

1. 다음 중 집합인 것은?

① 예쁜 어린이들의 모임

② 우리 중학교 1학년 1반에서 야구를 잘하는 학생들의 모임

③ 4와 10000 사이에 있는 자연수의 모임

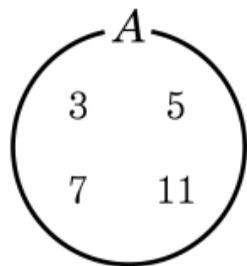
④ 100에 가까운 수들의 모임

⑤ 아주 큰 수들의 모임

해설

집합은 주어진 조건에 대하여 그 대상을 분명히 알 수 있어야 하므로 ③만이 집합이다.

2. 다음 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면?



- ① $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{이하의 자연수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{이상 } 11 \text{이하의 소수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{이상 } 12 \text{이하의 홀수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{의 약수}\}$

해설

$\{3, 5, 7, 11\}$ 는 소수 중 3 이상이고 11 이하의 소수이다.
조건제시법으로 나타내면 $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이상 } 11 \text{ 이하의 소수}\}$ 이다.

3. 다음 중 유한집합이 아닌 것을 모두 고르면?

① \emptyset

② $\{x \mid x \text{는 두 자리의 자연수}\}$

③ $\{x \mid x \text{는 분자가 1인 분수}\}$

④ $\{x \mid x \text{는 3으로 나누었을 때 나머지가 2인 자연수}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 100보다 크고 101보다 작은 자연수}\}$

해설

③ $\left\{ \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots \right\}$: 무한집합

④ $\{2, 5, 8, \dots\}$: 무한집합

4. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로

$$n(A) = 4$$

5. 두 집합 $A = \{2, 3, a\}$, $B = \{2, a - 1, 2a - 4\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$a \neq a - 1 \text{ 이므로 } a = 2a - 4$$

$$\therefore a = 4$$

6. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 의 부분집합 중 원소 0은 반드시 포함하고 짝수인 원소는 포함하지 않는 부분집합을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{0\}$

▷ 정답 : $\{0, 1\}$

해설

집합 A 의 부분집합 중 원소 0은 반드시 포함하고 짝수인 원소 2를 포함하지 않는 부분집합을 원소의 개수별로 차례대로 구하면 $\{0\}, \{0, 1\}$ 이다

7. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 일 때, $\{1, 2\} \subset B \subset A$ 를 만족하는 집합 B 의 개수는 모두 몇 개인가?

- ① 4 개 ② 8 개 ③ 16 개 ④ 24 개 ⑤ 32 개

해설

집합 B 는 원소 1, 2 를 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합이다.

$\{1, 2\} \subset B \subset \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로

집합 B 의 개수는 $2^{4-2} = 2^2 = 4$ (개)

8. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 16 개일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$2^n = 16 \therefore n = 4$$

9. 다음은 집합이 아니다. 밑줄 친 부분을 고쳐 집합이 되는 문장으로 고쳤을 때, 잘못 고친 것은?

- ① 작은 사람의 모임 → 키가 160cm 보다 작은 사람의 모임
- ② 우리반에서 눈이 큰 학생의 모임 → 우리반에서 눈이 가장 큰 학생의 모임
- ③ 머리가 큰 사람의 모임 → 머리가 작은 사람의 모임
- ④ 인구가 많은 도시의 모임 → 인구가 50만명 보다 많은 도시의 모임
- ⑤ 몸무게가 가벼운 연예인의 모임 → 몸무게가 40kg이 넘지 않는 모임

해설

③ ‘작은’이란 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

10. 두 집합 $A = \{1, 3, 4, 5\}$, $B = \{6, 8\}$ 에 대하여 집합 $C = \left\{ x \mid x = \frac{a+b}{2}, a \in A, b \in B \right\}$ 일 때, 다음 중 집합 C 의 원소가 아닌 것은?

① $\frac{7}{2}$

② 4

③ $\frac{9}{2}$

④ 5

⑤ $\frac{11}{2}$

해설

$a \in A, b \in B$ 이므로 a 는 1, 3, 4, 5 중의 하나이고, 그 각각에 대하여 b 는 6, 8이 될 수 있다.

(i) $a = 1$ 일 때, $x = \frac{1+6}{2}, \frac{1+8}{2}$

$\therefore x = \frac{7}{2}, \frac{9}{2}$

(ii) $a = 3$ 일 때, $x = \frac{3+6}{2}, \frac{3+8}{2}$

$\therefore x = \frac{9}{2}, \frac{11}{2}$

(iii) $a = 4$ 일 때, $x = \frac{4+6}{2}, \frac{4+8}{2}$

$\therefore x = 5, 6$

(iv) $a = 5$ 일 때, $x = \frac{5+6}{2}, \frac{5+8}{2}$

$\therefore x = \frac{11}{2}, \frac{13}{2}$

$\therefore C = \left\{ \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, 5, \frac{11}{2}, 6, \frac{13}{2} \right\}$

11. 6보다 작은 짝수의 집합을 A 라고 할 때, 기호 \in, \notin 이 옳게 사용된 것을 보기에서 모두 고르면?

보기

㉠ $1 \notin A$

㉡ $2 \in A$

㉢ $3 \in A$

㉣ $4 \notin A$

㉤ $5 \in A$

㉥ $6 \notin A$

① ㉠, ㉡, ㉥

② ㉡, ㉣, ㉥

③ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤, ㉥

해설

집합 A 의 원소는 2, 4이다.

옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉥이다.

12. $n(\{x|x\text{는 웃놀이의 명칭}\}) + n(\{0\}) - n(\emptyset)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

웃놀이의 명칭은 ‘도, 개, 걸, 웃, 모’ 의 5개이고, $n(\{0\}) = 1$, $n(\emptyset) = 0$ 이므로 $n(\{x|x\text{는 웃놀이의 명칭}\}) + n(\{0\}) - n(\emptyset) = 5 + 1 - 0 = 6$ 이다.

13. 집합 $A = \{x|x \text{ 는 } 14 \text{ 의 약수}\}$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것의 개수는?

보기

㉠ $2 \in A$

㉡ $\{14\} \in A$

㉢ $\{4\} \in A$

㉣ $\emptyset \subset A$

㉤ $n(A) = 4$

㉥ $\{1, 2, 7, 12, 14\} \subset A$

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

$A = \{1, 2, 7, 14\}$ 이므로 ㉡ $\{14\} \subset A$, ㉢ $\{4\} \notin A$, ㉥ $\{1, 2, 7, 12, 14\} \supset A$ 이어야 한다.

그러므로 ㉠ $2 \in A$, ㉣ $\emptyset \subset A$, ㉤ $n(A) = 4$ 가 옳다.

14. 다음 \square 안에 들어갈 가장 큰 자연수를 구하여라.

두 집합 $X = \{1, 3, 5, 7, \dots, 49\}$, $Y = \{x \mid x \text{는 } \square \text{ 미만의 홀수}\}$
이면 $X = Y$ 이다.

▶ 답:

▷ 정답: 51

해설

집합 X 의 원소는 1부터 49까지의 홀수들의 모임이다. 따라서 \square 안에 들어갈 가장 큰 자연수는 51이다.

15. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 원소의 개수가 3개인 부분집합 중 1은 포함하고, 3은 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 3 개

해설

주어진 조건을 만족하는 집합의 개수는 집합 $\{2, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2개인 부분집합을 구하여 원소 1을 넣어주는 것과 같으므로 구하는 부분집합은 3개이다.

17. 집합 $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 양의 약수}\}$ 에 대하여 $A \cup X = X$, $B \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구한 것은?

① 2개

② 4개

③ 8개

④ 16개

⑤ 32개

해설

$B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이고, $A \cup X = X$, $B \cap X = X$ 이므로 X 는 B 의 부분집합이면서 1, 2, 4를 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$$

18. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합을 X 라고 하자. 집합 X 의 모든 원소들의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 28

해설

$$A = \{1, 2, 4\}$$

$$X: \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \\ \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}$$

집합 X 의 원소들의 합에는 1, 2, 4가 각각 4번씩 더해지므로
 $(1 + 2 + 4) \times 4 = 28$

19. 두 집합 $A = \{2a, a + 6, 3a - 1\}$, $B = \{2a + 1, a + 2, 8\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$A = B \text{ 이므로 } 8 \in A$$

$$2a = 8 \text{ 또는 } a + 6 = 8 \text{ 또는 } 3a - 1 = 8$$

(i) $2a = 8$ 일 때, $a = 4$

$$A = \{8, 10, 11\}, B = \{6, 8, 9\}$$

$A \neq B$ 이므로 조건에 맞지 않는다.

(ii) $a + 6 = 8$ 일 때, $a = 2$

$$A = \{4, 5, 8\}, B = \{4, 5, 8\}$$

$A = B$ 이므로 조건에 적합.

(iii) $3a - 1 = 8$ 일 때, $a = 3$

$$A = \{6, 8, 9\}, B = \{5, 7, 8\}$$

$\therefore A \neq B$ 이므로 조건에 맞지 않는다. (i), (ii), (iii)으로 부터 $a = 2$

20. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

① $A = B$ 이면 $A \subset B$, $B \subset A$

② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$

③ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$

④ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$

⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = 4$

해설

② $A = \{1, 2\}$, $B = \{3, 4\}$ 이면

$n(A) = n(B)$ 이지만 $A \neq B$

③ $A = B$ 이면 $A \subset B$ 이지만

$n(A) < n(B)$ 가 아닌 $n(A) = n(B)$

⑤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) = 4$

$n(\{1, 2, 3\}) = 3$

$4 - 3 = 1$

21. $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 적어도 한 개의 홀수를 원소로 가지는 것의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 27 개

해설

공집합과 짝수만을 원소로 가지는 부분집합은 제외한다... $2^5 - 2^2 - 1 = 27(\text{개})$

22. 집합 $A = \{x \mid 15 < x < 30, x = 3n + 2 (n \text{은 자연수})\}$ 라고 할 때, 적어도 한 개의 짝수를 원소로 갖는 부분집합의 개수는?

① 8 개

② 16 개

③ 24 개

④ 32 개

⑤ 40 개

해설

$A = \{17, 20, 23, 26, 29\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이고, 이 중에서 짝수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 17, 23, 29로 만든 부분집합이므로 $2^3 = 8$ (개) 이다.

$$\therefore 32 - 8 = 24 \text{ (개)}$$

23. $A = \{\emptyset, \{a\}, b, \{c, d\}, e\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\{a\} \in A$

② $\emptyset \in A$

③ $\{c, d\} \subset A$

④ $n(A) = 5$

⑤ $\{b, e\} \subset A$

해설

③ $\{c, d\} \in A$

24. 네 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}$, $D = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $C \subset A$, $D \subset B$ 가 동시에 성립하기 위한 a 의 값을 모두 구하여라. (단 $a > 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 18

▷ 정답 : 36

해설

$C \subset A$ 이므로 a 는 36 의 약수

$D \subset B$ 이므로 a 는 6 의 배수

$\therefore a = 6, 12, 18, 36$

25. 13^n (n 은 자연수) 의 일의 자리 수의 모임을 집합 A 라 할 때, 집합 A 의 부분집합의 개수를 a , 집합 A 의 원소의 합을 b 라 하면 $a + b$ 의 값은?

① 30

② 34

③ 36

④ 38

⑤ 40

해설

13 의 거듭제곱의 일의 자리 수는

3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ... 로 반복된다.

그러므로 집합 $A = \{3, 9, 7, 1\}$ 이다.

$$\therefore a = 2^4 = 16, b = 3 + 9 + 7 + 1 = 20$$

$$\therefore a + b = 36$$