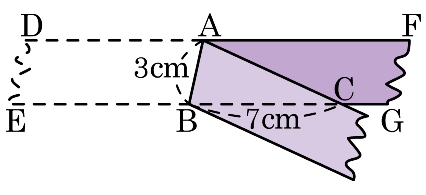
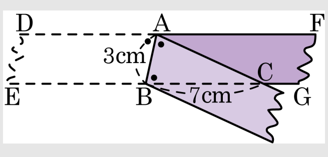
1. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이테이프를 접었을 때, $\overline{AC}$의 길이는?



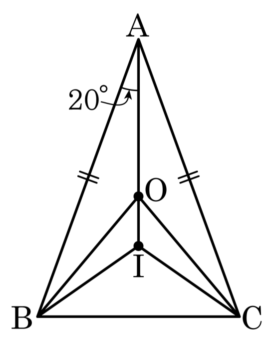
① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설



$\angle DAB = \angle BAC$ (종이 접은 각)
$\angle DAB = \angle ABC$ (엇각)
$\therefore \angle BAC = \angle ABC$
따라서 $\triangle ABC$는 밑각의 크기가 같고, $\overline{AC} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore\ \overline{AC} = \overline{BC} = 7(\text{cm})$

2. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC 에서 외심을 O , 내심을 I 라 할 때 $\angle OBI$ 의 크기는?



① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

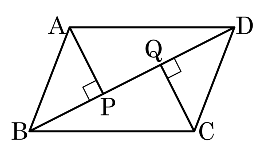
$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 40°$ 이므로 $\angle ABC = 70°$, $\angle BOC = 80°$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 40° + 90° = 110°$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 50°$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 70° = 35°$ 이다. 따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50° - 35° = 15°$ 이다.

3. 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$　② $\overline{AP} = \overline{PC}$

③ $\overline{AP} = \overline{CQ}$　④ $\overline{AP} \,/\!/\, \overline{QC}$

⑤ $\overline{BQ} = \overline{DP}$

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 에서

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle APB = \angle CQD = 90°$

$\angle ABP = \angle CDQ$ (엇각)

$\therefore \triangle ABP \equiv \triangle CDQ$(RHA 합동)

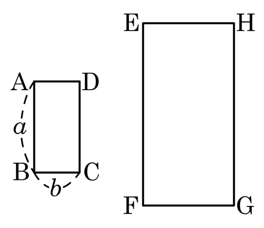
$\therefore \overline{AP} = \overline{CQ} \cdots\cdots$ ①

또 $\overline{AP} \perp \overline{BD}$, $\overline{CQ} \perp \overline{BD}$ 이므로 $\overline{AP} \,/\!/\, \overline{CQ} \cdots\cdots$ ②

①, ②에서 한 쌍의 대변이 평행하고 길이가 같으므로 □APCQ 는 평행사변형이다.

따라서 $\overline{BP} = \overline{DQ}$ 이므로 $\overline{BQ} = \overline{BP} + \overline{PQ} = \overline{DQ} + \overline{PQ} = \overline{DP}$ 이다.

4. 다음 직사각형 □ABCD 와 □EFGH 에 대하여 □ABCD ∽ □EFGH 이고, 닮음비가 1 : 2 일때 □EFGH 의 둘레의 길이의 합을 a 와 b 로 옳게 나타낸 것은?

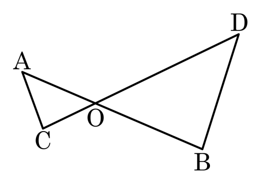


① $2(a+b)$ ② $3(a+b)$
③ $4(a+b)$ ④ $5(a+b)$
⑤ $6(a+b)$

해설

□ABCD 와 □EFGH 의 닮음비가 1 : 2 이므로 각 대응변의 길이의 비도 1 : 2 이다.
$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{EF}} = 1 : 2 = a : \overline{\mathrm{EF}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{EF}} = 2a$ 이다.
$\overline{\mathrm{BC}} : \overline{\mathrm{FG}} = 1 : 2 = b : \overline{\mathrm{FG}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{FG}} = 2b$ 이다.
□EFGH 의 둘레의 길이는 (가로 + 세로) × 2 이므로 $(2a+2b)\times 2 = 4(a+b)$ 이다.

5. 다음 그림에서 $2\overline{AO} = \overline{DO}, 2\overline{CO} = \overline{BO}$ 일 때, $\angle A = \angle D$ 임을 다음과 같이 증명하였다. $\boxed{}$ 안에 알맞지 않은 것은?



증명

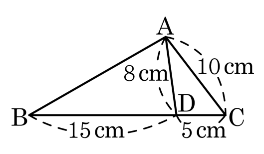
$\triangle AOC$ 와 $\triangle DOB$ 에서
$\overline{AO} : \overline{DO} = \overline{CO} : \overline{BO} = \boxed{①} : \boxed{②}$
$\angle AOC = \boxed{③}$ ($\because$ 맞꼭지각) 이므로
$\triangle AOC\ \boxed{④}\ \triangle DOB$ ($\boxed{⑤}$ 닮음)
따라서 $\angle A = \angle D$ 이다.

① 1　② 2　③ $\angle DOB$
④ $\backsim$　⑤ SSS

해설

$\triangle AOC$ 와 $\triangle DOB$ 에서
$\overline{AO} : \overline{DO} = \overline{AO} : 2\overline{AO} = 1 : 2$,
$\overline{CO} : \overline{BO} = \overline{CO} : 2\overline{CO} = 1 : 2$
$\angle AOC = \angle DOB$ (맞꼭지각)
$\therefore \triangle AOC \backsim \triangle DOB$ (SAS 닮음)
$\therefore \angle A = \angle D$

6. 다음과 같이 $\triangle ABC$ 의 변 $\overline{BC}$ 위에 $\overline{BD} = 15\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 5\,\text{cm}$ 인 점 D 를 잡았을 때, $\overline{AD} = 8\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\,\text{cm}$ 라고 한다. $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



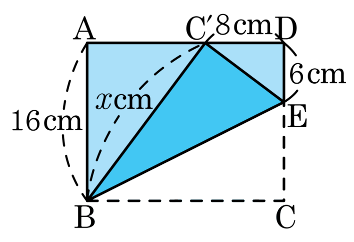
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DAC$ 에서 $\overline{AC} : \overline{DC} = 10 : 5 = 2 : 1$, $\overline{BC} : \overline{AC} = 20 : 10 = 2 : 1$,
$\angle C$ 는 공통이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DAC$ (SAS 닮음)
$\therefore\ 2 : 1 = \overline{AB} : 8$
따라서 $\overline{AB} = 16\,\text{cm}$ 이다.

7. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}}$ 를 접는 선으로 꼭짓점 C 가 변 AD 위의 점 C′ 에 오도록 접었을 때, x 의 값은?



① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

해설

접어 올린 삼각형이므로 $\overline{\mathrm{EC}} = \overline{\mathrm{EC'}}$ 이다.

$\angle \mathrm{ABC'} + \angle \mathrm{AC'B} = \angle \mathrm{AC'B} + \angle \mathrm{EC'D} = 90°$

$\Rightarrow \angle \mathrm{ABC'} = \angle \mathrm{EC'D} \cdots$ ㉠

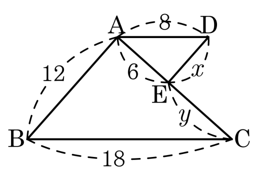
$\angle \mathrm{A} = \angle \mathrm{D} = 90° \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\triangle \mathrm{ABC'} \backsim \triangle \mathrm{DC'E}$

$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{DC'}} = \overline{\mathrm{BC'}} : \overline{\mathrm{C'E}}$ 이므로 $16 : 8 = x : 10$

$\therefore\ x = 20$

8. 다음 그림에서 $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AB} // \overline{DE}$ 일 때, 두 수 x, y 의 곱 xy 의 값을 구하여라. (단, $\overline{AB} = 12$, $\overline{BC} = 18$, $\overline{AD} = 8$, $\overline{AE} = 6$, $\overline{DE} = x$, $\overline{CE} = y$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AB} // \overline{DE}$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{BC} = \overline{ED} : \overline{AB}$ 가 되며,

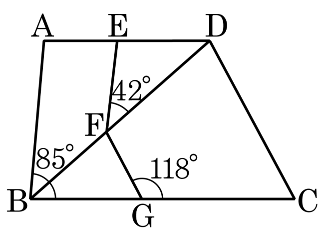
$8 : 18 = x : 12$, $x = \dfrac{16}{3}$ 가 나온다.

또한 $\overline{AD} : \overline{BC} = \overline{EA} : \overline{AC}$ 이므로

$8 : 18 = 6 : (6 + y)$, $y = \dfrac{15}{2}$ 이 나온다.

따라서 $xy = \dfrac{16}{3} \times \dfrac{15}{2} = 40$ 이다.

9. 다음 그림에서 $\overline{DE} : \overline{EA} = \overline{DF} : \overline{FB} = \overline{CG} : \overline{GB}$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 75 °

해설

$\overline{AB} /\!/ \overline{EF}$, $\overline{FG} /\!/ \overline{DC}$

$\angle C = \angle G = 180° - 118° = 62°$

$\angle DBC = 85° - 42° = 43°$

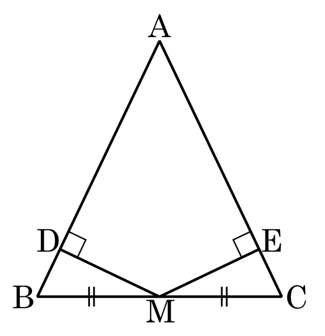
$\angle BDC = 180° - (62° + 43°) = 75°$

10. A, B 의 겉넓이의 비가 $9 : 16$ 이고 B, C 의 겉넓이의 비가 $4 : 9$ 인 세 정육면체 A, B, C 에 대하여 A, B, C 의 부피의 비는?

① $27 : 53 : 200$ ② $27 : 54 : 210$ ③ $27 : 56 : 212$
④ $27 : 64 : 213$ ⑤ $27 : 64 : 216$

해설
세 정육면체 A, B, C 의 겉넓이의 비는 $9 : 16 : 36 = 3^2 : 4^2 : 6^2$ 이므로 닮음비는 $3 : 4 : 6$이다.
따라서 부피의 비는 $3^3 : 4^3 : 6^3 = 27 : 64 : 216$이다.

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD} = \overline{ME}$ 임을 보이는 과정에서 필요하지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?



① $\overline{BM} = \overline{CM}$
② $\angle B = \angle C$
③ $\overline{BD} = \overline{CE}$
④ $\angle BMD = \angle CME$
⑤ RHA 합동

해설

$\triangle MDB$ 와 $\triangle MEC$ 에서

i) $\overline{MB} = \overline{MC}$

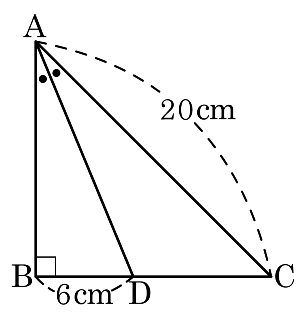
ii) $\angle B = \angle C$($\because$ $\triangle ABC$는 이등변 삼각형)

iii) $\angle MDB = \angle MEC = 90°$

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle MDB \equiv \triangle MEC$ (RHA 합동) 이다.

따라서 $\overline{MD} = \overline{ME}$ 이다.

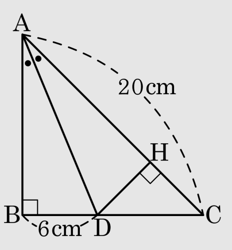
12. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{BD} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 20\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADC$ 의 넓이는 몇 cm^2 인지 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



① 56 ② 57 ③ 58 ④ 59 ⑤ 60

해설

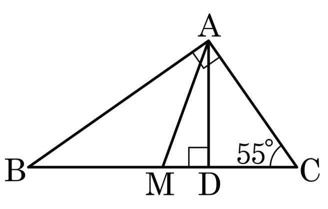
다음 그림과 같이 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$\triangle ABD \equiv \triangle AHD$ (RHA합동)

따라서 $\overline{DH} = \overline{BD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\triangle ADC = \frac{1}{2} \times 20 \times 6 = 60(\text{cm}^2)$

13. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 직각인 꼭짓점 A 에서 빗변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle C = 55°$ 일 때, $\angle AMB - \angle DAM$ 의 크기는?



① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설

직각삼각형의 빗변 $\overline{BC}$ 의 중점 M 은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

$\therefore \overline{BM} = \overline{AM} = \overline{CM}$

$\angle ABM = 35°$, $\angle DAC = 35°$ 이고 $\triangle ABM$ 은 이등변삼각형($\because$ $\overline{BM} = \overline{AM}$)

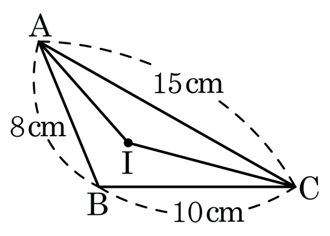
$\therefore \angle ABM = \angle BAM = 35°$

$\angle AMB = 180° - 35° - 35° = 110°$

$\angle DAM = \angle A - \angle BAM - \angle DAC = 90° - 35° - 35° = 20°$

따라서 $\angle AMB - \angle DAM = 110° - 20° = 90°$

14. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고 $\overline{AB} = 8cm$, $\overline{BC} = 10cm$, $\overline{AC} = 15cm$일 때, $\triangle ABC$의 넓이와 $\triangle AIC$의 넓이의 비는?



① 2 : 1 ② 30 : 17 ③ 32 : 15
④ 33 : 15 ⑤ 36 : 17

해설

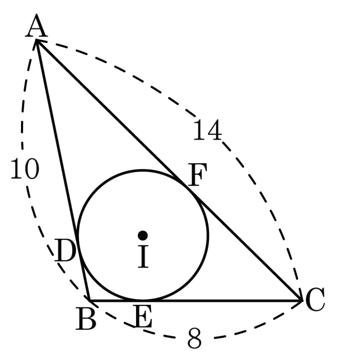
내접원의 반지름의 길이를 $r$cm 라 하면

($\triangle ABC$의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times (8 + 10 + 15) = \frac{33}{2} r \ (cm^2)$

($\triangle AIC$의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2} r \ (cm^2)$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2} r : \frac{15}{2} r = 33 : 15$ 이다.

15. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F 는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, AC 의 접점이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}, \overline{BC} = 8\text{cm}, \overline{AC} = 14\text{cm}$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이는 얼마인가?



① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

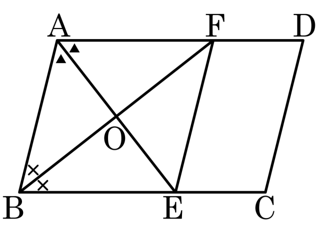
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{EC} = x$ 라 하면, $\overline{EC} = \overline{CF} = x$ 이고, $\overline{BE} = 8 - x = \overline{BD}$, $\overline{AF} = 14 - x = \overline{AD}$

$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = 14-x+8-x = 10$ 이므로 $22-2x = 10, 12 = 2x$ 이다.

$\therefore x = 6(\text{cm})$

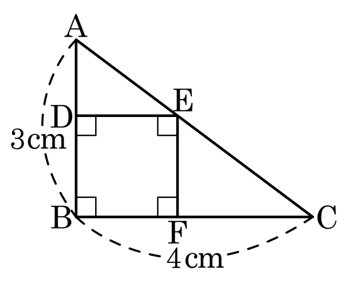
16. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE}$, $\overline{BF}$는 각각 $\angle A$, $\angle B$의 이등분선이다. 이 때, □ABEF는 어떤 사각형인가?



① 직사각형 ② 마름모 ③ 정사각형
④ 등변사다리꼴 ⑤ 사다리꼴

해설
$\angle ABF = \angle EFB = \angle EBF$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{FE}$
이웃하는 변의 길이가 같은 평행사변형이므로 마름모이다.

17. 아래 그림에서 $\overline{AB} = 3cm$, $\overline{BC} = 4cm$, $\overline{AC} = 5cm$ 일 때, 정사각형 DBFE 의 한 변의 길이를 구하면?

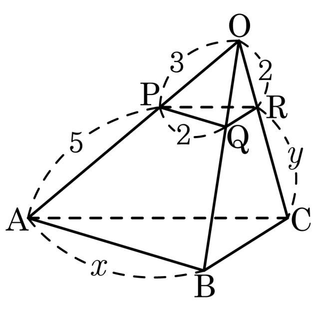


① 2cm　　② $\frac{12}{7}cm$　　③ $\frac{10}{7}cm$
④ $\frac{3}{2}cm$　　⑤ 1cm

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ (AA 닮음)이므로
$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$
정사각형의 한 변인 $\overline{DE}$ 를 a (cm) 라고 하면
$3 : (3-a) = 4 : a$
$a = \frac{12}{7}$
$\therefore \frac{12}{7}cm$

18. 다음 그림의 삼각뿔 O – ABC 에서 $\triangle$PQR 를 포함하는 평면과 $\triangle$ABC 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $x+y$ 의 값은?



① $\frac{26}{3}$　② $\frac{28}{3}$　③ $\frac{29}{3}$　④ 10　⑤ $\frac{32}{3}$

해설

$\overline{PQ} /\!/ \overline{AB}$ 이므로 $\triangle OPQ \backsim \triangle OAB$

$3 : 8 = 2 : x$

$x = \frac{16}{3}$

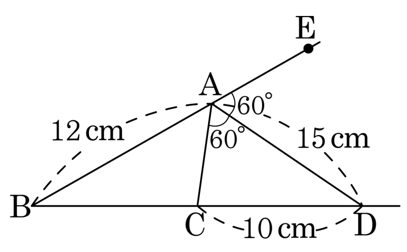
$\overline{PR} /\!/ \overline{AC}$ 이므로 $\triangle OPR \backsim \triangle OAC$

$3 : 5 = 2 : y$

$y = \frac{10}{3}$

$\therefore\ x + y = \frac{16}{3} + \frac{10}{3} = \frac{26}{3}$

19. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle CAD = \angle EAD = 60°$, $\overline{AB} = 12cm$, $\overline{CD} = 10cm$, $\overline{AD} = 15cm$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?

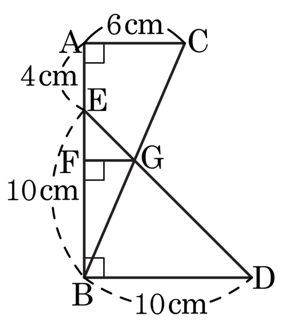


① 6cm　② 5cm　③ $\frac{24}{5}$cm
④ $\frac{15}{4}$cm　⑤ $\frac{20}{3}$cm

해설

$\angle BAC = 60°$ 이므로 $\overline{AC}$ 는 $\angle BAD$ 의 이등분선이다.
따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{CD}$ 이므로
$12 : 15 = \overline{BC} : 10$
$\therefore\ \overline{BC} = 8(cm)$
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로 $12 : \overline{AC} = 18 : 10$
따라서 $\overline{AC} = \frac{20}{3}$ cm이다.

20. 다음 그림에서 $\angle DBF = \angle EFG = \angle EAC = 90°$, $\overline{AC} = 6$, $\overline{AE} = 4$, $\overline{BE} = 10$, $\overline{BD} = 10$ 일 때, $\overline{FG}$의 길이는?



① 1 ② 1.5 ③ 2 ④ 2.5 ⑤ 3

해설

$\overline{FG}//\overline{BD}$ 이므로 $\overline{FG} : \overline{BD} = \overline{EF} : \overline{EB}$

$\overline{FG} : 10 = \overline{EF} : 10$

$\overline{GF} = \overline{EF} = x(\text{cm})$ 이므로 $\overline{BF} = 10 - x(\text{cm})$,

$\overline{AC}//\overline{FG}$ 이므로 $\overline{BF} : \overline{BA} = \overline{FG} : \overline{AC}$

$(10 - x) : 14 = x : 6$

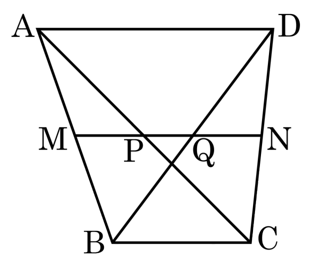
$14x = 6(10 - x)$

$14x = 60 - 6x$

$20x = 60$

$\therefore\ x = 3$

21. 다음 그림과 같은 $\overline{\mathrm{AD}} /\!/ \overline{\mathrm{BC}}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{DC}}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 하고, $\overline{\mathrm{MP}} : \overline{\mathrm{PQ}} = 1 : 1$ 일 때, $\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{MN}} : \overline{\mathrm{BC}}$ 의 값은?

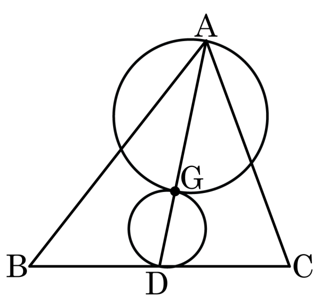


① $4 : 3 : 1$　② $3 : 2 : 1$　③ $4 : 2 : 1$　④ $4 : 3 : 2$　⑤ $5 : 3 : 1$

해설

$\overline{\mathrm{MP}} = a$ 라고 하면 $\overline{\mathrm{PQ}} = a$, $\overline{\mathrm{BC}} = 2a$ 이고, $\overline{\mathrm{MQ}} = 2a$ 이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = 4a$ 이다. $\overline{\mathrm{AD}} = 4a$ 이므로 $\overline{\mathrm{PN}} = 2a$ 이고, $\overline{\mathrm{QN}} = a$ 이다. 따라서 $\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{MN}} : \overline{\mathrm{BC}} = 4a : 3a : 2a = 4 : 3 : 2$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$의 무게중심을 G라 할 때, $\overline{AG}$, $\overline{GD}$를 지름으로 하는 두 원의 넓이의 비를 구하면?



① 6 : 1 ② 5 : 1 ③ 4 : 1 ④ 3 : 1 ⑤ 2 : 1

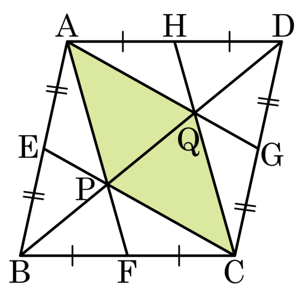
해설

점 G가 삼각형 ABC의 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$이다.
$\overline{GD}$의 길이를 a라고 하면

$\overline{GD}$를 지름으로 하는 원의 넓이는 $\frac{a^2}{4}\pi$ 이고,

$\overline{AG}$를 지름으로 하는 원의 넓이는 $a^2\pi$이므로 넓이의 비는 4 : 1 이다.

23. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 각각 E, F, 대각선 $\overline{\mathrm{BD}}$ 와 $\overline{\mathrm{EC}}$, $\overline{\mathrm{AG}}$ 와의 교점을 각각 P, Q 라 하고 $\triangle$BFP 의 넓이가 $7\mathrm{cm}^2$ 일 때, 사각형 APCQ 의 넓이는?

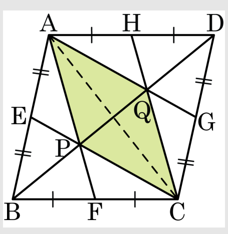


① $28\mathrm{cm}^2$ ② $36\mathrm{cm}^2$ ③ $40\mathrm{cm}^2$

④ $44\mathrm{cm}^2$ ⑤ $48\mathrm{cm}^2$

해설

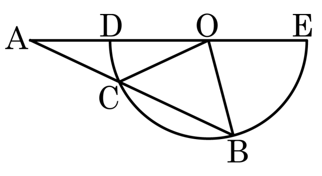
평행사변형의 대각선 $\overline{\mathrm{AC}}$ 를 그으면, 점 P는 $\triangle$ABC의 무게중심이다.



$\triangle\mathrm{BFP} = \dfrac{1}{2}\triangle\mathrm{ACP} = \dfrac{1}{4}\square\mathrm{APCQ}$

따라서 $\square\mathrm{APCQ} = 4 \times 7 = 28(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

24. 다음 그림의 반원 O 에서 $\overline{AC} = \overline{OC}$ 일 때, $\dfrac{\angle BOE}{\angle COD}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\angle COD = \angle a$ 라 하면

(1) $\triangle COA$ 에서 $\overline{AC} = \overline{OC}$ 이므로

$\angle DAC = \angle DOC = \angle a$

$\therefore \angle BCO = \angle DAC + \angle DOC$

$= \angle a + \angle a = 2\angle a$

(2) $\triangle OCB$ 에서 $\overline{OC} = \overline{OB}$ (원의 반지름) 이므로

$\angle OCB = \angle OBC = 2\angle a$

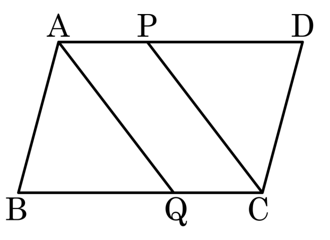
(3) $\angle BOE$ 는 $\triangle OAB$ 의 외각이므로

$\angle BOE = \angle OAB + \angle OBA$

$= \angle a + 2\angle a = 3\angle a$

$\therefore \dfrac{\angle BOE}{\angle COD} = \dfrac{3\angle a}{\angle a} = 3$

25. $\overline{AD} = 50\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 $3\,\text{cm/s}$ 의 속도로 점 A 에서 점 D 로 움직이고 점 Q 는 $5\,\text{cm/s}$ 의 속도로 점 C 에서 점 B 로 움직인다. 점 P 가 움직이기 시작하고 6 초 후에 점 Q 가 움직인다면 점 P 가 움직인지 몇 초 후에 □AQCP 가 평행사변형이 되겠는가?



▶ 답 : 초

▷ 정답 : 15초

해설

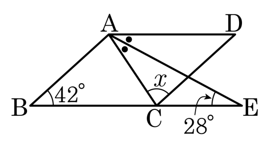
$\overline{AP} = \overline{QC}$ 이어야 하므로

$3x = 5\,(x - 6)$

$3x = 5x - 30, 2x = 30$

$\therefore x = 15$(초)

26. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AC}$ 를 긋고 $\angle DAC$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 의 연장선과 만나는 점을 E 라 한다. 이 때, $\angle B = 42°$, $\angle E = 28°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답： $\underline{\quad}°$

▷ 정답： $82°$

해설

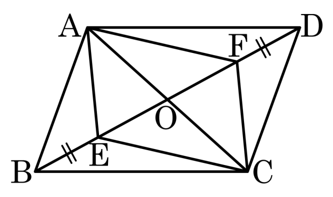
$\angle B = \angle D = 42°$

$\angle AEC = \angle EAD = 28°$ (엇각)

따라서 $\angle CAD = 28° \times 2 = 56°$

$\triangle ACD$ 에서 $\angle x = \angle ACD = 180° - (56° + 42°) = 82°$

27. 다음은 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라 하고 대각선 BD 위에 $\overline{BE}=\overline{DF}$가 되도록 두 점 E, F를 잡을 때, □AECF는 평행사변형임을 증명하는 과정이다. 평행사변형이 되는 어떤 조건을 이용한 것인가?

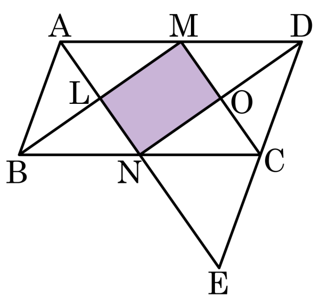


가정) □ABCD는 평행사변형 $\overline{BE}=\overline{DF}$
결론) □AECF는 평행사변형
증명) □ABCD는 평행사변형이므로
$\overline{OA}=\overline{OC}\cdots$㉠
$\overline{BE}=\overline{DF}$ 이므로
$\overline{OE}=\overline{OF}\cdots$㉡
㉠, ㉡에 의하여 □AECF는 평행사변형이다.

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
② 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
③ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설
□ABCD는 평행사변형이므로
$\overline{OA}=\overline{OC}$이고, $\overline{BE}=\overline{DF}$이므로 $\overline{OE}=\overline{OF}$이다.
따라서 □AECF는 평행사변형이다.

28. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 AD, BC 의 중점을 각각 M, N 이라 하고, 선분 AN 의 연장선과 변 DC 의 연장선이 만나는 점을 E 라 하였다. 삼각형 ADE 의 넓이가 24 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\angle ANB = \angle ENC$ (맞꼭지각)

$\overline{BN} = \overline{CN}$, $\angle ABN = \angle ECN$ (선분 AB 와 CE 가 평행)

$\therefore\ \triangle ABN \equiv \triangle ECN$ (ASA 합동)

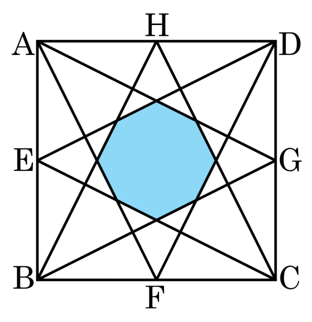
$$\begin{aligned}\triangle ADE &= \square ADCN + \triangle ECN \\ &= \square ADCN + \triangle ABN \\ &= \square ABCD \\ &= 24\end{aligned}$$

선분 MN 을 그으면 $\overline{MN} \mathbin{/\!/} \overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 이므로,

$$\begin{aligned}\square LMON &= \triangle LMN + \triangle OMN \\ &= \frac{1}{4}\square AMND + \frac{1}{4}\square DCNM \\ &= \frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\square ABCD + \frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\square ABCD \\ &= \frac{1}{4}\square ABCD \\ &= \frac{1}{4}\times 24 \\ &= 6\end{aligned}$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 6 이다.

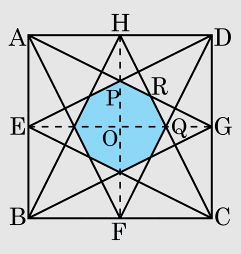
29. 넓이가 36 인 정사각형 ABCD 의 각 변의 중점과 각 꼭짓점을 다음과 같이 이었을 때, 가운데에 생기는 팔각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

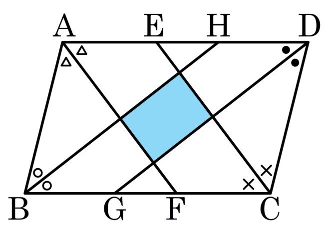


넓이가 36 인 정사각형 ABCD 의 한 변의 길이는 6 이다.
위쪽 그림과 같이 정사각형의 두 대각선 AC 와 BD 의 교점을 O 라 하고, $\overline{AG}$ 와 $\overline{DE}$ 의 교점을 P , $\overline{HC}$ 와 $\overline{DF}$ 의 교점을 Q , $\overline{AG}$ 와 $\overline{HC}$ 의 교점을 R 이라 하면
$\triangle ROP$ 와 $\triangle ROQ$ 에서
$\overline{RO}$ 는 공통, $\angle POR = \angle QOR = 45$,
$\overline{OP} = \frac{1}{2}\overline{OH} = \frac{1}{2}\overline{OG} = \frac{1}{2}\overline{OQ}$ 이므로
$\triangle ROP \equiv \triangle ROQ$ (SAS 합동)
$\therefore\ \triangle ROP = \triangle ROQ \cdots$ ㉠
$\overline{OQ} = \overline{QG}$ 이므로 $\triangle ROQ = \triangle RQG \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서
$\triangle ROP = \triangle ROQ = \triangle RQG = \frac{1}{3}\triangle POG$

$$\begin{aligned}\therefore \square POQR &= \triangle ROP + \triangle ROQ \\ &= \frac{2}{3}\triangle POG \\ &= \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\overline{OH} \times \overline{OG}\right) \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 3 = \frac{3}{2}\end{aligned}$$

따라서 구하는 팔각형의 넓이는 $4\square POQR = 6$ 이다.

30. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 네 각의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 E, F, G, H라고 할 때, 색칠한 부분의 사각형의 성질로 옳은 것은?



① 두 쌍의 대각의 크기가 다르다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 다르다.

③ 두 대각선이 직교한다.

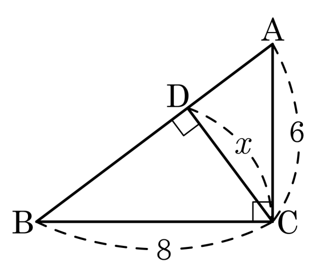
④ 두 대각선의 길이가 같다

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

평행사변형의 네 내각의 이등분선을 연결하여 만들어진 사각형은
$2(\circ + \bullet) = 180°$ 이므로 $\circ + \bullet = 90°$
따라서 색칠한 부분의 사각형의 한 내각의 크기가 90°이므로 직사각형이다.
직사각형의 성질은 두 대각선의 길이가 모두 같다.

31. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 직각삼각형이다. $\overline{AB} \perp \overline{CD}$일 때, x의 길이를 구하여라.



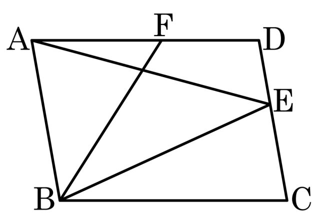
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{24}{5}$

해설

$\overline{BD} = a,\ \overline{DA} = b$라 하면
$6^2 = b(a+b)\ \cdots$①, $8^2 = a(a+b) \cdots$②
①, ② 식을 $(a+b)$로 정리하면
$(a+b) = \frac{6^2}{b}\ \cdots$③, $(a+b) = \frac{8^2}{a}\ \cdots$④
$\frac{6^2}{b} = \frac{8^2}{a}$ 이므로 $a = \frac{16}{9}b\ \cdots$⑤
⑤ 식을 ① 식에 대입하면 $b = \frac{18}{5}\ \cdots$⑥
⑥ 식을 ⑤ 식에 대입하면 $a = \frac{32}{5}$
$\overline{AB} = 10$
$\overline{AC} \times \overline{BC} = \overline{AB} \times \overline{CD}$
$48 = 10 \times x$
$\therefore\ x = \frac{24}{5}$

32. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CE}:\overline{ED}=3:2$ 가 되도록 점 E 를 잡고, $\overline{AF}:\overline{FD}=4:3$ 이 되도록 점 F 를 잡았다. $\triangle AED$ 의 넓이가 14 일 때, $\triangle BDF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\triangle AED$ 와 $\triangle ACD$ 에서 밑변의 길이의 비가 $\overline{ED}:\overline{CD}=2:5$ 이므로 넓이의 비도 $2:5$ 이다.

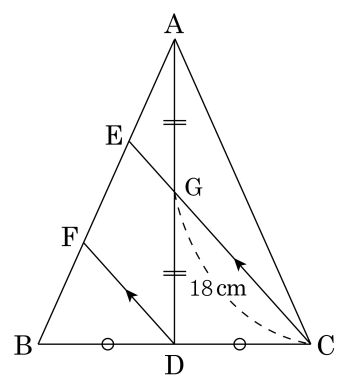
$\therefore\ \triangle ACD=\frac{5}{2}\times14=35$

$\square ABCD$ 는 평행사변형이므로 $\triangle ABD=\triangle ACD$

$\triangle BDF$ 와 $\triangle ABD$ 에서 밑변의 길이의 비가 $\overline{FD}:\overline{AD}=3:7$ 이므로 넓이의 비도 $3:7$ 이다.

따라서 $\triangle BDF=\frac{3}{7}\triangle ABD=\frac{3}{7}\times35=15$ 이다.

33. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{BD} = \overline{DC}$,
$\overline{AG} = \overline{GD}$이고 $\overline{CE} // \overline{DF}$일 때, $\overline{DF}$의 길이를 구하여라.



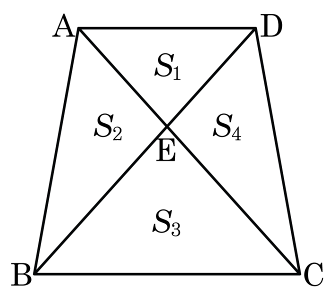
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

$\triangle AFD$에서
$\overline{EG} = a$라 하면 $\overline{FD} = 2a$이다.
$\triangle BCE$에서
$\overline{EC} = 2a$이고, $\overline{EC} = a + 18$이므로
$\overline{EC} = 2\overline{FD}$
$a + 18 = 4a$
$3a = 18$
$a = 6$
$\therefore\ \overline{DF} = 2a = 2 \times 6 = 12(\text{cm})$

34. 다음과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$, $\overline{AD}:\overline{BC}=2:3$ 인 사다리꼴 ABCD 를 대각선을 따라 네 부분으로 나누었다. 이때, $\frac{S_1+S_3}{S_2+S_4}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{13}{12}$

해설

삼각형 ADE 와 BCE 는 닮은 도형이고, 닮음비는 2 : 3 이므로 넓이비는 4 : 9

삼각형 ADE 의 넓이를 $4S$, BCE 의 넓이를 $9S$ 라 하면

$\triangle ABE:\triangle ADE=3:2,\ \triangle ABE=6S$,

$\triangle CDE:\triangle ADE=3:2,\ \triangle CDE=6S$

$\therefore\ \frac{S_1+S_3}{S_2+S_4}=\frac{4S+9S}{6S+6S}=\frac{13}{12}$

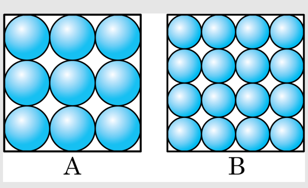
35. 정육면체 모양의 상자에 구슬 27 개를 넣으면 꼭 맞는 구슬 A 와 같은 상자에 구슬 64 개를 넣었을 때 꼭 맞는 구슬 B 가 있다. 구슬 A 의 부피가 32π 일 때, 구슬 B 의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{27}{2}\pi$

해설

구슬 A, B 가 상자에 담겨 있는 모양을 정면에서 비교해 보면 다음과 같다.



그러므로 두 구슬의 반지름의 비는 4 : 3 이고, 부피의 비는 64 : 27

따라서 구슬 B 의 부피는 $32\pi \times \frac{27}{64} = \frac{27}{2}\pi$ 이다.