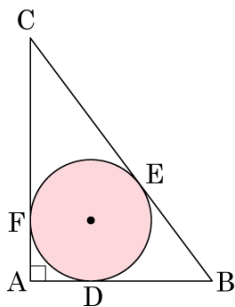


1. 다음 그림에서 원 O는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CA} = 4\text{cm}$ 일 때, 원 O의 넓이는?



① $\pi \text{ cm}^2$

② $\frac{9}{2}\pi \text{ cm}^2$

③ $6.5\pi \text{ cm}^2$

④ $12\pi \text{ cm}^2$

⑤ $16\pi \text{ cm}^2$

해설

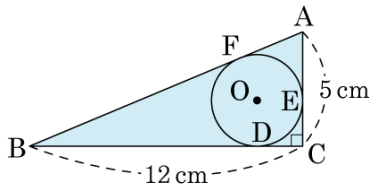
내접원의 반지름을 r 라 하면

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times (3 + 4 + 5) \times r$$

$$\therefore r = 1(\text{cm})$$

따라서, 원의 넓이는 $\pi \text{ cm}^2$

2. 다음 그림에서 원 O는 삼각형 ABC의 내접원이다. $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90^\circ$ 일 때, 내접원 O의 반지름의 길이는?



- ① 0.5cm ② 1cm ③ 1.5cm
 ④ 2cm ⑤ 2.5cm

해설

□ODCE는 정사각형, 원의 반지름을 x 라 하면,

$$\overline{AE} = \overline{AF} = 5 - x$$

$$\overline{BD} = \overline{BF} = 12 - x$$

$$\therefore \overline{AB} = 17 - 2x \cdots ①$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2$$

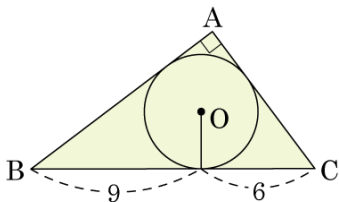
$$\overline{AB}^2 = 12^2 + 5^2 = 169$$

$$\therefore \overline{AB} = 13 (\because \overline{AB} > 0) \cdots ②$$

$$①, ② \text{에 의해 } 13 = 17 - 2x$$

$$\therefore x = 2$$

3. 다음 그림에서 원 O가 직각삼각형 ABC의 내접원일 때, 원 O의 반지름의 길이는?



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

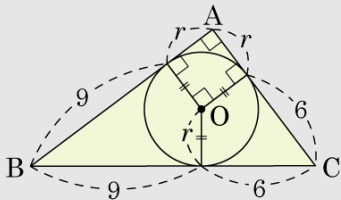
해설

반지름을 r 라 하면

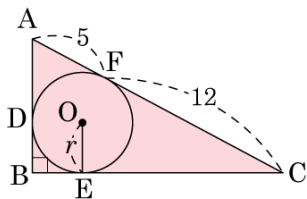
$$(9+r)^2 + (6+r)^2 = 15^2, \quad r^2 +$$

$$15r - 54 = 0$$

$$(r-3)(r+18) = 0 \quad \therefore r = 3$$



4. 다음 그림에서 원 O 가 직각삼각형 ABC 의 내접원일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

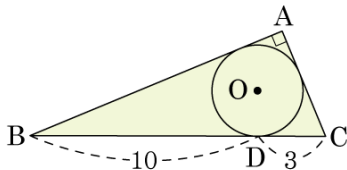
해설

반지름을 r 라 하면

$$(5 + r)^2 + (12 + r)^2 = 17^2, \quad r^2 + 17r - 60 = 0$$

$$(r - 3)(r + 20) = 0 \quad \therefore r = 3$$

5. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이다. $\triangle ABC$ 의 넓이는? (단, $\overline{BD} = 10$, $\overline{CD} = 3$)



① 12

② 24

③ 30

④ 36

⑤ 48

해설

원 O의 반지름의 길이를 r 라 하면

$\overline{AB} = 10 + r$, $\overline{AC} = 3 + r$ 이고

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 이므로

$$13^2 = (10 + r)^2 + (3 + r)^2$$

$$169 = 100 + 20r + r^2 + 9 + 6r + r^2$$

$$2r^2 + 26r - 60 = 0$$

$$r^2 + 13r - 30 = 0$$

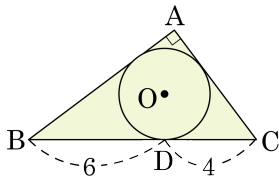
$$(r + 15)(r - 2) = 0$$

$$r > 0 \text{ 이므로 } r = 2$$

$$\therefore \overline{AB} = 12, \overline{AC} = 5$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$$

6. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이다. $\triangle ABC$ 의 넓이는? (단, $\overline{BD} = 6$, $\overline{CD} = 4$)



① 12

② 24

③ 30

④ 36

⑤ 48

해설

원 O의 반지름의 길이를 r 라 하면

$\overline{AB} = 6 + r$, $\overline{AC} = 4 + r$ 이고

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 이므로

$$10^2 = (6 + r)^2 + (4 + r)^2$$

$$100 = 36 + 12r + r^2 + 16 + 8r + r^2$$

$$2r^2 + 20r - 48 = 0$$

$$r^2 + 10r - 24 = 0$$

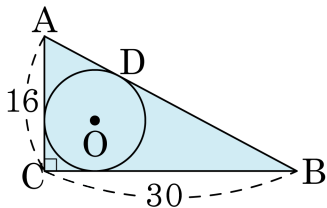
$$(r + 12)(r - 2) = 0$$

$$r > 0 \text{ 이므로 } r = 2$$

$$\therefore \overline{AB} = 8, \overline{AC} = 6$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$$

7. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이다. 원 O 의 반지름의 길이는?



① 6

② $6\sqrt{2}$

③ 3

④ $3\sqrt{3}$

⑤ 8

해설

원 O 의 반지름을 r 이라 하면 $\overline{CE} = \overline{CF} = r$,

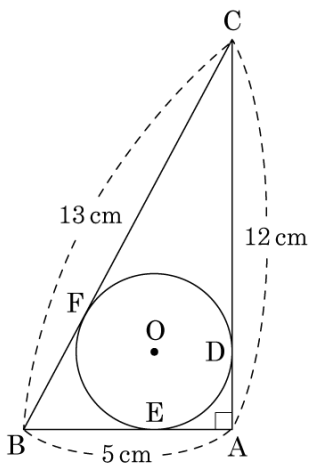
$$\overline{AD} = 16 - r, \overline{BD} = 30 - r$$

$$\overline{AB} = \sqrt{30^2 + 16^2} = 34$$

$$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD}$$

$$34 = (16 - r) + (30 - r) \quad \therefore r = 6$$

8. 다음 그림을 보고 내접원 O의 반지름 x 를 바르게 구한 것은?



- ① 0.5 cm ② 1 cm ③ 1.7 cm
 ④ 2 cm ⑤ 3 cm

해설

$\overline{OE} = \overline{OD} = \overline{AE} = \overline{AD} = x$ 라고 하면

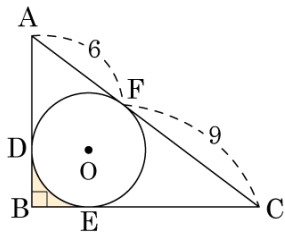
$\overline{CF} = \overline{CD} = 12 - x$

$\overline{BF} = \overline{BE} = 5 - x$

$\overline{CB} = \overline{CF} + \overline{BF}$ 이므로

$13 = (12 - x) + (5 - x) \quad \therefore x = 2 \text{ (cm)}$

9. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $10 - \frac{9}{4}\pi$ ② $9 - \pi$ ③ $\frac{44}{9} - \pi$
 ④ $9 - \frac{9}{4}\pi$ ⑤ $20 - 5\pi$

해설

원 O의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BD} = \overline{BE} = x$

$\overline{AD} = \overline{AF} = 6$ 이므로 $\overline{AB} = 6 + x$,

$\overline{CE} = \overline{CF} = 9$ 이므로 $\overline{BC} = 9 + x$

$$(6 + x)^2 + (x + 9)^2 = 15^2$$

$$x^2 + 15x - 54 = 0$$

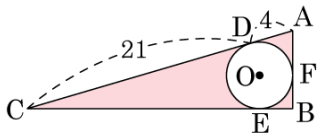
$$(x + 18)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 3$$

색칠한 부분의 넓이는 정사각형 ODBE에서 부채꼴 ODE의 넓이를 뺀 것과 같다.

$$\therefore 3^2 - \frac{1}{4} \times 3^2 \times \pi = 9 - \frac{9}{4}\pi$$

10. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① $64 - \frac{9}{4}\pi$

② $72 - 4\pi$

③ $84 - 9\pi$

④ $90 - \frac{9}{4}\pi$

⑤ $100 - 25\pi$

해설

원 O의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BF} = \overline{BE} = x$

$\overline{AD} = \overline{AF} = 4$ 이므로 $\overline{AB} = 4 + x$,

$\overline{CE} = \overline{CD} = 21$ 이므로 $\overline{BC} = 21 + x$

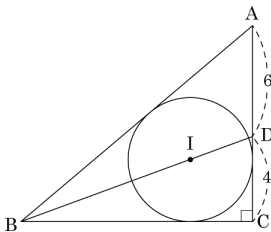
$$(4 + x)^2 + (x + 21)^2 = 25^2$$

$$\therefore x = 3$$

따라서, $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 24$

그러므로 색칠된 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 24 \times 7 - \pi(3)^2 = 84 - 9\pi$

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 내심을 I 라 하고, $\overline{BI}$ 의 연장선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AD} = 6, \overline{CD} = 4$ 이다. 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $5 - \sqrt{5}$

해설

$\overline{BD}$ 가 $\angle ABC$ 의 이등분선이므로 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{CD} = 6 : 4 = 3 : 2$

$\overline{AB} = 3a, \overline{BC} = 2a$ 로 놓으면

$$9a^2 = 4a^2 + 100$$

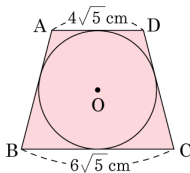
$$5a^2 = 100$$

$$a = 2\sqrt{5} (\because a > 0)$$

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 4\sqrt{5} = \frac{1}{2} \times r \times (10 + 10\sqrt{5})$$

$$\therefore r = 5 - \sqrt{5}$$

12. 다음 그림에서 등변사다리꼴 ABCD 가 원 O 에 외접할 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $\sqrt{5} \text{ cm}$

② $5\sqrt{5} \text{ cm}$

③ $10\sqrt{5} \text{ cm}$

④ $6\sqrt{5} \text{ cm}$

⑤ $4\sqrt{5} \text{ cm}$

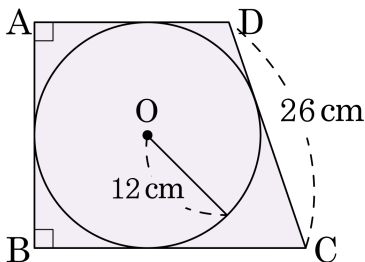
해설

등변사다리꼴이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이고,

$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD}$ 성립하므로 $2\overline{AB} = 4\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$

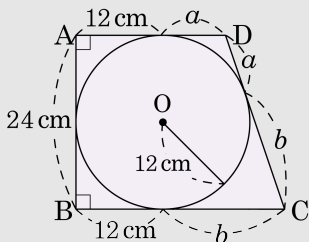
$\therefore \overline{AB} = 5\sqrt{5} \text{ cm}$

13. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 넓이는?



- ① 600cm^2 ② 640cm^2 ③ 720cm^2
 ④ 800cm^2 ⑤ 850cm^2

해설



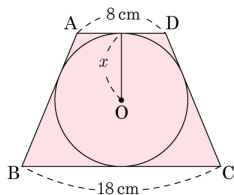
접선의 성질에 따라 그림처럼 같은 길이의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned}\square ABCD \text{의 넓이} &= \frac{1}{2} \{ (12 + a) + (12 + b) \} \times 24 \\ &= 12(24 + a + b)\end{aligned}$$

$a + b = 26(\text{cm})$ 이므로

구하는 넓이는 $12 \times (24 + 26) = 600(\text{cm}^2)$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 18\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



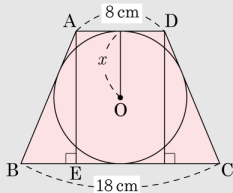
- ① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

$$\overline{AB} + \overline{CD} = 8 + 18 = 26(\text{cm})$$

□ABCD 는 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$

$$\therefore \overline{AB} = 13(\text{cm})$$

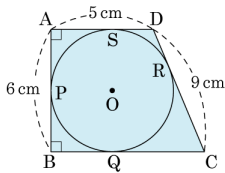


점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면

$$\overline{BE} = 5(\text{cm}) \quad \therefore \overline{AE} = 2x = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{cm})$$

$$\therefore x = 12 \times \frac{1}{2} = 6(\text{cm})$$

15. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 가 원 O 의 외접사각형이고, 네 점 P, Q, R, S 는 각각 원 O 의 접점이다. 이 때, $\overline{CQ}$ 의 길이는?



① 5cm

② 6cm

③ 7cm

④ 8cm

⑤ 9cm

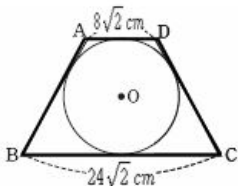
해설

$$6 + 9 = 5 + \overline{BC} \therefore \overline{BC} = 10\text{cm}$$

$$\overline{AP} = \overline{BP} = \overline{AS} = \overline{BQ} = 3\text{cm} (\because \overline{OQ} \perp \overline{BC}, \overline{OP} \perp \overline{AB})$$

$$\overline{CQ} = 10 - 3 = 7(\text{cm})$$

16. 다음 그림과 같이 원 O에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD가 있다.
 $\overline{AD} = 8\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{BC} = 24\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, 내접원 O의 넓이는?



- ① $69\pi\text{cm}^2$ ② $69\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$ ③ $96\pi\text{cm}^2$
 ④ $96\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$ ⑤ $8\sqrt{6}\pi\text{cm}^2$

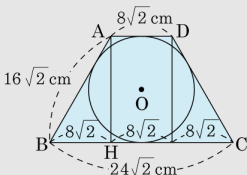
해설

$$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD} = 2\overline{AB} \therefore \overline{AB} = 16\sqrt{2}(\text{cm})$$

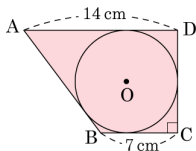
$$\overline{AH} = \sqrt{(16\sqrt{2})^2 - (8\sqrt{2})^2} = 8\sqrt{6}(\text{cm})$$

$\therefore$ 원의반지름은 $4\sqrt{6}(\text{cm})$

$$(\text{원의 넓이}) = \pi \times (4\sqrt{6})^2 = 96\pi(\text{cm}^2)$$



17. 다음 그림에서 □ABCD 에 내접하는 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

cm

▶ 정답 : $\frac{28}{3}\pi$ cm

해설

반지름을 r cm라 하면

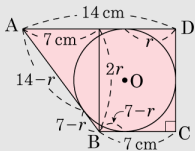
$$(14 - r + 7 - r)^2 = 7^2 + (2r)^2$$

$$(21 - 2r)^2 = 49 + 4r^2$$

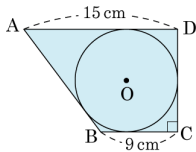
$$441 - 84r + 4r^2 = 49 + 4r^2 \quad 84r = 392$$

$$\therefore r = \frac{392}{84} = \frac{14}{3}(\text{cm})$$

$$(\text{원의 둘레}) = 2\pi \times \frac{14}{3} = \frac{28}{3}\pi(\text{cm})$$



18. 다음 그림에서 □ABCD 에 내접하는 원 O 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : $\frac{45}{4}\pi$ cm

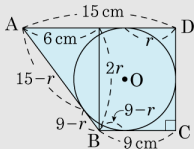
해설

반지름의 길이를 r cm 라 하면 $(15-r+9-r)^2 = 6^2 + (2r)^2$, $(24-2r)^2 = 36 + 4r^2$

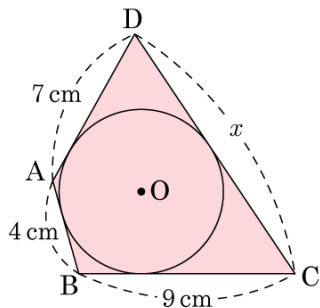
$$576 - 96r + 4r^2 = 36 + 4r^2$$

$$\therefore r = \frac{45}{8}(\text{cm})$$

$$(\text{원의 둘레의 길이}) = 2\pi \times \frac{45}{8} = \frac{45}{4}\pi(\text{cm})$$



19. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD가 원 O에 외접할 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?



① 11cm

② 12cm

③ 13cm

④ 14cm

⑤ 15cm

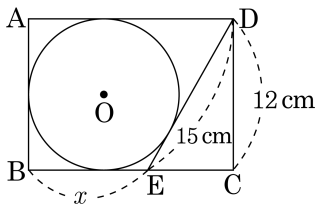
해설

$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD}$ 이므로

$$7 + 9 = 4 + x$$

$$\therefore x = 12(\text{cm})$$

20. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. $\overline{CD} = 12\text{ cm}$, $\overline{DE} = 15\text{ cm}$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.



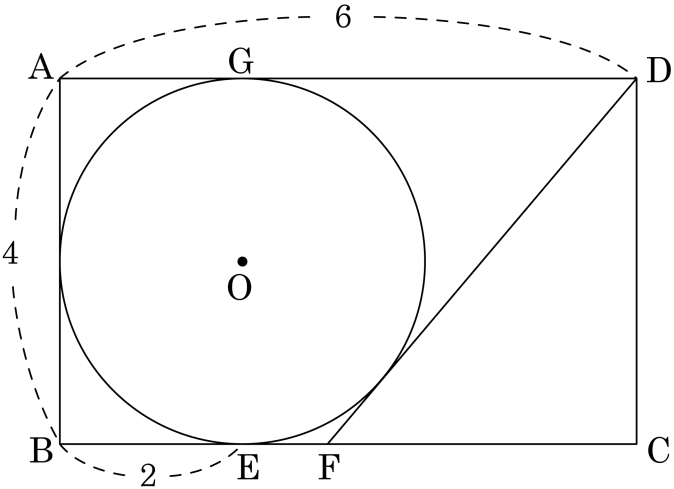
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 9 cm

해설

$\overline{CE} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9(\text{cm})$ 이다. $\overline{AD} = \overline{BC} = (x + 9)(\text{cm})$ 이고 $\square ABED$ 가 원 O 에 외접하므로 $12 + 15 = (x + 9) + x$ 이다. 따라서 $x = 9(\text{cm})$ 이다.

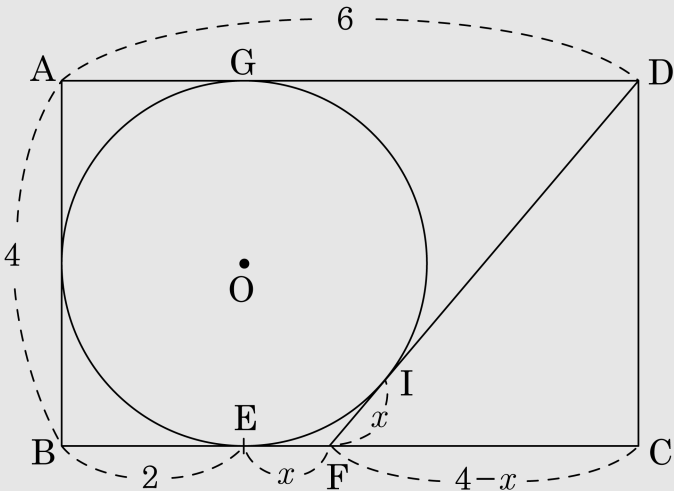
21. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다. DF 가 원 O 의 접선일 때, EF 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

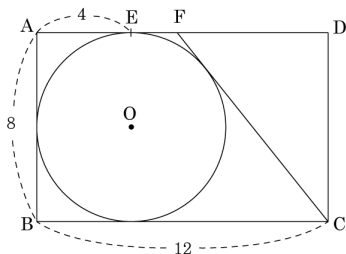
▷ 정답 : 1

해설



$\overline{BE} = 2$ 이므로 $\overline{AG} = 2$, $\overline{DI} = 4$
 $\overline{FI} = \overline{EF} = x$ 로 놓으면 $\overline{CF} = 4 - x$
 $\therefore (4 + x)^2 = 4^2 + (4 - x)^2$, $16x = 16$, $x = 1$
따라서 $\overline{EF} = 1$

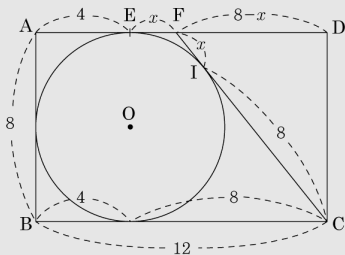
22. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다.
DE 가 원 O 의 접선일 때, EF 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설



$\overline{AE} = 4$ 이므로

$\overline{FI} = \overline{EF} = x$ 로 놓으면 $\overline{CF} = 8 - x$

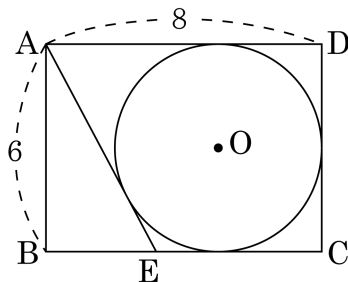
$$\therefore (8 + x)^2 = 8^2 + (8 - x)^2$$

$$32x = 64$$

$$x = 2$$

따라서 $\overline{EF} = 2$

- 23.** 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 8$ 직사각형이다. 원 O 가 $\square AECD$ 에 내접할 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.

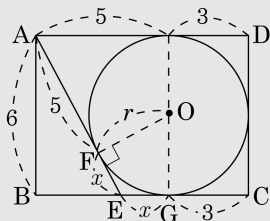


▶ 답:

▶ 정답 : $\frac{16}{5}$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면



$$2r = 6, \quad r = 3$$

$$\overline{FE} = \overline{EG} = x(x < 5) \text{ 라 하면}$$
$$\overline{BE} + \overline{EC} = 8 \text{ 이므로 } \overline{BE} = 5 - x \text{ 이다.}$$

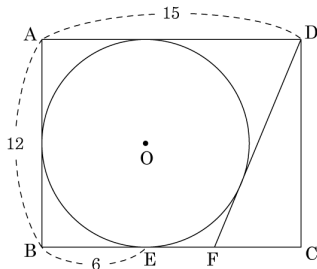
$\triangle ABE$ 에서

$$(5+x)^2 = (5-x)^2 + 36, \quad 20x = 36$$

$$\therefore x = \frac{9}{5}$$

$$\therefore \overline{\text{BE}} = 5 - \frac{9}{5} = \frac{16}{5}$$

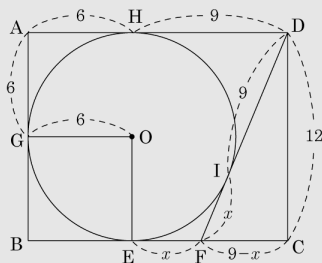
24. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다.
 $\overline{DF}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{DF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 13

해설



피타고라스 정리에 의해

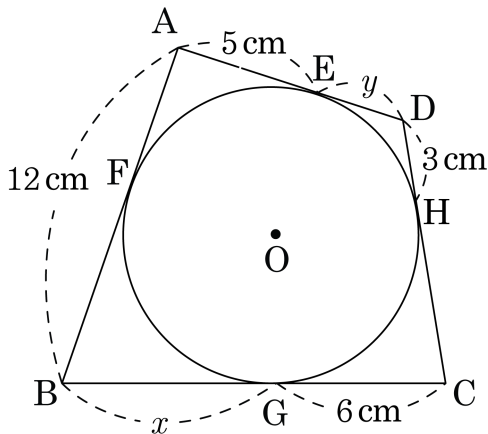
$$\overline{DF}^2 = \overline{CF}^2 + \overline{CD}^2$$

$$(x + 9)^2 = (9 - x)^2 + 12^2$$

$$\therefore x = 4$$

$$\text{따라서 } \overline{DF} = 13$$

25. 다음 그림과 같이 $\square ABCD$ 가 원 O 에 외접할 때, $x + y$ 의 값은?



① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

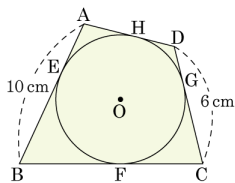
$$\overline{AF} = \overline{AE} = 5(\text{cm})$$

$$\overline{DH} = \overline{ED} = 3(\text{cm})$$

$$\overline{BF} = \overline{BG} = 7(\text{cm})$$

$$\text{따라서 } x = 7(\text{cm}), y = 3(\text{cm})$$

26. 다음 그림과 같이 반지름이 4cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 각 변과 원 O 의 접점을 E, F, G, H 라 할 때, 사각형의 넓이를 구하여라.

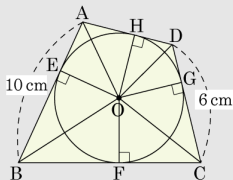


▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 64cm²

해설

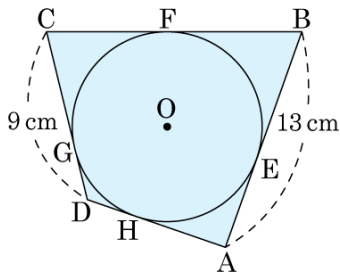
외접 사각형의 성질에 의해서 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD} = 16(\text{cm})$



또한, 원의 반지름과 사각형의 모든 변은 수직으로 만나므로 (사각형의 넓이)

$$\begin{aligned}
 &= \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle COD + \triangle DOA \\
 &= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{CD} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{DA} \times r \\
 &= \frac{1}{2} \times r \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}) \\
 &= \frac{1}{2} \times 4 \times 32 = 64(\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

27. 다음 그림과 같이 반지름이 4 cm 인 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 각 변과 원 O 의 접점을 E, F, G, H 라 할 때, 사각형의 넓이를 구하여라.



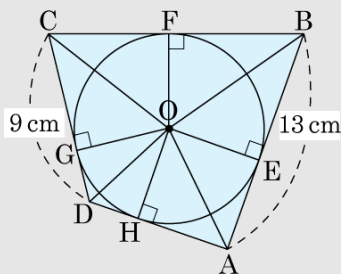
▶ 답 :

cm²

▷ 정답 : 88 cm²

해설

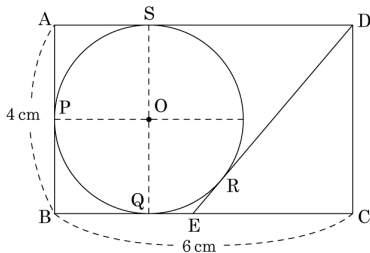
외접 사각형의 성질에 의해서
 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD} = 22 \text{ cm}$



또한, 원의 반지름과 사각형의 모든 변은 수직으로 만나므로 (사각형의 넓이)

$$\begin{aligned}
 &= \triangle AOB + \triangle BOC + \triangle COD + \triangle DOA \\
 &= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{CD} \times r + \frac{1}{2} \times \overline{DA} \times r \\
 &= \frac{1}{2} \times r \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA}) \\
 &= \frac{1}{2} \times 4 \times 44 = 88 (\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

28. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 안에 원 O 와 $\triangle CDE$ 가 접하고 있다. $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이를 구할 때, 다음 번호에 알맞게 쓴 것이 아닌 것은?



$$\overline{AP} = \overline{AS} = 2$$

$$\overline{DS} = \overline{DA} - \overline{AS} = 4$$

$$(\triangle CDE \text{ 의 둘레}) = \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EC}$$

$$= \overline{CD} + (\overline{DR} + \overline{RE}) + \textcircled{1}$$

$$= \overline{CD} + \overline{DR} + (\textcircled{2} + \overline{EC})$$

$$= \overline{CD} + \overline{DR} + (\textcircled{3} + \overline{EC})$$

$$= \overline{CD} + \overline{DR} + \textcircled{4}$$

$$= \textcircled{5}$$

① $\overline{EC}$

② $\overline{RE}$

③ $\overline{EQ}$

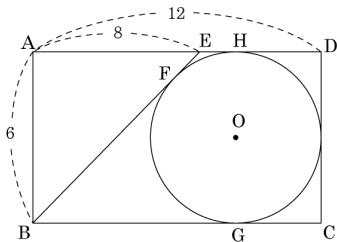
④ $\overline{CQ}$

⑤ 16cm

해설

⑤ $4 + 4 + 4 = 12(\text{cm})$

29. 다음 그림과 같이 원 O는 직사각형 ABCD의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접하고, 점 F는 접점이다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 12$, $\overline{AE} = 8$ 일 때, $\overline{BF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$\overline{AE} = 8$ 이므로 $\overline{ED} = 4$, 외접하는 사각형의 성질에 의해

$$\overline{ED} + \overline{BC} = \overline{CD} + \overline{BE}$$

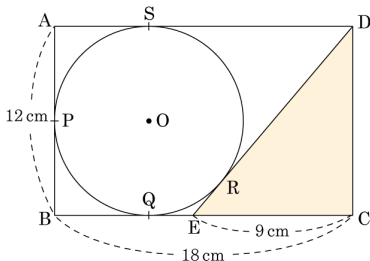
$$4 + 12 = 6 + \overline{BE}$$

$$\therefore \overline{BE} = 10$$

$$\text{또한, } \overline{ED} = 4, \overline{DH} = \frac{1}{2}\overline{CD} = 3 \therefore \overline{EH} = \overline{EF} = 1$$

따라서, $\overline{BF} = 10 - 1 = 9$ 이다.

30. 다음 그림과 같이 원 O는 직사각형 ABCD의 세변과 $\overline{DE}$ 에 접하고, 점 R은 접점이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 18\text{cm}$, $\overline{CE} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{DR}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12cm

해설

$\overline{CE} = 9\text{cm}$ 이므로 $\overline{BE} = 9\text{cm}$, 외접하는 사각형의 성질에 의해

$$\overline{ED} + \overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BE}$$

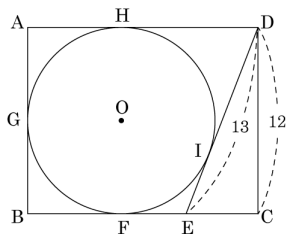
$$\overline{DE} + 12 = 18 + 9$$

$$\therefore \overline{DE} = 15\text{cm}$$

$$\text{또한, } \overline{BE} = 9\text{cm}, \overline{BQ} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 6\text{cm} \therefore \overline{QE} = \overline{ER} = 3\text{cm}$$

따라서, $\overline{DR} = 15 - 3 = 12(\text{cm})$ 이다.

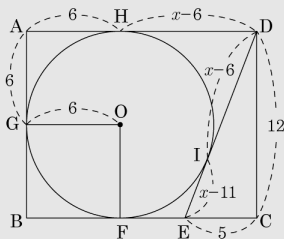
31. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD의 세 변에 접하는 원 O가 있다. $\overline{DE}$ 가 원의 접선이고, $\overline{DE} = 13$, $\overline{DC} = 12$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 15

해설



$$\overline{DE} = 13 \text{ 이므로 } \overline{CE} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$$

$\overline{AD} = x$ 라 하면

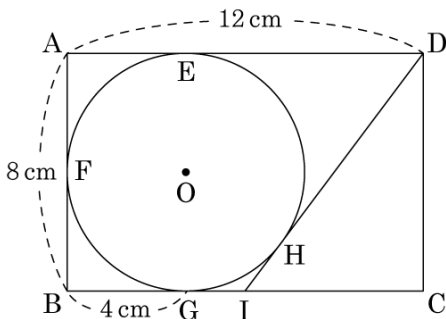
$$\overline{AG} = \overline{AH} = 6 \text{ 이므로 } \overline{DH} = \overline{DI} = x - 6$$

$$\overline{EF} = \overline{CF} - 5 = x - 6 - 5 = x - 11$$

$$\overline{ED} = x - 11 + x - 6 = 13$$

$$\therefore x = 15$$

32. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변의 접하는 원 O 가 있다. $\overline{DI}$ 가 원의 접선이고 네 점 E, F, G, H 가 접점일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\overline{AE}$ 의 길이는 4 cm 이다.
- ② $\overline{DH}$ 의 길이는 8 cm 이다.
- ③ $\overline{GI} = 2$ cm 이다.
- ④ $\overline{CI} = 4$ cm 이다.
- ⑤ $\triangle CDI$ 의 넓이는 24 cm^2 이다.

해설

③ $\overline{GI} = x$ 라 할 때, $\overline{CI}$ 의 길이는 $\overline{CI} = (8 - x) \text{ cm}$, $\overline{DI} = (8 + x) \text{ cm}$ 이므로

피타고라스의 성질에 의해

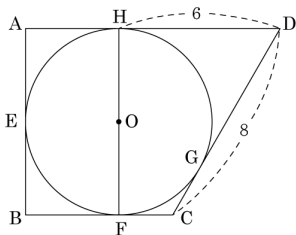
$$(8 + x)^2 = 8^2 + (8 - x)^2$$

$$\therefore x = 2 \text{ cm}$$

$$\textcircled{4} \overline{CI} = 8 - x = 6$$

$$\textcircled{5} \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 (\text{cm}^2)$$

33. 다음 그림과 같이 원 O의 외접사각형 ABCD에서 네 점 E, F, G, H는 접점이고 선분 HF는 원 O의 지름이다. $\overline{CD} = 8$, $\overline{DH} = 6$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이는?



① 3

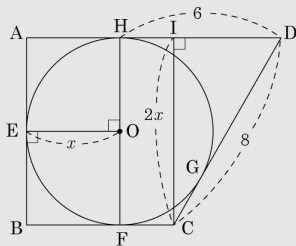
② $\sqrt{10}$

③ $3\sqrt{2}$

④ 4

⑤ $2\sqrt{3}$

해설

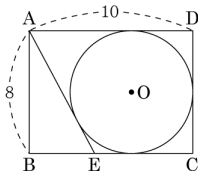


그림에서 반지름의 길이를 x 라 하고 C에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 I라 하자.

$\overline{CI} = 2x$, $\overline{DH} = 6$ 이므로 $\overline{DG} = 6$, $\overline{HI} = \overline{CF} = \overline{CG} = 2$ 이고 $\overline{DI} = 4$

$\triangle CDI$ 에서 $(2x)^2 + 4^2 = 8^2 \quad \therefore x = 2\sqrt{3}$

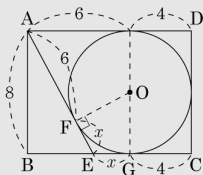
34. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 $\overline{AB} = 8$, $\overline{AD} = 10$ 인 직사각형이다. 원 O 가 $\square AECD$ 에 내접할 때, $\triangle ABE$ 의 넓이를 구하면?



- ① $\frac{38}{3}$ ② $\frac{40}{3}$ ③ 14 ④ $\frac{44}{3}$ ⑤ $\frac{46}{3}$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면



$$2r = 8, r = 4$$

$\overline{FE} = \overline{EG} = x (x < 6)$ 라 하면

$\overline{BE} + \overline{EC} = 10$ 이므로 $\overline{BE} = 6 - x$ 이다.

$\triangle ABE$ 에서

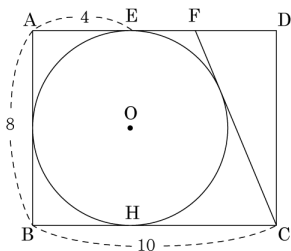
$$(6 + x)^2 = (6 - x)^2 + 64, 24x = 64$$

$$\therefore x = \frac{8}{3}$$

$$\therefore \overline{BE} = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore \triangle ABE = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{10}{3} = \frac{40}{3}$$

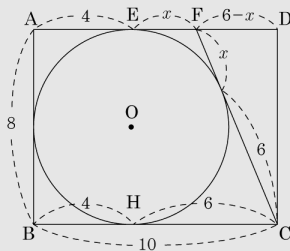
35. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변에 접하는 원 O 가 있다.
 $\overline{CF}$ 가 원 O 의 접선일 때, $\overline{CF} = \frac{b}{a}$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
 (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

▶ 정답 : 29

해설



피타고라스 정리에 의해

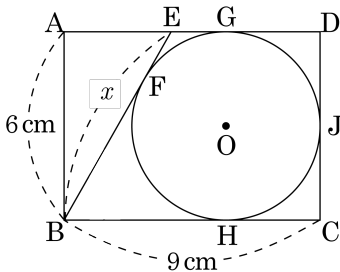
$$\overline{CF}^2 = \overline{DF}^2 + \overline{CD}^2$$

$$(x + 6)^2 = (6 - x)^2 + 8^2$$

$$\therefore x = \frac{8}{3}$$

$$\text{따라서 } \overline{CF} = \frac{26}{3}$$

36. 다음 그림과 같이 원 O 가 직사각형 $\square ABCD$ 의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접할 때, x 의 값을 구하여라. (단, F, G, H, I 는 접점)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$ cm

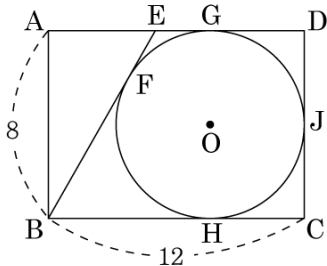
해설

$\overline{ED} + \overline{BC} = \overline{EB} + \overline{DC}$ 이므로 $\overline{ED} + 9 = x + 6$ 이다. 따라서 $\overline{ED} = x - 3$ 이다.

$\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = 9 - (x - 3) = 12 - x$ 이므로 직각삼각형 ABE 에서 $x^2 = (12 - x)^2 + 6^2$ 이다.

따라서 $x = \frac{15}{2}$ (cm) 이다.

37. 다음 그림과 같이 원 O 가 직사각형 $ABCD$ 의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접할 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라. (단, F, G, H, J 는 접점)



▶ 답 :

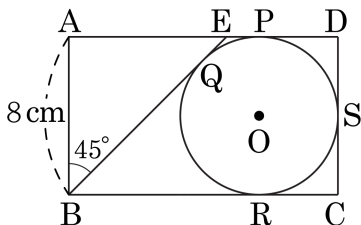
▷ 정답 : 10

해설

$\overline{ED} + \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{DC}$ 이므로 $\overline{ED} + 12 = \overline{BE} + 8$ 이다. 따라서 $\overline{ED} = \overline{BE} - 4$ 이다.

$\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = 12 - (\overline{BE} - 4) = 16 - \overline{BE}$ 이므로 직각삼각형 ABE 에서 $\overline{BE}^2 = (16 - \overline{BE})^2 + 8^2$ 이다. 따라서 $\overline{BE} = 10$ 이다.

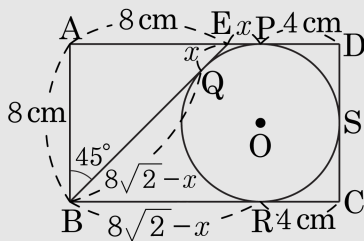
38. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 의 세 변과 $\overline{BE}$ 에 접하는 원 O 에 대하여 $\angle ABE = 45^\circ$ 일 때, 직사각형의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $32 + 8\sqrt{2}$ cm

해설



그림과 같이 $\overline{EP} = x$ 라고 하면 $\overline{EQ} = \overline{EP} = x$ 이고, 직각이등변삼각형 ABE 에서 $\angle ABE = 45^\circ$ 이므로 $\overline{BE} = 8\sqrt{2}$,

$$\overline{BQ} = \overline{BR} = 8\sqrt{2} - x$$

$$\overline{AD} = x + 12,$$

$\overline{BC} = 8\sqrt{2} + 4 - x$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 에서

$$x + 12 = 8\sqrt{2} + 4 - x \quad \therefore x = (4\sqrt{2} - 4)$$

$$\therefore \overline{AD} = 12 + 4\sqrt{2} - 4 = 8 + 4\sqrt{2}$$

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$$(8 + 8 + 4\sqrt{2}) \times 2 = (32 + 8\sqrt{2})\text{cm} \text{ 이다.}$$