

1. 다항식  $x^3 - 2$ 를  $x^2 - 2$ 로 나눈 나머지는?

① 2

② -2

③  $-2x - 2$

④  $2x + 2$

⑤  $2x - 2$

해설

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 2} = \frac{x^3 - 2x + 2x - 2}{x^2 - 2} = x + \frac{2x - 2}{x^2 - 2}$$

∴ 몫은  $x$ , 나머지는  $2x - 2$

2. 다항식  $f(x)$ 를  $2x^2 + 3x + 2$ 로 나누었더니 몫이  $3x - 4$ 이고, 나머지가  $2x + 5$ 이었다. 이 때,  $f(1)$ 의 값은?

① -1      ② 0      ③ 1      ④ 3      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ &= 6x^3 + 9x^2 + 6x - 8x^2 - 12x - 8 + 2x + 5 \\ &= 6x^3 + x^2 - 4x - 3 \\ \therefore f(1) &= 6 + 1 - 4 - 3 = 0 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ f(1) &= (2 + 3 + 2)(3 - 4) + (2 + 5) = -7 + 7 = 0 \end{aligned}$$

3. 등식  $2x^2 + x + 5 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 가  $x$ 에 대한 항등식일 때  $a + b + c$ 의 값은?

① 12    ② 15    ③ 18    ④ 21    ⑤ 24

해설

좌변을 전개하여 계수를 비교해서  $a, b, c$ 를 구할 수 있다.  
여기에서는 계수의 합을 구하는 것이므로 양변에  $x = 2$ 를 대입해서 구한다.

$$15 = a + b + c$$

4. 다항식  $P(x)$ 를  $x+1$ 로 나누면 떨어지고,  $x-2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이때,  $P(x)$ 를  $(x+1)(x-2)$ 로 나누었을 때 나머지는?

- ①  $x$                       ②  $-x+1$                       ③  $x+1$   
④  $-2x+2$                       ⑤  $2x+2$

해설

$P(x) = (x+1)Q(x)$   
 $P(x) = (x-2)Q'(x) + 3$   
 $P(x) = (x+1)(x-2)Q''(x) + ax + b$   
 $P(-1) = 0, P(2) = 3$ 이므로,  
 $-a + b = 0, 2a + b = 3$   
 $\therefore a = 1, b = 1$   
따라서 나머지는  $x+1$ 이다.

5. 다항식  $2x^3 + 3x^2 + ax + b$ 가  $x + 2$ 로 나누어 떨어질 때,  $2a - b$ 의 값은?

- ① 28      ② 12      ③ 6      ④ -4      ⑤ -12

해설

준식을  $f(x)$ 라 하면  $f(-2) = 0$ 이므로  
 $-16 + 12 - 2a + b = 0$ 에서  $2a - b = -4$

6. 다음 다항식의 일차항의 계수는?

$$(1+x+x^2)^2(1+x) + (1+x+x^2+x^3)^3$$

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

해설

- i)  $(1+x+x^2)^2(x+1)$ 의 일차항의 계수  
:  $(1+x+x^2)^2$ 의 일차항에 1을 곱할 때,  
계수= 2  
:  $(1+x+x^2)^2$ 의 상수항에  $x$ 를 곱할 때,  
계수= 1
- ii)  $(1+x+x^2+x^3)^3$ 의 일차항의 계수  
 $x+x^2+x^3=Y$ 라 하면,  
 $(Y+1)^3=Y^3+3Y^2+3Y+1$   
 $3Y=3x+3x^2+3x^3$   
일차항의 계수= 3, 다른 항에는 일차항이 없다.
- i), ii)에서  $2+1+3=6$

7. 실수  $a, b, c$ 에 대하여  $a + b + c = 6$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 12$ 를 만족할 때,  $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

① 8      ② 16      ③ 24      ④ 36      ⑤ 42

해설

공식  $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$ 에 주어진 수를 대입하여

$(ab + bc + ca)$ 의 값을 구하면  $(ab + bc + ca) = 12$

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$ 에서

$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$ 이므로

$\frac{1}{2} \{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\} = 0$

$\therefore a = b = c = 2$ 이므로  $a^3 + b^3 + c^3 = 24$

8.  $x + y + z = 0$ ,  $2x - y - 7z = 3$ 을 동시에 만족시키는  $x, y, z$ 에 대하여  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 이 성립할 때,  $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 11      ② 8      ③ 7      ④ 6      ⑤ 4

해설

- (i)  $x + y + z = 0$ ,  $2x - y - 7z = 3$ 에서  
 $x, y$ 를  $z$ 에 대하여 나타내면  
 $x = 2z + 1$ ,  $y = -3z - 1$
- (ii)  $x = 2z + 1$ ,  $y = -3z - 1$ 을  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 에 대입하여 정리하면  
 $(4a + 9b + c)z^2 + 2(2a + 3b)z + (a + b - 1) = 0$   
 $\therefore 4a + 9b + c = 0$ ,  $2a + 3b = 0$ ,  $a + b - 1 = 0$   
 $\therefore a = 3$ ,  $b = -2$ ,  $c = 6$   
 $\therefore a + b + c = 7$

9. 두 다항식  $f(x), g(x)$ 에 대하여  $f(x)+g(x)$ 는  $x+2$ 로 나누어 떨어지고,  $f(x)-g(x)$ 를  $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지는 4이다. [보기]의 다항식 중  $x+2$ 로 나누어 떨어지는 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠  $x+f(x)$                       ㉡  $x^2+f(x)g(x)$   
 ㉢  $f(g(x))-x$

- ① ㉠                      ② ㉡                      ③ ㉠, ㉡  
 ④ ㉡, ㉢                      ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

나머지 정리에 의해  $f(-2)+g(-2)=0, f(-2)-g(-2)=4$   
 두식을 연립하면,  $f(-2)=2, g(-2)=-2$   
 ㉠ :  $x+f(x) \rightarrow x=-2$ 를 대입하면  
 $-2+f(-2)=0$   
 ㉡ :  $x^2+f(x)g(x) \rightarrow x=-2$ 를 대입하면  $(-2)^2+f(-2)g(-2)=0$   
 ㉢ :  $f(g(x))-x \rightarrow x=-2$ 를 대입하면  $f(g(-2))-(-2)=f(-2)+2=4$

10. 4차의 다항식  $f(x)$ 가  $f(0) = 0, f(1) = \frac{1}{2}, f(2) = \frac{2}{3}, f(3) = \frac{3}{4}, f(4) = \frac{4}{5}$ 를 만족시킬 때,  $f(5)$ 의 값을 구하면?

- ① 0      ② 1      ③  $\frac{5}{6}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

**해설**

주어진 조건에 따라

$$f(n) = \frac{n}{n+1} (n=0, 1, 2, 3, 4)$$

$$(n+1)f(n) - n = 0$$

$$g(x) = (x+1)f(x) - x \text{로 놓으면}$$

$$g(0) = g(1) = g(2) = g(3) = g(4) = 0$$

그런데  $g(x)$ 는 다항식이므로 나머지정리에 의해

$x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ 를 인수로 갖는다.

또,  $f(x)$ 가 4차식이므로  $g(x)$ 는 5차식이다.

$$\therefore g(x) = ax(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) (a \neq 0) \dots \textcircled{1}$$

그런데,  $g(-1) = 1$ 이므로  $\textcircled{1}$ 에서

$$g(-1) = -(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)a = 1$$

$$\therefore a = -\frac{1}{(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)}$$

$$g(x) = (x+1)f(x) - x$$

$$= -\frac{1}{(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)} x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$$

$$g(5) = 6f(5) - 5 = -\frac{(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)}{(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1)} = -1$$

$$\therefore f(5) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$