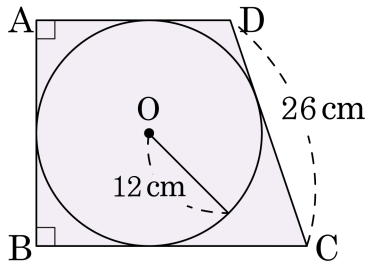
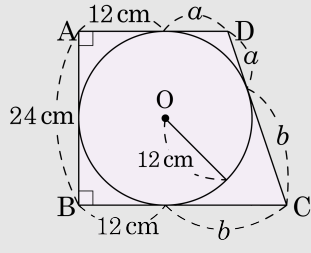


1. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 넓이는?



- ① 600cm² ② 640cm² ③ 720cm²
 ④ 800cm² ⑤ 850cm²

해설



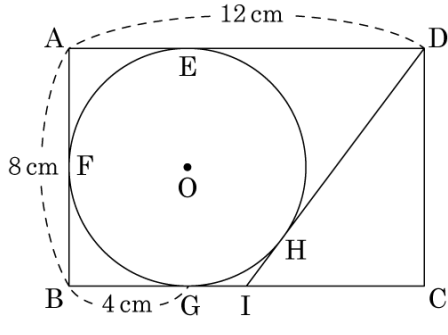
접선의 성질에 따라 그림처럼 같은 길이의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} \square ABCD \text{의 넓이} &= \frac{1}{2} \{ (12 + a) + (12 + b) \} \times 24 \\ &= 12(24 + a + b) \end{aligned}$$

$a + b = 26(\text{cm})$ 이므로

구하는 넓이는 $12 \times (24 + 26) = 600(\text{cm}^2)$ 이다.

2. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변의 접하는 원 O 가 있다. $\overline{DI}$ 가 원의 접선이고 네 점 E, F, G, H 가 접점일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

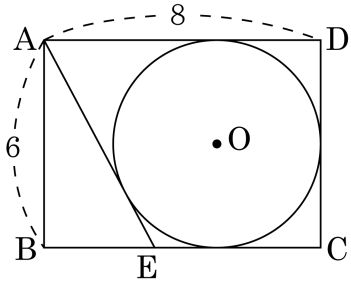


- ① $\overline{AE}$ 의 길이는 4 cm 이다.
 ② $\overline{DH}$ 의 길이는 8 cm 이다.
 ③ $\overline{GI} = 2$ cm 이다.
 ④ $\overline{CI} = 4$ cm 이다.
 ⑤ $\triangle CDI$ 의 넓이는 24 cm^2 이다.

해설

- ③ $\overline{GI} = x$ 라 할 때, $\overline{CI}$ 의 길이는 $\overline{CI} = (8 - x) \text{ cm}$, $\overline{DI} = (8 + x) \text{ cm}$ 이므로
 피타고라스의 정리에 의해
 $(8 + x)^2 = 8^2 + (8 - x)^2$
 $\therefore x = 2 \text{ cm}$
 ④ $\overline{CI} = 8 - x = 6$
 ⑤ $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 (\text{cm}^2)$

4. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 8$ 직사각형이다. 원 O 가 □AECD 에 내접할 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.

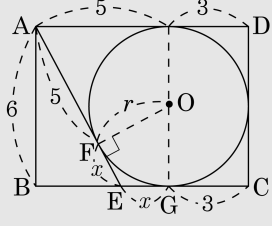


▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{5}$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면



$$2r = 6, r = 3$$

$$\overline{FE} = \overline{EG} = x (x < 5) \text{ 라 하면}$$

$$\overline{BE} + \overline{EC} = 8 \text{ 이므로 } \overline{BE} = 5 - x \text{ 이다.}$$

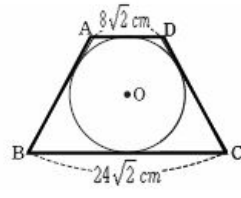
△ABE 에서

$$(5 + x)^2 = (5 - x)^2 + 36, 20x = 36$$

$$\therefore x = \frac{9}{5}$$

$$\therefore \overline{BE} = 5 - \frac{9}{5} = \frac{16}{5}$$

5. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 가 있다.
 $\overline{AD} = 8\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{BC} = 24\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, 내접원 O 의 넓이는?



- ① $69\pi\text{cm}^2$ ② $69\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$ ③ $96\pi\text{cm}^2$
 ④ $96\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$ ⑤ $8\sqrt{6}\pi\text{cm}^2$

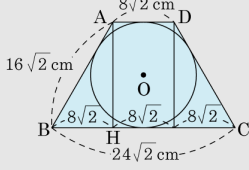
해설

$$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD} = 2\overline{AB} \therefore \overline{AB} = 16\sqrt{2}(\text{cm})$$

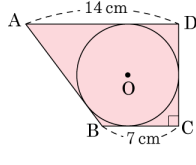
$$\overline{AH} = \sqrt{\left(16\sqrt{2}\right)^2 - \left(8\sqrt{2}\right)^2} = 8\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\therefore \text{원의반지름은 } 4\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$(\text{원의 넓이}) = \pi \times (4\sqrt{6})^2 = 96\pi(\text{cm}^2)$$



6. 다음 그림에서 □ABCD 에 내접하는 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.

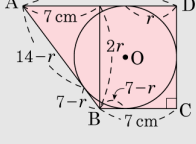


▶ 답 : cm

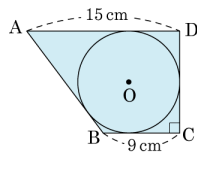
▷ 정답 : $\frac{28}{3}\pi$ cm

해설

반지름을 r cm라 하면
 $(14 - r + 7 - r)^2 = 7^2 + (2r)^2$
 $(21 - 2r)^2 = 49 + 4r^2$
 $441 - 84r + 4r^2 = 49 + 4r^2$
 $441 - 84r = 49$
 $84r = 392$
 $r = \frac{392}{84} = \frac{14}{3}$ (cm)
(원의 둘레) $= 2\pi \times \frac{14}{3} = \frac{28}{3}\pi$ (cm)



7. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 에 내접하는 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 정답 : $\frac{45}{4}\pi$ cm

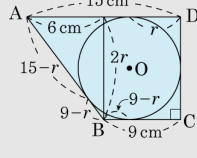
해설

$$\begin{aligned} \text{반지름의 길이를 } rcm \text{ 라 하면 } (15-r+9-r)^2 &= 6^2 + (2r)^2, (24-2r)^2 = 36 + 4r^2 \\ 576 - 96r + 4r^2 &= 36 + 4r^2 \end{aligned}$$

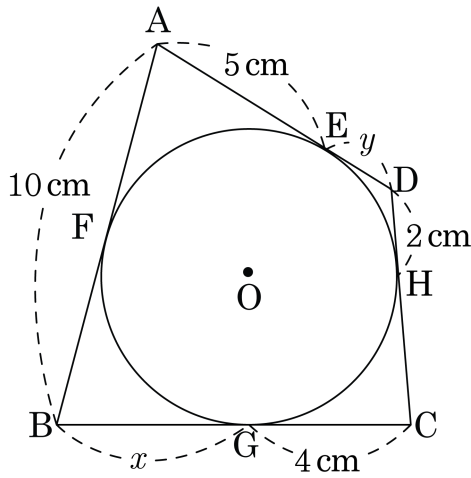
$$576 - 96r + 4r^2 = 36 + 4r^2$$

$$\therefore r = \frac{45}{8}(\text{cm})$$

$$(\text{원의 둘레의 길이}) = 2\pi \times \frac{45}{8} = \frac{45}{4}\pi (\text{cm})$$



8. 다음 그림과 같이 □ABCD가 원 O에 외접할 때, x , y 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : 5 cm

▶ 답 : 2 cm

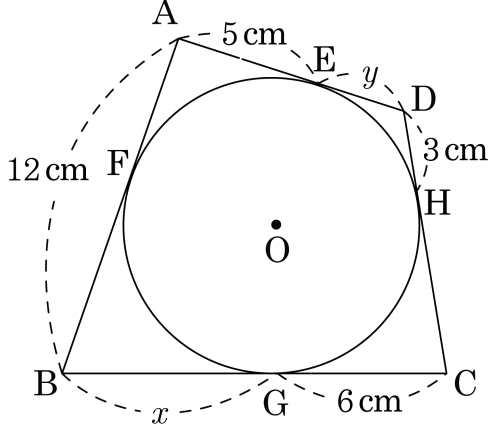
▷ 정답 : $x = 5$ cm

▷ 정답 : $y = 2$ cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{AF} &= \overline{AE} = 5(\text{cm}) \\ \overline{DH} &= \overline{ED} = 2(\text{cm}) \\ \overline{BF} &= \overline{BG} = 5(\text{cm}) \\ \therefore x &= 5(\text{cm}), y = 2(\text{cm}) \end{aligned}$$

9. 다음 그림과 같이 □ABCD가 원 O에 외접할 때, $x+y$ 의 값은?

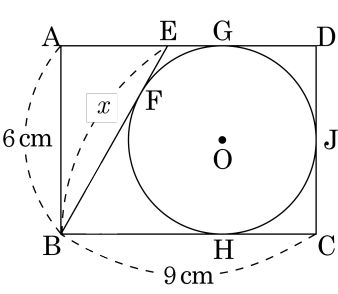


- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$\overline{AF} = \overline{AE} = 5(\text{cm})$
 $\overline{DH} = \overline{ED} = 3(\text{cm})$
 $\overline{BF} = \overline{BG} = 7(\text{cm})$
따라서 $x = 7(\text{cm})$, $y = 3(\text{cm})$

10. 다음 그림과 같이 원 O가 직사각형 □ABCD의 세 변과 BE에 접할 때, x 의 값을 구하여라. (단, F, G, H, I는 접점)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$ cm

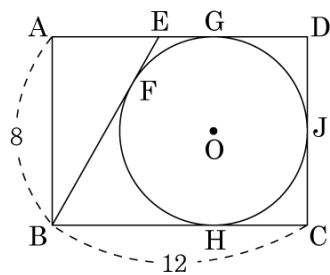
해설

$\overline{ED} + \overline{BC} = \overline{EB} + \overline{DC}$ 이므로 $\overline{ED} + 9 = x + 6$ 이다. 따라서 $\overline{ED} = x - 3$ 이다.

$\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = 9 - (x - 3) = 12 - x$ 이므로 직각삼각형 ABE에서 $x^2 = (12 - x)^2 + 6^2$ 이다.

따라서 $x = \frac{15}{2}$ (cm) 이다.

11. 다음 그림과 같이 원 O가 직사각형 ABCD의 세 변과 BE에 접할 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라. (단, F, G, H, J는 접점)



▶ 답 :

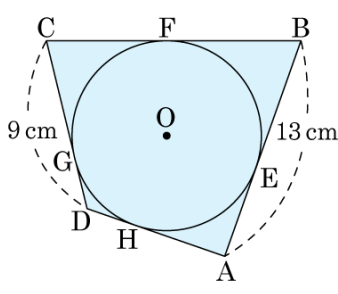
▷ 정답 : 10

해설

$\overline{ED} + \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{DC}$ 이므로 $\overline{ED} + 12 = \overline{BE} + 8$ 이다. 따라서 $\overline{ED} = \overline{BE} - 4$ 이다.

$\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = 12 - (\overline{BE} - 4) = 16 - \overline{BE}$ 이므로 직각삼각형 ABE에서 $\overline{BE}^2 = (16 - \overline{BE})^2 + 8^2$ 이다. 따라서 $\overline{BE} = 10$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 반지름이 4 cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 각 변과 원 O 의 접점을 E, F, G, H 라 할 때, 사각형의 넓이를 구하여라.

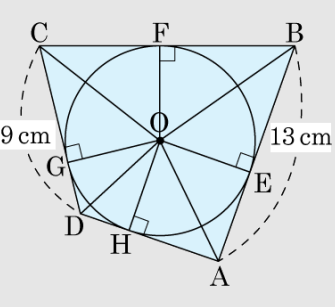


▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 88 cm²

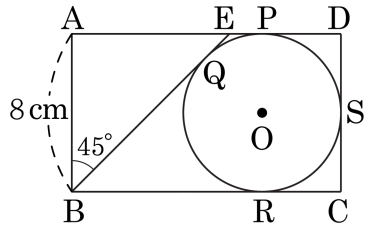
해설

외접 사각형의 성질에 의해서
 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD} = 22 \text{ cm}$



또한, 원의 반지름과 사각형의 모든 변은 수직으로 만나므로 (사각형의 넓이)
 $= \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle COD + \triangle DOA$
 $= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{CD} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{DA} \times r$
 $= \frac{1}{2} \times r \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA})$
 $= \frac{1}{2} \times 4 \times 44 = 88 (\text{cm}^2)$

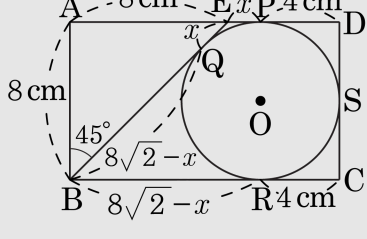
13. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접하는 원 O 에 대하여 $\angle ABE = 45^\circ$ 일 때, 직사각형의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

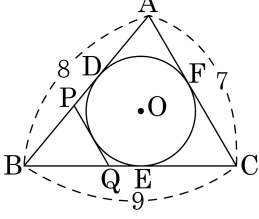
▷ 정답 : $32 + 8\sqrt{2}$ cm

해설



그림과 같이 $\overline{EP} = x$ 라고 하면 $\overline{EQ} = \overline{EP} = x$ 이고, 직각이등변삼각형 ABE 에서 $\angle ABE = 45^\circ$ 이므로 $\overline{BE} = 8\sqrt{2}$,
 $\overline{BQ} = \overline{BR} = 8\sqrt{2} - x$
 $\overline{AD} = x + 12$,
 $\overline{BC} = 8\sqrt{2} + 4 - x$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 에서
 $x + 12 = 8\sqrt{2} + 4 - x \quad \therefore x = (4\sqrt{2} - 4)$
 $\therefore \overline{AD} = 12 + 4\sqrt{2} - 4 = 8 + 4\sqrt{2}$
따라서 직사각형의 둘레의 길이는
 $(8 + 8 + 4\sqrt{2}) \times 2 = (32 + 8\sqrt{2})\text{cm}$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 세 변 AB, BC, CA 의 길이가 각각 8, 9, 7 인 $\triangle ABC$ 에 내접하는 원 O 에 대하여 D, E, F 는 접점이고 $\overline{PQ}$ 가 원 O 에 접할 때, $\triangle PBQ$ 의 둘레의 길이를 구하여라.

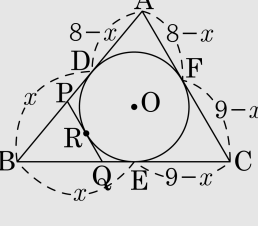


▶ 답 :

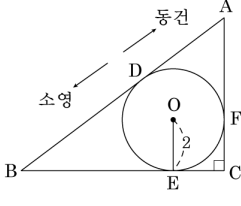
▷ 정답 : 10

해설

다음 그림에서 $\overline{BD} = x$ 라 하면
 $\overline{AD} = \overline{AF} = 8 - x$, $\overline{EC} = \overline{CF} = 9 - x$,
 $\overline{AC} = (8 - x) + (9 - x) = 17 - 2x = 7$
 $\therefore x = 5$
 이때 $\overline{PQ}$ 와 원 O 의 접점을 R 라 하면
 $\overline{PR} = \overline{PD}$, $\overline{QR} = \overline{QE}$ 이므로 $\triangle PBQ$
 의 둘레의 길이는 $2\overline{BD}$ 이다.
 $\therefore 2\overline{BD} = 2x = 2 \times 5 = 10$



15. 소영이와 동건이는 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 2인 원 모양의 정원에 접해 있는 직각삼각형 모양의 산책로를 걷고 있다. 소영이는 D 지점에서 출발하여 B 지점을 지나 E 지점까지 가고, 동건이는 D 지점을 출발하여 A 지점을 지나 E 지점 까지 갔다. 소영이의 속력과 동건이의 속력과 두 사람이 걸린 시간이 같을 때, 이 산책로의 전체 길이를 구하여라. (단, 점 D, E, F는 접점이다.)



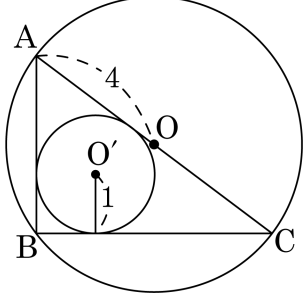
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = x$, $\overline{BD} = \overline{BE} = y$ 라 하면
 $\overline{AD} + \overline{AF} + \overline{FC} + \overline{CE} = \overline{BD} + \overline{BE}$ 이므로
 $x + x + 2 + 2 = y + y \therefore y = x + 2 \cdots \textcircled{1}$
 $\triangle ABC$ 에서 $(x+2)^2 + (y+2)^2 = (x+y)^2 \therefore 2x+2y+4 = xy \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서 $x^2 - 2x - 8 = 0 \therefore x = 4 (\because x > 0)$, $y = 6$
따라서 산책로 전체의 길이는 $2x + 2y + 4 = 24$ 이다.

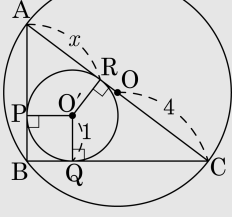
16. 다음 그림과 같이 $\overline{AC}$ 가 지름인 원 O는 $\triangle ABC$ 의 외접원이고 원 O'는 내접원이다. 원 O와 원 O'의 반지름의 길이가 각각 4, 1일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설



원 O'과 $\triangle ABC$ 의 세 변 AB, BC, CA의 접점을 각각 P, Q, R이라 하고

$\overline{AP} = \overline{AR} = x$ 라 하면 $\overline{AB} = x + 1$, $\overline{BC} = 9 - x$ 이므로

$\triangle ABC$ 에서

$$8^2 = (x + 1)^2 + (9 - x)^2$$

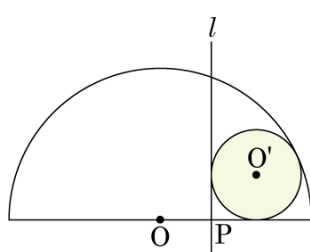
$$2x^2 - 16x + 18 = 0$$

$$\therefore x = 4 - \sqrt{7} (\because 0 < x < 4)$$

$$\therefore \overline{AB} = 4 - \sqrt{7} + 1 = 5 - \sqrt{7}, \overline{BC} = 9 - (4 - \sqrt{7}) = 5 + \sqrt{7}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times (5 - \sqrt{7}) \times (5 + \sqrt{7}) = 9$$

17. 다음 그림과 같이 반지름이 $\frac{5}{2}$ 인 반원 O 의 지름 위에 $\overline{OP} = \frac{7}{10}$ 인 점 P 를 지나면서 지름에 수직인 직선 l 을 그었을 때, 직선 l 과 반원 O 에 접하는 원 O' 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{5}$

해설

원 O' 의 반지름을 x 라 하면

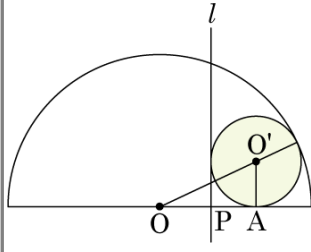
$$\overline{OO'} = \frac{5}{2} - x$$

$$\overline{OA} = \frac{7}{10} + x$$

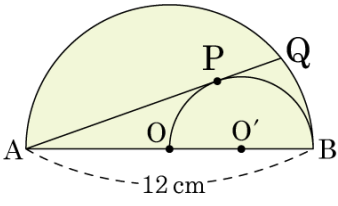
$$\left(\frac{5}{2} - x\right)^2 = \left(x + \frac{7}{10}\right)^2 + x^2$$

$$25x^2 + 160x - 144 = 0$$

$$\therefore x = \frac{4}{5} (\because x > 0)$$

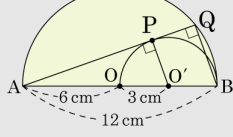


18. $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 를 지름으로 하는 반원 O 안에 $\overline{OB}$ 를 지름으로 하는 반원 O' 이 있다. $\overline{AQ}$ 가 반원 O' 의 접선이며 점 P 가 접점이라 할 때, $\overline{AQ}$ 의 길이는?



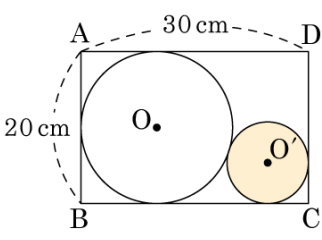
- ① $6\sqrt{5}\text{cm}$ ② $6\sqrt{6}\text{cm}$ ③ $7\sqrt{5}\text{cm}$
 ④ $8\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $8\sqrt{3}\text{cm}$

해설



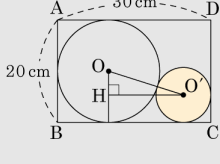
$\overline{AO'}^2 + \overline{O'P}^2 = \overline{AP}^2$ 이므로
 $9^2 = 3^2 + \overline{AP}^2 \therefore \overline{AP} = 6\sqrt{2}\text{cm}$
 $\angle APO' = 90^\circ$, 지름에 대한 원주각인 $\angle Q = 90^\circ$
 $\therefore \triangle AO'P \sim \triangle ABQ$
 $\overline{AP} : \overline{AQ} = \overline{AO'} : \overline{AB}$
 $6\sqrt{2} : \overline{AQ} = 9 : 12 = 3 : 4$
 $\therefore \overline{AQ} = \frac{4}{3} \times 6\sqrt{2} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$

19. 다음 그림에서 원 O는 직사각형 ABCD에 내접하는 큰 원이고 원 O'은 그 나머지 부분에 내접하는 작은 원이다. 원 O'의 넓이는?



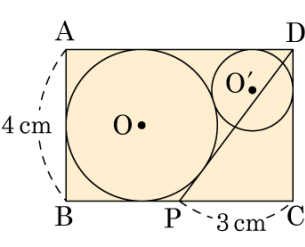
- ① $400(10 - 17\sqrt{3})\text{cm}^2$ ② $400(7 - 4\sqrt{3})\text{cm}^2$
 ③ $420(10 - 19\sqrt{3})\text{cm}^2$ ④ $400(100 - 20\sqrt{3})\text{cm}^2$
 ⑤ $410(10 - 21\sqrt{3})\text{cm}^2$

해설



그림과 같이 보조선을 그려 $\triangle O'O'H$ 에서
 $\overline{OO'} = 10 + x$
 $\overline{OH} = 10 - x$
 $\overline{O'H} = 20 - x$
 $\overline{OO'}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{O'H}^2$ 에서
 $(10 + x)^2 = (10 - x)^2 + (20 - x)^2$
 $x^2 - 80x + 400 = 0$
 $x = 40 \pm 20\sqrt{3}$
 x 는 30보다 작으므로 $x = (40 - 20\sqrt{3})\text{cm}$ 이다.
 $\therefore (\text{원 } O' \text{의 넓이}) = \pi(40 - 20\sqrt{3})^2 = 400(7 - 4\sqrt{3})(\text{cm}^2)$

20. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직 사각형이고, $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{PC} = 3\text{cm}$ 이다. 사각형 ABPD 가 원 O 에 외 접하고 원 O' 은 원 O 에 접하고, 변 AD, CD 에 접한다. 원 O' 의 반지름 은?



- ① $(8 + 4\sqrt{3})\text{cm}$ ② $(8 - 4\sqrt{3})\text{cm}$ ③ $(4 + 2\sqrt{3})\text{cm}$
 ④ $(4 - 2\sqrt{3})\text{cm}$ ⑤ 1cm

해설

$\overline{FP} = \overline{GP} = x\text{cm}$ 라 하자.

$\triangle DPC$ 에서

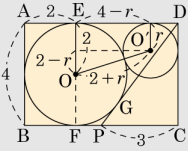
$$\begin{aligned}\overline{DP} &= \sqrt{\overline{DC}^2 + \overline{PC}^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} \\ &= 5(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\overline{DG} = 5 - x(\text{cm})$$

$$\text{또 } \overline{ED} = \overline{FC} = \overline{FP} + \overline{PC} = x + 3(\text{cm})$$

$$\overline{ED} = \overline{DG} \text{ 이므로 } x + 3 = 5 - x, x = 1$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = 2 + 4 = 6(\text{cm})$$



원 O' 의 반지름을 $r\text{cm}$ 라 하면

$$(2 + r)^2 = (2 - r)^2 + (4 - r)^2$$

$$r^2 - 16r + 16 = 0$$

$$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3}(\because 0 < r < 2)$$