이다.

2. $2^5 \times 3^2 \times 5^2$, 108 의 최대공약수는?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $2^2 \times 3 \times 5^2$

④ $2^3 \times 3^2$

⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다른 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$\therefore 2^5 \times 3^2 \times 5^2$, $108 = 2^2 \times 3^3$ 의 최대공약수: $2^2 \times 3^2$

3. 다음 중 세 수 96, 120, 150 의 공약수는?

① 2×5

② 2^2

③ 3^2

④ 2×3

⑤ $2 \times 3 \times 5$

해설

세 수의 최대공약수는 2×3 이고

공약수는 최대공약수는 최대공약수의 약수이다.

따라서 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 이다

4. 다음은 희철이가 인진이에게 보낸 핸드폰 문자이다. 암호 숫자를 구하여라.

TO. 인진

인진아, 오른쪽 숫자판에서
소수가 적힌 칸을 모두 색칠하면
암호 숫자가 나타난대,
한번 구해볼래?

7	5	11
29	1	31
2	16	3
24	20	43
98	49	19

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

문자 메시지에 있는 숫자판에 있는 수 중 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 19, 29, 31, 43 이다. 16, 20, 24, 49, 98 은 합성수이고, 1 은 소수도 합성수도 아니다. 소수가 적힌 칸을 색칠하면 다음과 같다.

7	5	11
29	1	31
2	16	3
24	20	43
98	49	19

5. 24에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 6

③ 9

④ 12

⑤ 18

해설

$$24 \times a = b^2$$

$$2^3 \times 3 \times a = b^2$$

$$a = 2 \times 3 = 6$$

$$2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = b^2$$

$$b = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\therefore a + b = 18$$

6. 학교 게시판은 가로, 세로의 길이가 각각 270cm, 180cm 이다. 게시판에 가능한 한 큰 정사각형 모양의 종이를 빈틈없이 붙이려고 한다. 이때, 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 90 cm

해설

붙이려는 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 270 과 180 의 공약수이다.

그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양의 종이를 붙인다고 했으므로 한 변의 길이는 270 과 180 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 270 \ 180} \\ 5 \overline{) 135 \ 90} \\ 3 \overline{) 27 \ 18} \\ 3 \overline{) 9 \ 6} \\ \quad 3 \quad 2 \end{array} \quad \therefore 2 \times 5 \times 3 \times 3 = 90(\text{cm})$$

7. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3의 배수이거나 5의 배수인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

1부터 100까지의 자연수 중에서
3의 배수는 3, 6, 9, $\cdots$, 96, 99의 33개이고,
5의 배수는 5, 10, 15, $\cdots$, 95, 100의 20개이다.
이 중 3과 5의 공배수인 15의 배수의 개수는 6개이므로
 $33 + 20 - 6 = 47$ 개다.

8. $A = 3^5 \times \square$ 의 약수가 18 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 최소의 자연수는?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$A = 3^5 \times \square$ 에서

약수의 개수가 18 개이면 $\square$ 가 가장 작은 소인수 2 일 때

$$\square = 2^2 = 4$$

9. 61 을 나누면 5 가 남고 165 를 나누면 3 이 부족한 수가 아닌 것은?

① 4

② 7

③ 14

④ 28

⑤ 56

해설

56 과 168 의 최대공약수는 56

56 약수 중 나머지 5 보다 큰 수들은

7, 8, 14, 28, 56 이다.

10. 자연수 n 에 대해 $S(n)$ 은 n 의 약수의 개수이다. 자연수 a, b 가 서로 소일 때, $S(a) + S(b) = 6$ 을 만족하는 $S(a \times b)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$S(a) + S(b) = 6$ 이므로,

$(S(a), S(b)) = (2, 4), (3, 3), (4, 2)$ 이다.

(1) $(S(a), S(b)) = (2, 4)$ 일 때, $a = x$, $b = y^3$ 이거나 $b = y \times z$ 의 형태이므로,

$S(a \times b) = 8$ 이다. ($(S(a), S(b)) = (4, 2)$ 일 때도 같다.)

(2) $(S(a), S(b)) = (3, 3)$ 일 때, $a = x^2$, $b = y^2$ 의 형태이므로,
 $S(a \times b) = 9$ 이다.

$\therefore S(a \times b)$ 의 최솟값 = 8