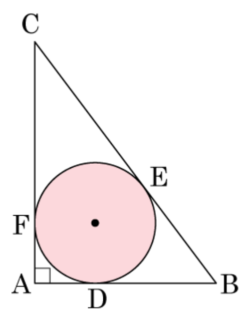
1. 다음 그림에서 원 O 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CA} = 4\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?

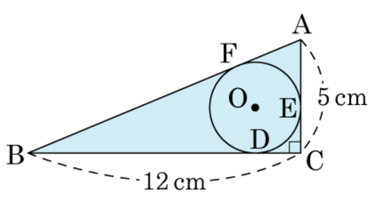


① $\pi\,\text{cm}^2$ ② $\frac{9}{2}\pi\,\text{cm}^2$ ③ $6.5\pi\,\text{cm}^2$
④ $12\pi\,\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\,\text{cm}^2$

해설

내접원의 반지름을 r라 하면
$\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times (3+4+5) \times r$
$\therefore r = 1(\text{cm})$
따라서, 원의 넓이는 πcm^2

2. 다음 그림에서 원 O 는 삼각형 ABC 의 내접원이다. $\overline{BC} = 12$cm, $\overline{AC} = 5$cm 이고 $\angle C = 90°$ 일 때, 내접원 O 의 반지름의 길이는?



① 0.5cm ② 1cm ③ 1.5cm

④ 2cm ⑤ 2.5cm

해설

□ODCE 는 정사각형, 원의 반지름을 x 라 하면,

$\overline{AE} = \overline{AF} = 5 - x$

$\overline{BD} = \overline{BF} = 12 - x$

$\therefore \overline{AB} = 17 - 2x \cdots ①$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB^2} = \overline{BC^2} + \overline{CA^2}$

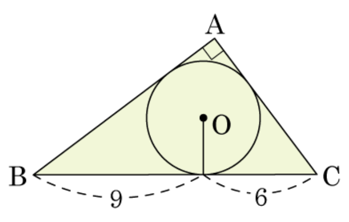
$\overline{AB^2} = 12^2 + 5^2 = 169$

$\therefore \overline{AB} = 13 (\because \overline{AB} > 0) \cdots ②$

①, ②에 의해 $13 = 17 - 2x$

$\therefore x = 2$

3. 다음 그림에서 원 O 가 직각삼각형 ABC 의 내접원일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



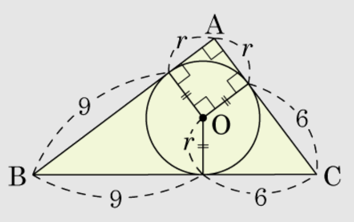
① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

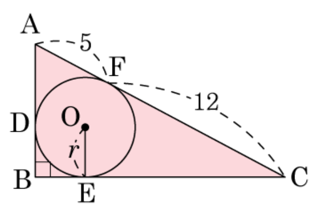
반지름을 r라 하면

$(9+r)^2+(6+r)^2=15^2$, $r^2+15r-54=0$

$(r-3)(r+18)=0$　$\therefore r=3$



4. 다음 그림에서 원 O 가 직각삼각형 ABC 의 내접원일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

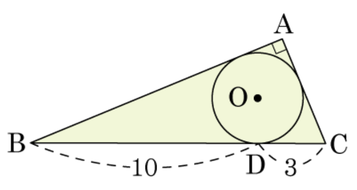
해설

반지름을 r라 하면

$(5+r)^2+(12+r)^2=17^2,\quad r^2+17r-60=0$

$(r-3)(r+20)=0 \quad \therefore r=3$

5. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이다. $\triangle$ABC 의 넓이는? (단, $\overline{\mathrm{BD}} = 10$, $\overline{\mathrm{CD}} = 3$)

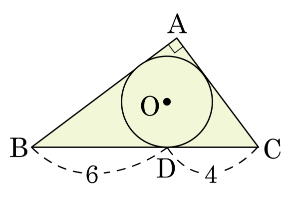


① 12　　② 24　　③ 30　　④ 36　　⑤ 48

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면
$\overline{\mathrm{AB}} = 10 + r$, $\overline{\mathrm{AC}} = 3 + r$ 이고
$\overline{\mathrm{BC}}^2 = \overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{AC}}^2$ 이므로
$13^2 = (10 + r)^2 + (3 + r)^2$
$169 = 100 + 20r + r^2 + 9 + 6r + r^2$
$2r^2 + 26r - 60 = 0$
$r^2 + 13r - 30 = 0$
$(r + 15)(r - 2) = 0$
$r > 0$ 이므로 $r = 2$
$\therefore \overline{\mathrm{AB}} = 12,\ \overline{\mathrm{AC}} = 5$
$\therefore \triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AB}} \times \overline{\mathrm{AC}} = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$

6. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이다. $\triangle$ABC 의 넓이는? (단, $\overline{\mathrm{BD}} = 6$, $\overline{\mathrm{CD}} = 4$)

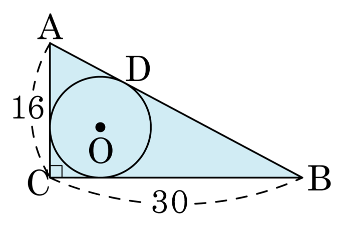


① 12　② 24　③ 30　④ 36　⑤ 48

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면
$\overline{\mathrm{AB}} = 6 + r$, $\overline{\mathrm{AC}} = 4 + r$ 이고
$\overline{\mathrm{BC}}^2 = \overline{\mathrm{AB}}^2 + \overline{\mathrm{AC}}^2$ 이므로
$10^2 = (6+r)^2 + (4+r)^2$
$100 = 36 + 12r + r^2 + 16 + 8r + r^2$
$2r^2 + 20r - 48 = 0$
$r^2 + 10r - 24 = 0$
$(r+12)(r-2) = 0$
$r > 0$ 이므로 $r = 2$
$\therefore \overline{\mathrm{AB}} = 8,\ \overline{\mathrm{AC}} = 6$
$\therefore \triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AB}} \times \overline{\mathrm{AC}} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$

7. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이다. 원 O 의 반지름의 길이는?

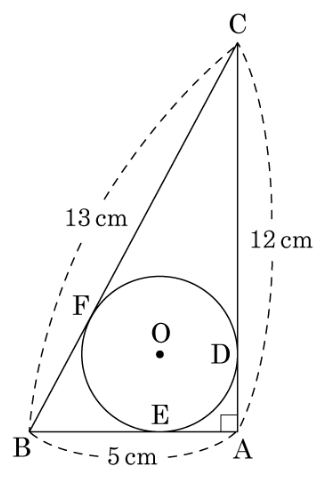


① 6　　② $6\sqrt{2}$　　③ 3　　④ $3\sqrt{3}$　　⑤ 8

해설

원 O 의 반지름을 r 이라 하면 $\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CF}} = r$,
$\overline{\mathrm{AD}} = 16 - r$,$\overline{\mathrm{BD}} = 30 - r$
$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{30^2 + 16^2} = 34$
$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AD}} + \overline{\mathrm{BD}}$
$34 = (16 - r) + (30 - r) \quad \therefore r = 6$

8. 다음 그림을 보고 내접원 O 의 반지름 x 를 바르게 구한 것은?



① 0.5 cm ② 1 cm ③ 1.7 cm

④ 2 cm ⑤ 3 cm

해설

$\overline{OE} = \overline{OD} = \overline{AE} = \overline{AD} = x$라고 하면

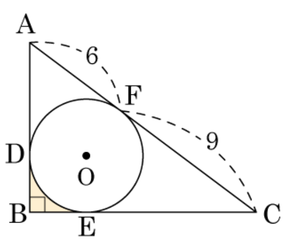
$\overline{CF} = \overline{CD} = 12 - x$

$\overline{BF} = \overline{BE} = 5 - x$

$\overline{CB} = \overline{CF} + \overline{BF}$ 이므로

$13 = (12 - x) + (5 - x) \qquad \therefore\ x = 2\ (\text{cm})$

9. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?

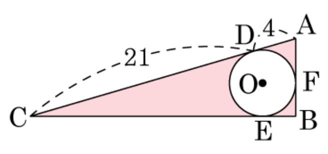


① $10-\frac{9}{4}\pi$　② $9-\pi$　③ $\frac{44}{9}-\pi$
④ $9-\frac{9}{4}\pi$　⑤ $20-5\pi$

해설

원 O 의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BD}=\overline{BE}=x$
$\overline{AD}=\overline{AF}=6$ 이므로 $\overline{AB}=6+x$,
$\overline{CE}=\overline{CF}=9$ 이므로 $\overline{BC}=9+x$
$(6+x)^2+(x+9)^2=15^2$
$x^2+15x-54=0$
$(x+18)(x-3)=0$
$\therefore\ x=3$
색칠한 부분의 넓이는 정사각형 ODBE 에서 부채꼴 ODE 의 넓이를 뺀 것과 같다.
$\therefore 3^2-\frac{1}{4}\times 3^2\times\pi=9-\frac{9}{4}\pi$

10. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① $64-\frac{9}{4}\pi$　② $72-4\pi$　③ $84-9\pi$

④ $90-\frac{9}{4}\pi$　⑤ $100-25\pi$

해설

원 O 의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BF}=\overline{BE}=x$

$\overline{AD}=\overline{AF}=4$ 이므로 $\overline{AB}=4+x$,

$\overline{CE}=\overline{CD}=21$ 이므로 $\overline{BC}=21+x$

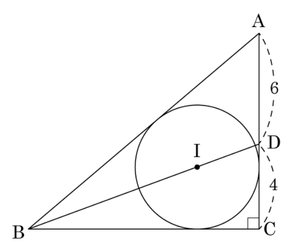
$(4+x)^2+(x+21)^2=25^2$

$\therefore\ x=3$

따라서, $\overline{AB}=7,\ \overline{BC}=24$

그러므로 색칠된 도형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 24\times 7-\pi(3)^2=84-9\pi$

11. 다음 그림에서 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 내심을 I 라 하고, $\overline{\mathrm{BI}}$ 의 연장선이 $\overline{\mathrm{AC}}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{\mathrm{AD}} = 6, \overline{\mathrm{CD}} = 4$ 이다. 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $5 - \sqrt{5}$

해설

$\overline{\mathrm{BD}}$ 가 $\angle\mathrm{ABC}$ 의 이등분선이므로 $\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{CD}} = 6 : 4 = 3 : 2$

$\overline{\mathrm{AB}} = 3a, \overline{\mathrm{BC}} = 2a$ 로 놓으면

$9a^2 = 4a^2 + 100$

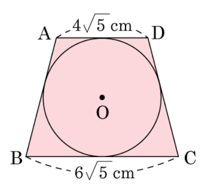
$5a^2 = 100$

$a = 2\sqrt{5} (\because a > 0)$

$\frac{1}{2} \times 10 \times 4\sqrt{5} = \frac{1}{2} \times r \times (10 + 10\sqrt{5})$

$\therefore r = 5 - \sqrt{5}$

12. 다음 그림에서 등변사다리꼴 ABCD 가 원 O 에 외접할 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이는?

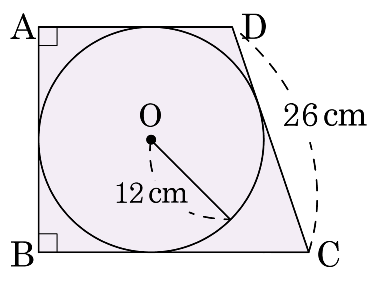


① $\sqrt{5}$cm　② $5\sqrt{5}$cm　③ $10\sqrt{5}$cm
④ $6\sqrt{5}$cm　⑤ $4\sqrt{5}$cm

해설

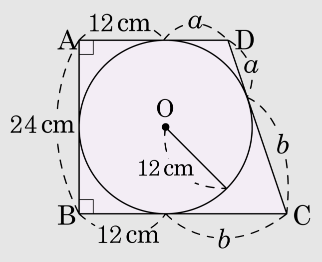
등변사다리꼴이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{CD}}$ 이고,
$\overline{\mathrm{AD}} + \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{CD}}$ 성립하므로 $2\overline{\mathrm{AB}} = 4\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$
$\therefore \overline{\mathrm{AB}} = 5\sqrt{5}$cm

13. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 넓이는?



① 600cm^2 ② 640cm^2 ③ 720cm^2
④ 800cm^2 ⑤ 850cm^2

해설



접선의 성질에 따라 그림처럼 같은 길이의 관계가 성립한다.

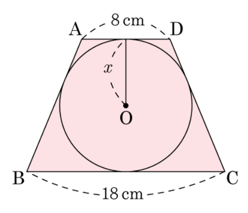
□ABCD 의 넓이 $= \frac{1}{2}\{(12+a)+(12+b)\}\times 24$

$= 12(24+a+b)$

$a+b=26(\text{ cm})$ 이므로

구하는 넓이는 $12\times(24+26)=600(\text{ cm}^2)$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 18\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



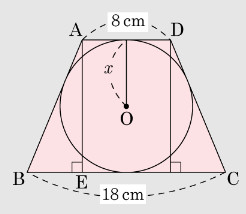
① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

$\overline{AB} + \overline{CD} = 8 + 18 = 26(\text{cm})$

□ABCD 는 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$

$\therefore \overline{AB} = 13(\text{cm})$

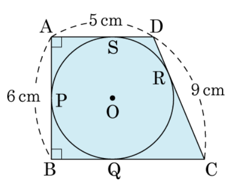


점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면

$\overline{BE} = 5(\text{cm})$ $\therefore \overline{AE} = 2x = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{cm})$

$\therefore x = 12 \times \dfrac{1}{2} = 6(\text{cm})$

15. 다음 그림에서 □ABCD 가 원 O 의 외접사각형이고, 네 점 P, Q, R, S 는 각각 원 O 의 접점이다. 이 때, $\overline{CQ}$ 의 길이는?



① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

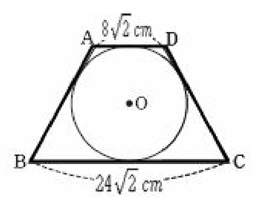
해설

$6+9=5+\overline{BC}\ \therefore\ \overline{BC}=10\text{cm}$

$\overline{AP}=\overline{BP}=\overline{AS}=\overline{BQ}=3\text{cm}(\because\ \overline{OQ}\perp\overline{BC},\quad \overline{OP}\perp\overline{AB})$

$\overline{CQ}=10-3=7\,(\text{cm})$

16. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 가 있다. $\overline{\mathrm{AD}} = 8\sqrt{2}\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 24\sqrt{2}\mathrm{cm}$ 일 때, 내접원 O 의 넓이는?



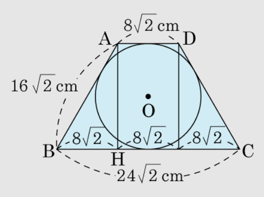
① $69\pi\mathrm{cm}^2$　② $69\sqrt{2}\pi\mathrm{cm}^2$　③ $96\pi\mathrm{cm}^2$
④ $96\sqrt{2}\pi\mathrm{cm}^2$　⑤ $8\sqrt{6}\pi\mathrm{cm}^2$

해설

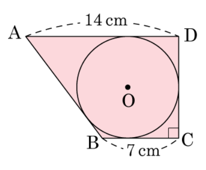
$\overline{\mathrm{AD}} + \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{CD}} = 2\overline{\mathrm{AB}} \therefore \overline{\mathrm{AB}} = 16\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{\left(16\sqrt{2}\right)^2 - \left(8\sqrt{2}\right)^2} = 8\sqrt{6}(\mathrm{cm})$

$\therefore$ 원의반지름은$4\sqrt{6}\,(\mathrm{cm})$
(원의 넓이) $= \pi \times (4\sqrt{6})^2 = 96\pi(\mathrm{cm}^2)$



17. 다음 그림에서 □ABCD 에 내접하는 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: ＿＿＿＿ cm

▷ 정답: $\frac{28}{3}\pi$ cm

해설

반지름을 $r$cm라 하면

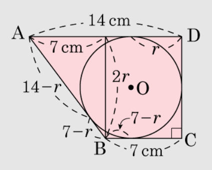
$(14-r+7-r)^2 = 7^2 + (2r)^2$

$(21-2r)^2 = 49 + 4r^2$

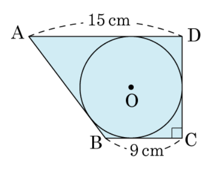
$441 - 84r + 4r^2 = 49 + 4r^2 84r = 392$

$\therefore r = \frac{392}{84} = \frac{14}{3}$(cm)

(원의 둘레) $= 2\pi \times \frac{14}{3} = \frac{28}{3}\pi$(cm)



18. 다음 그림에서 □ABCD 에 내접하는 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{45}{4}\pi$ cm

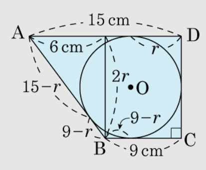
해설

반지름의 길이를 rcm라 하면 $(15-r+9-r)^2 = 6^2+(2r)^2$, $(24-2r)^2 = 36+4r^2$

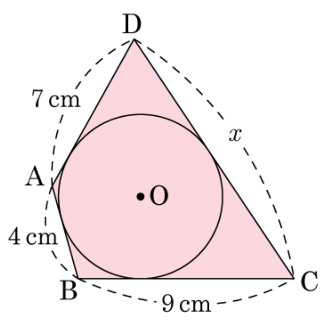
$576-96r+4r^2 = 36+4r^2$

$\therefore r = \frac{45}{8}(cm)$

(원의 둘레의 길이) $= 2\pi \times \frac{45}{8} = \frac{45}{4}\pi\,(\text{cm})$



19. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD가 원 O에 외접할 때, $\overline{CD}$의 길이는?



① 11cm ② 12cm ③ 13cm ④ 14cm ⑤ 15cm

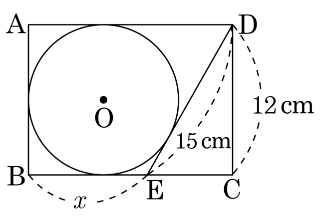
해설

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}$ 이므로

$7+9=4+x$

$\therefore x=12\,(\text{cm})$

20. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. $\overline{\mathrm{CD}} = 12\,\mathrm{cm}$,$\overline{\mathrm{DE}} = 15\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{BE}}$ 의 길이를 구하여라.



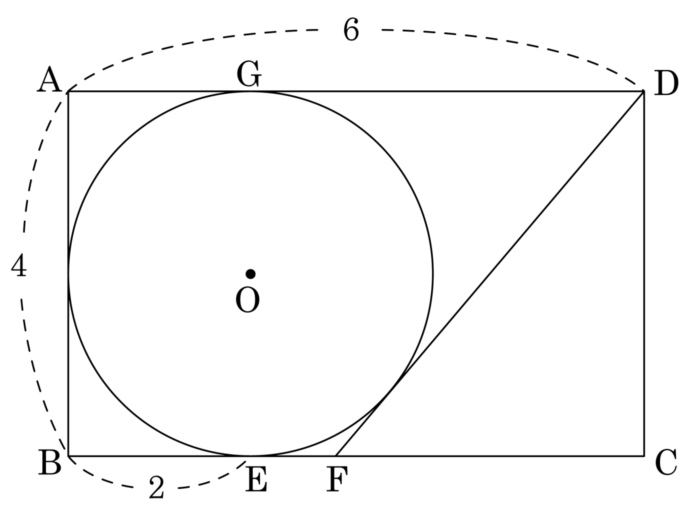
▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 9 cm

해설

$\overline{\mathrm{CE}} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9(\mathrm{cm})$ 이다. $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}} = (x+9)(\mathrm{cm})$ 이고 □ABED 가 원 O 에 외접하므로
$12 + 15 = (x+9) + x$ 이다. 따라서 $x = 9(\mathrm{cm})$ 이다.

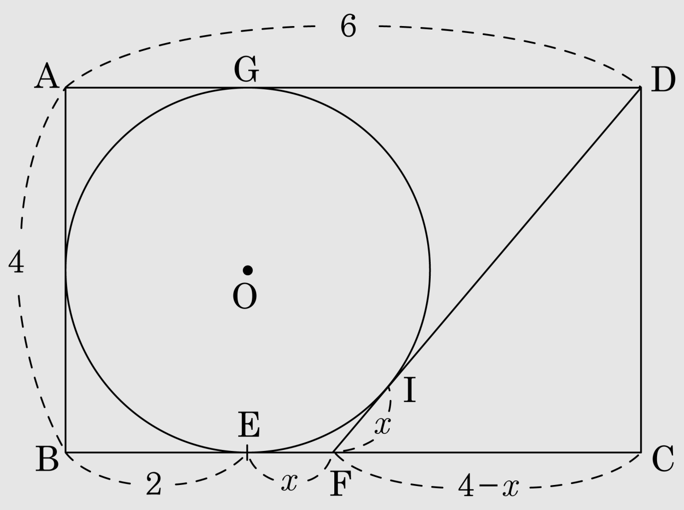
21. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. $\overline{\mathrm{DF}}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{\mathrm{EF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설



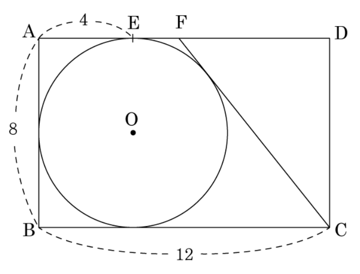
$\overline{\mathrm{BE}} = 2$ 이므로 $\overline{\mathrm{AG}} = 2$, $\overline{\mathrm{DI}} = 4$

$\overline{\mathrm{FI}} = \overline{\mathrm{EF}} = x$ 로 놓으면 $\overline{\mathrm{CF}} = 4 - x$

$\therefore (4+x)^2 = 4^2 + (4-x)^2$, $16x = 16$, $x = 1$

따라서 $\overline{\mathrm{EF}} = 1$

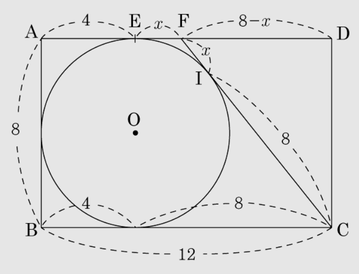
22. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. $\overline{\mathrm{DE}}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{\mathrm{EF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설



$\overline{\mathrm{AE}} = 4$ 이므로

$\overline{\mathrm{FI}} = \overline{\mathrm{EF}} = x$ 로 놓으면 $\overline{\mathrm{CF}} = 8 - x$

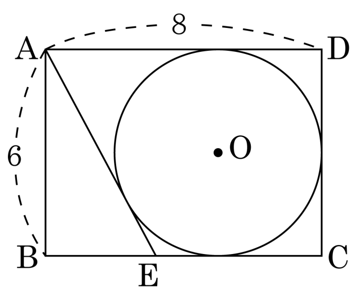
$\therefore (8 + x)^2 = 8^2 + (8 - x)^2$

$32x = 64$

$x = 2$

따라서 $\overline{\mathrm{EF}} = 2$

23. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 8$ 직사각형이다. 원 O 가 □AECD 에 내접할 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.

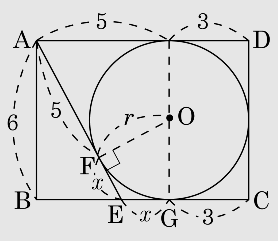


▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{5}$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면



$2r = 6,\ r = 3$

$\overline{FE} = \overline{EG} =\ x(x < 5)$ 라 하면

$\overline{BE} + \overline{EC} = 8$ 이므로 $\overline{BE} = 5 - x$ 이다.

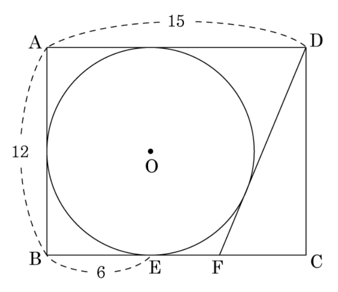
△ABE 에서

$(5 + x)^2 = (5 - x)^2 + 36,\ 20x = 36$

$\therefore x = \frac{9}{5}$

$\therefore \overline{BE} = 5 - \frac{9}{5} = \frac{16}{5}$

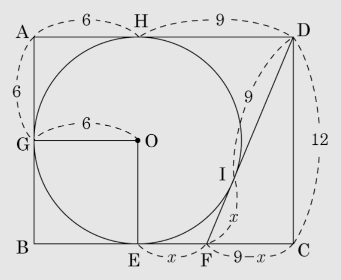
24. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. $\overline{DF}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{DF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설



피타고라스 정리에 의해

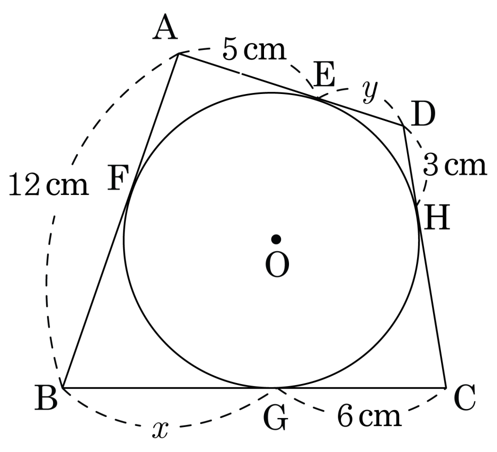
$\overline{DF}^2 = \overline{CF}^2 + \overline{CD}^2$

$(x + 9)^2 = (9 - x)^2 + 12^2$

$\therefore x = 4$

따라서 $\overline{DF} = 13$

25. 다음 그림과 같이 □ABCD가 원 O에 외접할 때, $x+y$의 값은?



① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

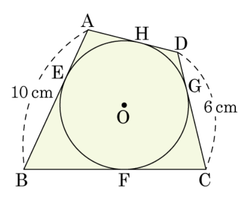
$\overline{AF}=\overline{AE}=5(\text{cm})$

$\overline{DH}=\overline{ED}=3(\text{cm})$

$\overline{BF}=\overline{BG}=7(\text{cm})$

따라서 $x=7(\text{cm}),\ y=3(\text{cm})$

26. 다음 그림과 같이 반지름이 4cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 각 변과 원 O 의 접점을 E, F, G, H 라 할 때, 사각형의 넓이를 구하여라.

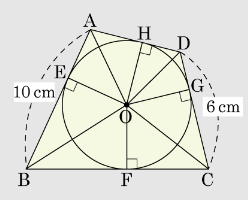


▶ 답: $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답: 64 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

외접 사각형의 성질에 의해서 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{BC}+\overline{AD}=16(\text{cm})$



또한, 원의 반지름과 사각형의 모든 변은 수직으로 만나므로

(사각형의넓이)

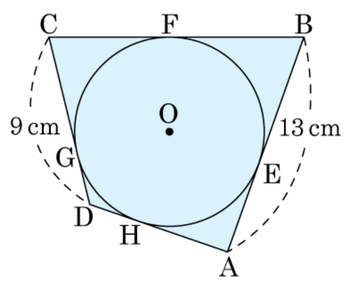
$=\triangle AOB+\triangle BOC+\triangle COD+\triangle DOA$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times r+\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times r+\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times r+\frac{1}{2}\times\overline{DA}\times r$

$=\frac{1}{2}\times r\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA})$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 32=64(\text{cm}^2)$

27. 다음 그림과 같이 반지름이 4 cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 각 변과 원 O 의 접점을 E, F, G, H 라 할 때, 사각형의 넓이를 구하여라.

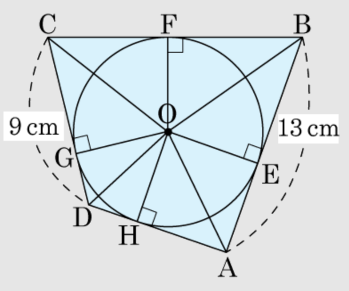


▶ 답 : ______ cm²

▷ 정답 : 88 cm²

해설

외접 사각형의 성질에 의해서 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{BC}+\overline{AD}=22\,\text{cm}$



또한, 원의 반지름과 사각형의 모든 변은 수직으로 만나므로

(사각형의 넓이)

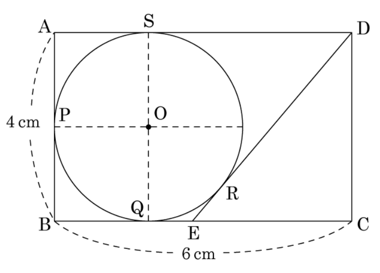
$= \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle COD + \triangle DOA$

$= \frac{1}{2}\times\overline{AB}\times r + \frac{1}{2}\times\overline{BC}\times r + \frac{1}{2}\times\overline{CD}\times r + \frac{1}{2}\times\overline{DA}\times r$

$= \frac{1}{2}\times r\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA})$

$= \frac{1}{2}\times 4\times 44 = 88(\text{cm}^2)$

28. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 안에 원 O 와 $\triangle$CDE 가 접하고 있다. $\triangle$CDE 의 둘레의 길이를 구할 때, 다음 번호에 알맞게 쓴 것이 <u>아닌</u> 것은?



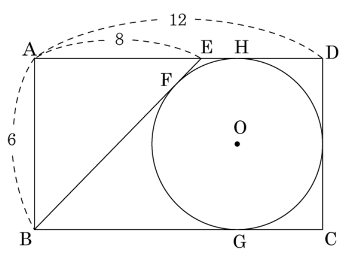
$\overline{AP} = \overline{AS} = 2$
$\overline{DS} = \overline{DA} - \overline{AS} = 4$
($\triangle$CDE 의 둘레)$= \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EC}$
$= \overline{CD} + (\overline{DR} + \overline{RE}) +$ ①
$= \overline{CD} + \overline{DR} + ($② $+ \overline{EC})$
$= \overline{CD} + \overline{DR} + ($③ $+ \overline{EC})$
$= \overline{CD} + \overline{DR} +$ ④
$=$ ⑤

① $\overline{EC}$　　② $\overline{RE}$　　③ $\overline{EQ}$　　④ $\overline{CQ}$　　⑤ 16cm

해설

⑤ $4 + 4 + 4 = 12(\text{cm})$

29. 다음 그림과 같이 원 O 는 직사각형 ABCD 의 세 변과 $\overline{\mathrm{BE}}$ 에 접하고, 점 F 는 접점이다. $\overline{\mathrm{AB}} = 6, \overline{\mathrm{BC}} = 12, \overline{\mathrm{AE}} = 8$ 일 때, $\overline{\mathrm{BF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$\overline{\mathrm{AE}} = 8$ 이므로 $\overline{\mathrm{ED}} = 4$, 외접하는 사각형의 성질에 의해

$\overline{\mathrm{ED}} + \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{CD}} + \overline{\mathrm{BE}}$

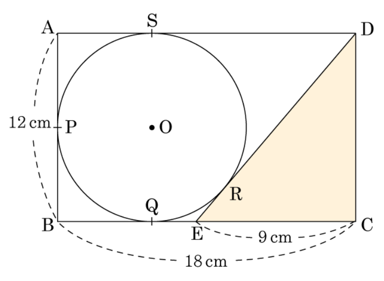
$4 + 12 = 6 + \overline{\mathrm{BE}}$

$\therefore \overline{\mathrm{BE}} = 10$

또한, $\overline{\mathrm{ED}} = 4, \overline{\mathrm{DH}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{CD}} = 3 \;\; \therefore \overline{\mathrm{EH}} = \overline{\mathrm{EF}} = 1$

따라서, $\overline{\mathrm{BF}} = 10 - 1 = 9$ 이다.

30. 다음 그림과 같이 원 O 는 직사각형 ABCD 의 세변과 $\overline{DE}$ 에 접하고, 점 R 은 접점이다. $\overline{AB}=12\text{cm}, \overline{BC}=18\text{cm}, \overline{CE}=9\text{cm}$ 일 때, $\overline{DR}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}}$

▷ 정답 : $12\,\underline{\text{cm}}$

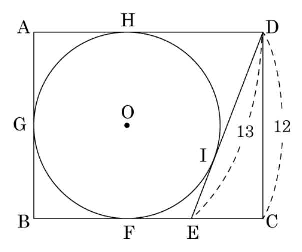
해설

$\overline{CE}=9\text{cm}$ 이므로 $\overline{BE}=9\text{cm}$, 외접하는 사각형의 성질에 의해
$\overline{ED}+\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BE}$
$\overline{DE}+12=18+9$
$\therefore \overline{DE}=15\,\text{cm}$

또한, $\overline{BE}=9\,\text{cm}, \overline{BQ}=\frac{1}{2}\overline{AB}=6\,\text{cm}\ \ \therefore \overline{QE}=\overline{ER}=3\,\text{cm}$

따라서, $\overline{DR}=15-3=12(\,\text{cm})$ 이다.

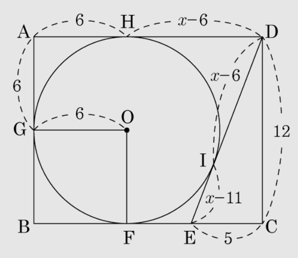
31. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. $\overline{\mathrm{DE}}$ 가 원의 접선이고, $\overline{\mathrm{DE}} = 13$, $\overline{\mathrm{DC}} = 12$ 일 때, $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

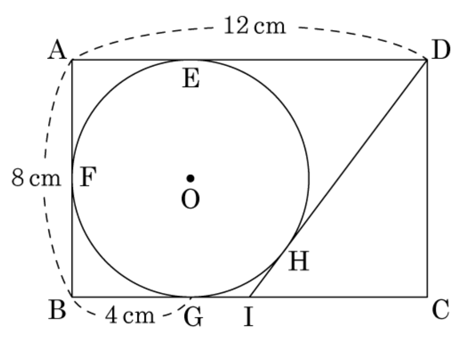
▷ 정답 : 15

해설



$\overline{\mathrm{DE}} = 13$ 이므로 $\overline{\mathrm{CE}} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$
$\overline{\mathrm{AD}} = x$ 라 하면
$\overline{\mathrm{AG}} = \overline{\mathrm{AH}} = 6$ 이므로 $\overline{\mathrm{DH}} = \overline{\mathrm{DI}} = x - 6$
$\overline{\mathrm{EF}} = \overline{\mathrm{CF}} - 5 = x - 6 - 5 = x - 11$
$\overline{\mathrm{ED}} = x - 11 + x - 6 = 13$
$\therefore\ x = 15$

32. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변의 접하는 원 O 가 있다. $\overline{DI}$ 가 원의 접선이고 네 점 E, F, G, H 가 접점일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{AE}$ 의 길이는 4 cm 이다.

② $\overline{DH}$ 의 길이의 길이는 8 cm 이다.

③ $\overline{GI} = 2\,\text{cm}$ 이다.

④ $\overline{CI} = 4\,\text{cm}$ 이다.

⑤ $\triangle CDI$ 의 넓이는 $24\,\text{cm}^2$ 이다.

해설

③ $\overline{GI} = x$ 라 할 때, $\overline{CI}$ 의 길이는 $\overline{CI} = (8-x)\,\text{cm}$, $\overline{DI} = (8+x)\,\text{cm}$ 이므로

피타고라스의 성질에 의해

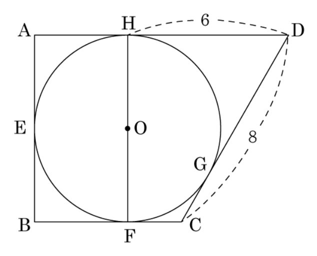
$(8+x)^2 = 8^2 + (8-x)^2$

$\therefore x = 2\,\text{cm}$

④ $\overline{CI} = 8 - x = 6$

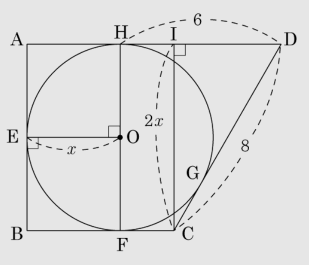
⑤ $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24(\text{cm}^2)$

33. 다음 그림과 같이 원 O 의 외접사각형 ABCD 에서 네 점 E, F, G, H 는 접점이고 선분 HF 는 원 O 의 지름이다. $\overline{\mathrm{CD}} = 8, \overline{\mathrm{DH}} = 6$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



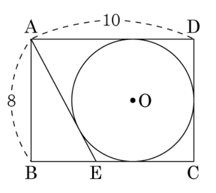
① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설



그림에서 반지름의 길이를 x 라 하고 C 에서 $\overline{\mathrm{AD}}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 하자.
$\overline{\mathrm{CI}} = 2x$, $\overline{\mathrm{DH}} = 6$ 이므로 $\overline{\mathrm{DG}} = 6$, $\overline{\mathrm{HI}} = \overline{\mathrm{CF}} = \overline{\mathrm{CG}} = 2$ 이고 $\overline{\mathrm{DI}} = 4$
$\triangle$CDI 에서 $(2x)^2 + 4^2 = 8^2 \quad \therefore\ x = 2\sqrt{3}$

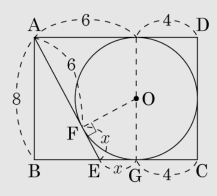
34. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{AB} = 8$, $\overline{AD} = 10$ 인 직사각형이다. 원 O 가 □AECD 에 내접할 때, △ABE 의 넓이를 구하면?



① $\frac{38}{3}$ ② $\frac{40}{3}$ ③ 14 ④ $\frac{44}{3}$ ⑤ $\frac{46}{3}$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면



$2r = 8,\ r = 4$

$\overline{FE} = \overline{EG} = x(x < 6)$ 라 하면

$\overline{BE} + \overline{EC} = 10$ 이므로 $\overline{BE} = 6 - x$ 이다.

△ABE 에서

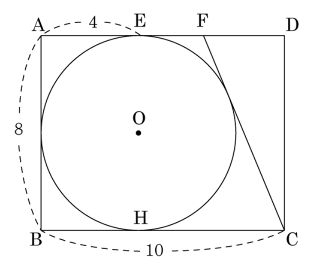
$(6 + x)^2 = (6 - x)^2 + 64,\ 24x = 64$

$\therefore x = \frac{8}{3}$

$\therefore \overline{BE} = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}$

$\therefore \triangle ABE = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{10}{3} = \frac{40}{3}$

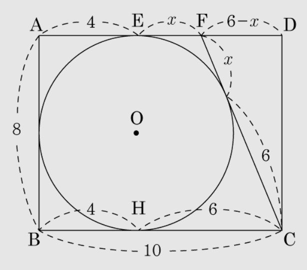
35. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. $\overline{CF}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{CF} = \frac{b}{a}$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설



피타고라스 정리에 의해

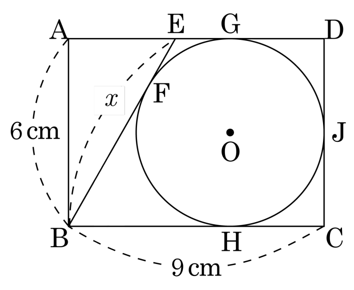
$\overline{CF}^2 = \overline{DF}^2 + \overline{CD}^2$

$(x+6)^2 = (6-x)^2 + 8^2$

$\therefore x = \frac{8}{3}$

따라서 $\overline{CF} = \frac{26}{3}$

36. 다음 그림과 같이 원 O 가 직사각형 □ABCD 의 세 변과 $\overline{\mathrm{BE}}$ 에 접할 때, x 의 값을 구하여라. (단, F, G, H, I 는 접점)



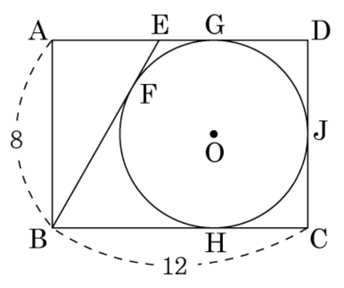
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$ cm

해설

$\overline{\mathrm{ED}} + \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{EB}} + \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{ED}} + 9 = x + 6$ 이다. 따라서 $\overline{\mathrm{ED}} = x - 3$ 이다.
$\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AD}} - \overline{\mathrm{ED}} = 9 - (x - 3) = 12 - x$ 이므로 직각삼각형 ABE 에서 $x^2 = (12 - x)^2 + 6^2$ 이다.
따라서 $x = \frac{15}{2}$(cm) 이다.

37. 다음 그림과 같이 원 O 가 직사각형 ABCD 의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접할 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라. (단, F, G, H, J 는 접점)



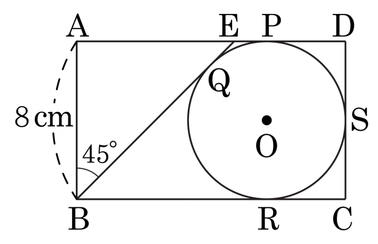
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\overline{ED}+\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{DC}$ 이므로 $\overline{ED}+12=\overline{BE}+8$ 이다. 따라서$\overline{ED}=\overline{BE}-4$ 이다.
$\overline{AE}=\overline{AD}-\overline{ED}=12-(\overline{BE}-4)=16-\overline{BE}$ 이므로 직각삼각형 ABE 에서 $\overline{BE^2}=(16-\overline{BE})^2+8^2$ 이다. 따라서 $\overline{BE}=10$ 이다.

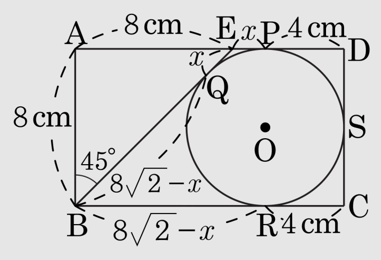
38. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=8\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접하는 원 O 에 대하여 $\angle ABE=45°$ 일 때, 직사각형의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $32+8\sqrt{2}$ cm

해설



그림과 같이 $\overline{EP}=x$ 라고 하면 $\overline{EQ}=\overline{EP}=x$ 이고, 직각이등변삼각형 ABE 에서 $\angle ABE=45°$ 이므로 $\overline{BE}=8\sqrt{2}$,

$\overline{BQ}=\overline{BR}=8\sqrt{2}-x$

$\overline{AD}=x+12$,

$\overline{BC}=8\sqrt{2}+4-x$ 이므로 $\overline{AD}=\overline{BC}$ 에서

$x+12=8\sqrt{2}+4-x \qquad \therefore\ x=(4\sqrt{2}-4)$

$\therefore\ \overline{AD}=12+4\sqrt{2}-4=8+4\sqrt{2}$

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$(8+8+4\sqrt{2})\times 2=(32+8\sqrt{2})\text{cm}$ 이다.