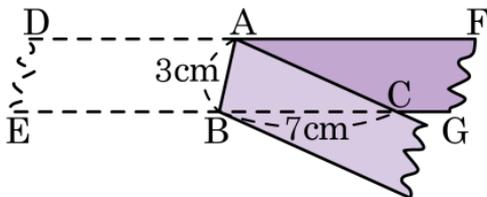


1. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이테이프를 접었을 때, \overline{AC} 의 길이는?



① 3cm

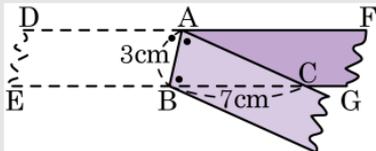
② 4cm

③ 5cm

④ 6cm

⑤ 7cm

해설



$\angle DAB = \angle BAC$ (종이 접은 각)

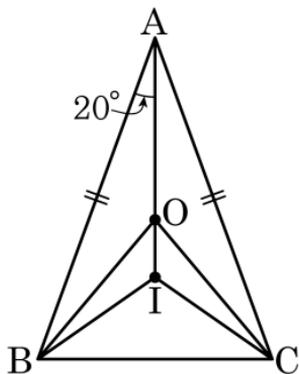
$\angle DAB = \angle ABC$ (엇각)

$\therefore \angle BAC = \angle ABC$

따라서 $\triangle ABC$ 는 밑각의 크기가 같고, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{AC} = \overline{BC} = 7(\text{cm})$

2. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC 에서 외심을 O , 내심을 I 라 할 때 $\angle OBI$ 의 크기는?



① 10°

② 15°

③ 20°

④ 25°

⑤ 30°

해설

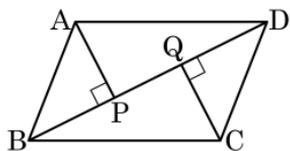
$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 40^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 70^\circ$, $\angle BOC = 80^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 40^\circ + 90^\circ = 110^\circ$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 50^\circ$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$ 이다. 따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50^\circ - 35^\circ = 15^\circ$ 이다.

3. 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle ABP \cong \triangle CDQ$

② $\overline{AP} = \overline{PC}$

③ $\overline{AP} = \overline{CQ}$

④ $\overline{AP} \parallel \overline{CQ}$

⑤ $\overline{BQ} = \overline{DP}$

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 에서

$$\overline{AB} = \overline{CD}, \angle APB = \angle CQD = 90^\circ$$

$$\angle ABP = \angle CDQ \text{ (엇각)}$$

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle CDQ$ (RHA 합동)

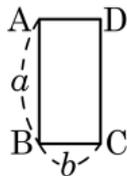
$$\therefore \overline{AP} = \overline{CQ} \dots \dots \textcircled{1}$$

또 $\overline{AP} \perp \overline{BD}$, $\overline{CQ} \perp \overline{BD}$ 이므로 $\overline{AP} \parallel \overline{CQ} \dots \dots \textcircled{2}$

①, ②에서 한 쌍의 대변이 평행하고 길이가 같으므로 $\square APCQ$ 는 평행사변형이다.

따라서 $\overline{BP} = \overline{DQ}$ 이므로 $\overline{BQ} = \overline{BP} + \overline{PQ} = \overline{DQ} + \overline{PQ} = \overline{DP}$ 이다.

4. 다음 직사각형 $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 에 대하여 $\square ABCD \sim \square EFGH$ 이고, 닮음비가 1 : 2 일때 $\square EFGH$ 의 둘레의 길이의 합을 a 와 b 로 옳게 나타낸 것은?



- ① $2(a + b)$ ② $3(a + b)$
 ③ $4(a + b)$ ④ $5(a + b)$
 ⑤ $6(a + b)$

해설

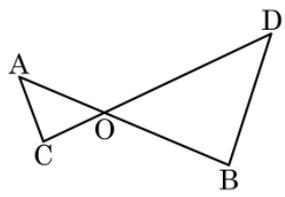
$\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 닮음비가 1 : 2 이므로 각 대응변의 길이의 비도 1 : 2 이다.

$\overline{AB} : \overline{EF} = 1 : 2 = a : \overline{EF}$ 이므로 $\overline{EF} = 2a$ 이다.

$\overline{BC} : \overline{FG} = 1 : 2 = b : \overline{FG}$ 이므로 $\overline{FG} = 2b$ 이다.

$\square EFGH$ 의 둘레의 길이는 (가로 + 세로) $\times 2$ 이므로 $(2a + 2b) \times 2 = 4(a + b)$ 이다.

5. 다음 그림에서 $2\overline{AO} = \overline{DO}, 2\overline{CO} = \overline{BO}$ 일 때, $\angle A = \angle D$ 임을 다음과 같이 증명하였다. 안에 알맞지 않은 것은?



증명

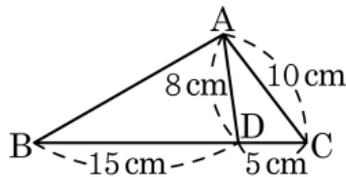
$\triangle AOC$ 와 $\triangle DOB$ 에서
 $\overline{AO} : \overline{DO} = \overline{CO} : \overline{BO} = \text{㉠} : \text{㉡}$
 $\angle AOC = \text{㉢}$ (\therefore 맞꼭지각) 이므로
 $\triangle AOC \text{ ㉣ } \triangle DOB$ (㉤ 답음)
 따라서 $\angle A = \angle D$ 이다.

- ① 1
- ② 2
- ③ $\angle DOB$
- ④ \sphericalangle
- ⑤ SSS

해설

$\triangle AOC$ 와 $\triangle DOB$ 에서
 $\overline{AO} : \overline{DO} = \overline{AO} : 2\overline{AO} = 1 : 2,$
 $\overline{CO} : \overline{BO} = \overline{CO} : 2\overline{CO} = 1 : 2$
 $\angle AOC = \angle DOB$ (맞꼭지각)
 $\therefore \triangle AOC \sphericalangle \triangle DOB$ (SAS 답음)
 $\therefore \angle A = \angle D$

6. 다음과 같이 $\triangle ABC$ 의 변 \overline{BC} 위에 $\overline{BD} = 15\text{ cm}$, $\overline{CD} = 5\text{ cm}$ 인 점 D 를 잡았을 때, $\overline{AD} = 8\text{ cm}$, $\overline{AC} = 10\text{ cm}$ 라고 한다. \overline{AB} 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▶ 정답: 16 cm

해설

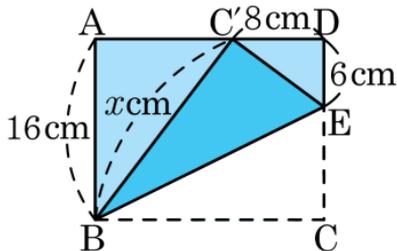
$\triangle ABC$ 와 $\triangle DAC$ 에서 $\overline{AC} : \overline{DC} = 10 : 5 = 2 : 1$, $\overline{BC} : \overline{AC} = 20 : 10 = 2 : 1$,

$\angle C$ 는 공통이므로 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (SAS 닮음)

$$\therefore 2 : 1 = \overline{AB} : 8$$

따라서 $\overline{AB} = 16\text{ cm}$ 이다.

7. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 \overline{BE} 를 접는 선으로 꼭짓점 C 가 변 AD 위의 점 C' 에 오도록 접었을 때, x 의 값은?



① 18

② 20

③ 22

④ 24

⑤ 26

해설

접어 올린 삼각형이므로 $\overline{EC} = \overline{EC'}$ 이다.

$$\angle ABC' + \angle AC'B = \angle AC'B + \angle EC'D = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle ABC' = \angle EC'D \dots \textcircled{\ominus}$$

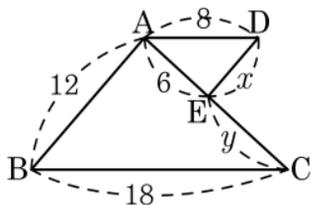
$$\angle A = \angle D = 90^\circ \dots \textcircled{\omin�}$$

$\textcircled{\ominus}$, $\textcircled{\omin�}$ 에 의해 $\triangle ABC' \sim \triangle DC'E$

$$\overline{AB} : \overline{DC'} = \overline{BC'} : \overline{C'E} \text{ 이므로 } 16 : 8 = x : 10$$

$$\therefore x = 20$$

8. 다음 그림에서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ 일 때, 두 수 x, y 의 곱 xy 의 값을 구하여라. (단, $\overline{AB} = 12$, $\overline{BC} = 18$, $\overline{AD} = 8$, $\overline{AE} = 6$, $\overline{DE} = x$, $\overline{CE} = y$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{BC} = \overline{ED} : \overline{AB}$ 가 되며,

$$8 : 18 = x : 12, x = \frac{16}{3} \text{ 가 나온다.}$$

또한 $\overline{AD} : \overline{BC} = \overline{EA} : \overline{AC}$ 이므로

$$8 : 18 = 6 : (6 + y), y = \frac{15}{2} \text{ 이 나온다.}$$

$$\text{따라서 } xy = \frac{16}{3} \times \frac{15}{2} = 40 \text{ 이다.}$$

10. A, B 의 겉넓이의 비가 9 : 16 이고 B, C 의 겉넓이의 비가 4 : 9 인 세 정육면체 A, B, C 에 대하여 A, B, C 의 부피의 비는?

① 27 : 53 : 200

② 27 : 54 : 210

③ 27 : 56 : 212

④ 27 : 64 : 213

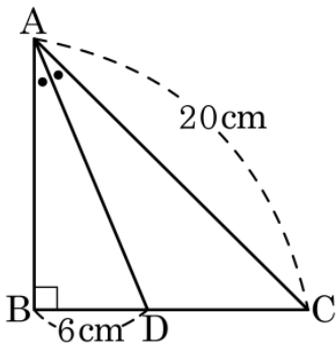
⑤ 27 : 64 : 216

해설

세 정육면체 A, B, C 의 겉넓이의 비는 $9 : 16 : 36 = 3^2 : 4^2 : 6^2$
이므로 닮음비는 $3 : 4 : 6$ 이다.

따라서 부피의 비는 $3^3 : 4^3 : 6^3 = 27 : 64 : 216$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 \overline{BC} 와 만나는 점을 D 라 하자. $\overline{BD} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 20\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADC$ 의 넓이는 몇 cm^2 인지 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



① 56

② 57

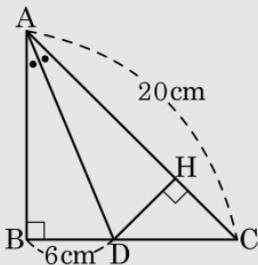
③ 58

④ 59

⑤ 60

해설

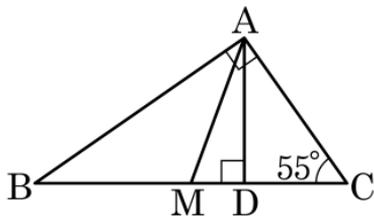
다음 그림과 같이 점 D 에서 \overline{AC} 에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$\triangle ABD \equiv \triangle AHD$ (RHA합동)

따라서 $\overline{DH} = \overline{BD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\triangle ADC = \frac{1}{2} \times 20 \times 6 = 60(\text{cm}^2)$

13. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 직각인 꼭짓점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 D라 하고, \overline{BC} 의 중점을 M이라 하자. $\angle C = 55^\circ$ 일 때, $\angle AMB - \angle DAM$ 의 크기는?



① 70°

② 75°

③ 80°

④ 85°

⑤ 90°

해설

직각삼각형의 빗변 \overline{BC} 의 중점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

$$\therefore \overline{BM} = \overline{AM} = \overline{CM}$$

$\angle ABM = 35^\circ$, $\angle DAC = 35^\circ$ 이고 $\triangle ABM$ 은 이등변삼각형($\because \overline{BM} = \overline{AM}$)

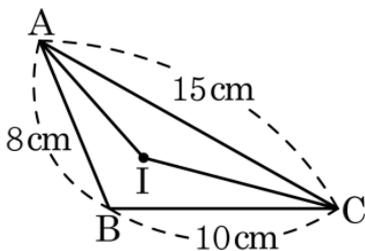
$$\therefore \angle ABM = \angle BAM = 35^\circ$$

$$\angle AMB = 180^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 110^\circ$$

$$\angle DAM = \angle A - \angle BAM - \angle DAC = 90^\circ - 35^\circ - 35^\circ = 20^\circ$$

$$\text{따라서 } \angle AMB - \angle DAM = 110^\circ - 20^\circ = 90^\circ$$

14. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이와 $\triangle AIC$ 의 넓이의 비는?



- ① 2 : 1 ② 30 : 17 ③ 32 : 15
 ④ 33 : 15 ⑤ 36 : 17

해설

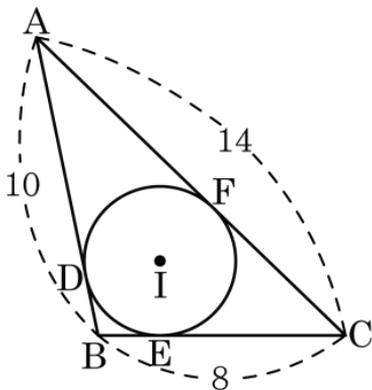
내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면

$$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times (8 + 10 + 15) = \frac{33}{2} r \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(\triangle AIC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2} r \text{ (cm}^2\text{)}$$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2} r : \frac{15}{2} r = 33 : 15$ 이다.

15. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, AC의 접점이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 14\text{cm}$ 일 때, \overline{EC} 의 길이는 얼마인가?



① 4cm

② 5cm

③ 6cm

④ 7cm

⑤ 8cm

해설

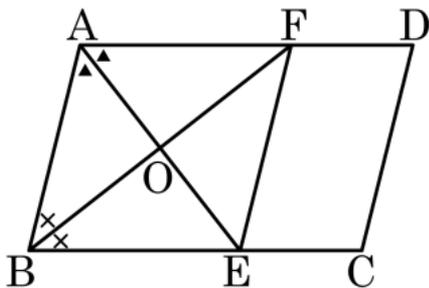
점 I가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{EC} = x$ 라 하면, $\overline{EC} = \overline{CF} = x$ 이고, $\overline{BE} = 8 - x = \overline{BD}$, $\overline{AF} = 14 - x = \overline{AD}$

$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = 14 - x + 8 - x = 10$ 이므로 $22 - 2x = 10$, $12 = 2x$ 이다.

$\therefore x = 6(\text{cm})$

16. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 \overline{AE} , \overline{BF} 는 각각 $\angle A$, $\angle B$ 의 이등분선이다. 이 때, $\square ABEF$ 는 어떤 사각형인가?



① 직사각형

② **마름모**

③ 정사각형

④ 등변사다리꼴

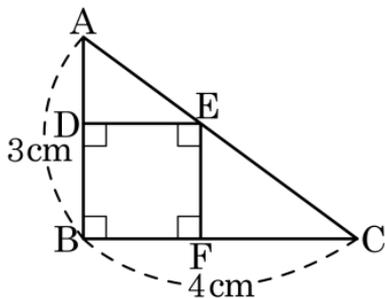
⑤ 사다리꼴

해설

$$\angle ABF = \angle EFB = \angle EBF \text{ 이므로 } \overline{BE} = \overline{FE}$$

이웃하는 변의 길이가 같은 평행사변형이므로 마름모이다.

17. 아래 그림에서 $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\text{cm}$ 일 때, 정사각형 DBFE의 한 변의 길이를 구하면?



① 2cm

② $\frac{12}{7}\text{cm}$

③ $\frac{10}{7}\text{cm}$

④ $\frac{3}{2}\text{cm}$

⑤ 1cm

해설

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$ (AA 닮음) 이므로

$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$$

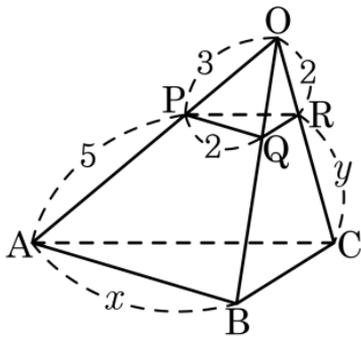
정사각형의 한 변인 \overline{DE} 를 a (cm) 라고 하면

$$3 : (3 - a) = 4 : a$$

$$a = \frac{12}{7}$$

$$\therefore \frac{12}{7}\text{cm}$$

18. 다음 그림의 삼각뿔 O-ABC 에서 $\triangle PQR$ 를 포함하는 평면과 $\triangle ABC$ 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $x+y$ 의 값은?



① $\frac{26}{3}$

② $\frac{28}{3}$

③ $\frac{29}{3}$

④ 10

⑤ $\frac{32}{3}$

해설

$\overline{PQ} \parallel \overline{AB}$ 이므로 $\triangle OPQ \sim \triangle OAB$

$$3 : 8 = 2 : x$$

$$x = \frac{16}{3}$$

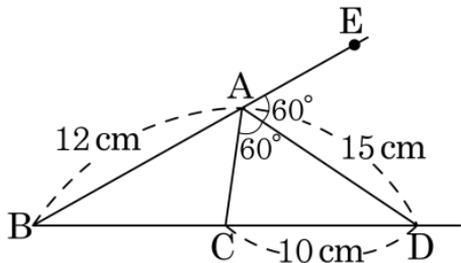
$\overline{PR} \parallel \overline{AC}$ 이므로 $\triangle OPR \sim \triangle OAC$

$$3 : 5 = 2 : y$$

$$y = \frac{10}{3}$$

$$\therefore x + y = \frac{16}{3} + \frac{10}{3} = \frac{26}{3}$$

19. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle CAD = \angle EAD = 60^\circ$, $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{CD} = 10\text{cm}$, $\overline{AD} = 15\text{cm}$ 일 때, \overline{AC} 의 길이는?



① 6cm

② 5cm

③ $\frac{24}{5}$ cm

④ $\frac{15}{4}$ cm

⑤ $\frac{20}{3}$ cm

해설

$\angle BAC = 60^\circ$ 이므로 \overline{AC} 는 $\angle BAD$ 의 이등분선이다.

따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{CD}$ 이므로

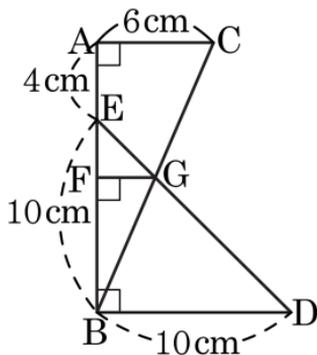
$$12 : 15 = \overline{BC} : 10$$

$$\therefore \overline{BC} = 8(\text{cm})$$

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD} \text{ 이므로 } 12 : \overline{AC} = 18 : 10$$

따라서 $\overline{AC} = \frac{20}{3}$ cm 이다.

20. 다음 그림에서 $\angle DBF = \angle EFG = \angle EAC = 90^\circ$, $\overline{AC} = 6$, $\overline{AE} = 4$, $\overline{BE} = 10$, $\overline{BD} = 10$ 일 때, \overline{FG} 의 길이는?



① 1

② 1.5

③ 2

④ 2.5

⑤ 3

해설

$$\overline{FG} // \overline{BD} \text{ 이므로 } \overline{FG} : \overline{BD} = \overline{EF} : \overline{EB}$$

$$\overline{FG} : 10 = \overline{EF} : 10$$

$$\overline{GF} = \overline{EF} = x(\text{cm}) \text{ 이므로 } \overline{BF} = 10 - x(\text{cm}),$$

$$\overline{AC} // \overline{FG} \text{ 이므로 } \overline{BF} : \overline{BA} = \overline{FG} : \overline{AC}$$

$$(10 - x) : 14 = x : 6$$

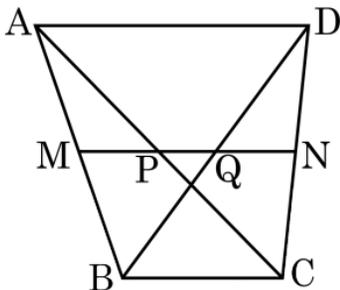
$$14x = 6(10 - x)$$

$$14x = 60 - 6x$$

$$20x = 60$$

$$\therefore x = 3$$

21. 다음 그림과 같은 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 \overline{AB} , \overline{DC} 의 중점을 각각 M, N 이라 하고, $\overline{MP} : \overline{PQ} = 1 : 1$ 일 때, $\overline{AD} : \overline{MN} : \overline{BC}$ 의 값은?

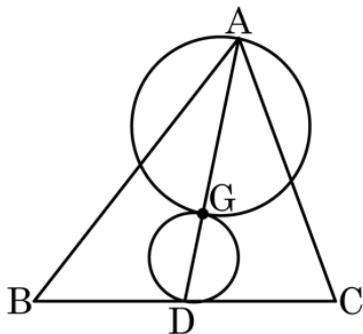


- ① 4 : 3 : 1 ② 3 : 2 : 1 ③ 4 : 2 : 1
 ④ 4 : 3 : 2 ⑤ 5 : 3 : 1

해설

$\overline{MP} = a$ 라고 하면 $\overline{PQ} = a$, $\overline{BC} = 2a$ 이고, $\overline{MQ} = 2a$ 이므로 $\overline{AD} = 4a$ 이다. $\overline{AD} = 4a$ 이므로 $\overline{PN} = 2a$ 이고, $\overline{QN} = a$ 이다. 따라서 $\overline{AD} : \overline{MN} : \overline{BC} = 4a : 3a : 2a = 4 : 3 : 2$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 무게중심을 G 라 할 때, \overline{AG} , \overline{GD} 를 지름으로 하는 두 원의 넓이의 비를 구하면?



① 6 : 1

② 5 : 1

③ 4 : 1

④ 3 : 1

⑤ 2 : 1

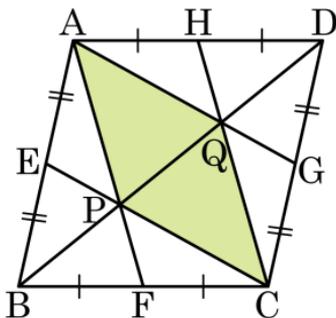
해설

점 G 가 삼각형 ABC 의 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이다.
 \overline{GD} 의 길이를 a 라고 하면

\overline{GD} 를 지름으로 하는 원의 넓이는 $\frac{a^2}{4}\pi$ 이고,

\overline{AG} 를 지름으로 하는 원의 넓이는 $a^2\pi$ 이므로 넓이의 비는 4 : 1이다.

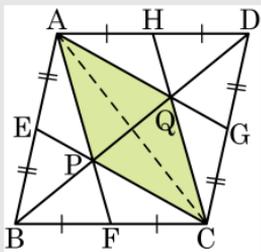
23. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 \overline{AB} , \overline{BC} 의 중점을 각각 E, F, 대각선 \overline{BD} 와 \overline{EC} , \overline{AG} 와의 교점을 각각 P, Q 라 하고 $\triangle BFP$ 의 넓이가 7cm^2 일 때, 사각형 APCQ 의 넓이는?



- ① 28cm^2 ② 36cm^2 ③ 40cm^2
 ④ 44cm^2 ⑤ 48cm^2

해설

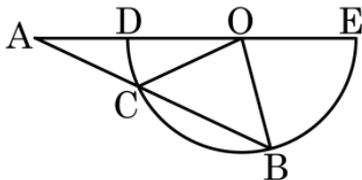
평행사변형의 대각선 \overline{AC} 를 그으면, 점 P는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다.



$$\triangle BFP = \frac{1}{2}\triangle ACP = \frac{1}{4}\square APCQ$$

따라서 $\square APCQ = 4 \times 7 = 28(\text{cm}^2)$ 이다.

24. 다음 그림의 반원 O 에서 $\overline{AC} = \overline{OC}$ 일 때, $\frac{\angle BOE}{\angle COD}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\angle COD = \angle a$ 라 하면

(1) $\triangle COA$ 에서 $\overline{AC} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle DAC = \angle DOC = \angle a$$

$$\therefore \angle BCO = \angle DAC + \angle DOC$$

$$= \angle a + \angle a = 2\angle a$$

(2) $\triangle OCB$ 에서 $\overline{OC} = \overline{OB}$ (원의 반지름) 이므로

$$\angle OCB = \angle OBC = 2\angle a$$

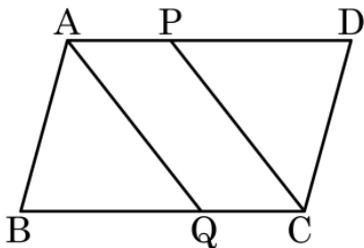
(3) $\angle BOE$ 는 $\triangle OAB$ 의 외각이므로

$$\angle BOE = \angle OAB + \angle OBA$$

$$= \angle a + 2\angle a = 3\angle a$$

$$\therefore \frac{\angle BOE}{\angle COD} = \frac{3\angle a}{\angle a} = 3$$

25. $\overline{AD} = 50\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD에서 점 P는 3cm/s 의 속도로 점 A에서 점 D로 움직이고 점 Q는 5cm/s 의 속도로 점 C에서 점 B로 움직인다. 점 P가 움직이기 시작하고 6초 후에 점 Q가 움직인다면 점 P가 움직인 지 몇 초 후에 $\square AQCP$ 가 평행사변형이 되겠는가?



▶ 답: 초

▷ 정답: 15초

해설

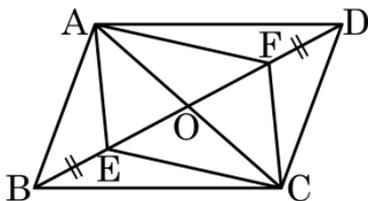
$\overline{AP} = \overline{QC}$ 이어야 하므로

$$3x = 5(x - 6)$$

$$3x = 5x - 30, 2x = 30$$

$$\therefore x = 15(\text{초})$$

27. 다음은 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라 하고 대각선 BD 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 가 되도록 두 점 E, F를 잡을 때, $\square AECF$ 는 평행사변형임을 증명하는 과정이다. 평행사변형이 되는 어떤 조건을 이용한 것인가?



가정) $\square ABCD$ 는 평행사변형 $\overline{BE} = \overline{DF}$

결론) $\square AECF$ 는 평행사변형

증명) $\square ABCD$ 는 평행사변형이므로

$$\overline{OA} = \overline{OC} \dots \textcircled{㉠}$$

$$\overline{BE} = \overline{DF} \text{ 이므로}$$

$$\overline{OE} = \overline{OF} \dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 에 의하여 $\square AECF$ 는 평행사변형이다.

- ① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
- ② 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
- ③ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
- ④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
- ⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

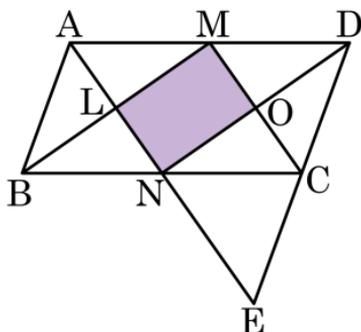
해설

$\square ABCD$ 는 평행사변형이므로

$$\overline{OA} = \overline{OC} \text{이고, } \overline{BE} = \overline{DF} \text{이므로 } \overline{OE} = \overline{OF} \text{이다.}$$

따라서 $\square AECF$ 는 평행사변형이다.

28. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 AD, BC 의 중점을 각각 M, N 이라 하고, 선분 AN 의 연장선과 변 DC 의 연장선이 만나는 점을 E 라 하였다. 삼각형 ADE 의 넓이가 24 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\angle ANB = \angle ENC \text{ (맞꼭지각)}$$

$$\overline{BN} = \overline{CN}, \angle ABN = \angle ECN \text{ (선분 AB 와 CE 가 평행)}$$

$$\therefore \triangle ABN \cong \triangle ECN \text{ (ASA 합동)}$$

$$\triangle ADE = \square ADCN + \triangle ECN$$

$$= \square ADCN + \triangle ABN$$

$$= \square ABCD$$

$$= 24$$

선분 MN 을 그으면 $\overline{MN} \parallel \overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로,

$$\square LMON = \triangle LMN + \triangle OMN$$

$$= \frac{1}{4} \square AMND + \frac{1}{4} \square DCNM$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \square ABCD + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

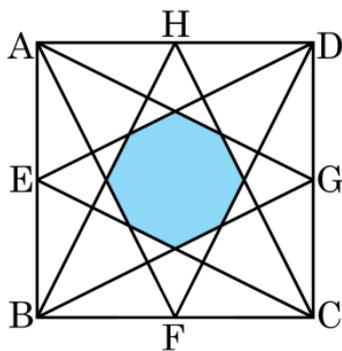
$$= \frac{1}{4} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{4} \times 24$$

$$= 6$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 6 이다.

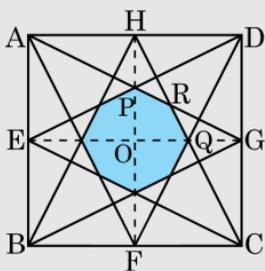
29. 넓이가 36 인 정사각형 ABCD 의 각 변의 중점과 각 꼭짓점을 다음과 같이 이었을 때, 가운데에 생기는 팔각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설



넓이가 36 인 정사각형 ABCD 의 한 변의 길이는 6 이다.

위쪽 그림과 같이 정사각형의 두 대각선 AC 와 BD 의 교점을 O 라 하고, \overline{AG} 와 \overline{DE} 의 교점을 P, \overline{HC} 와 \overline{DF} 의 교점을 Q, \overline{AG} 와 \overline{HC} 의 교점을 R 이라 하면

$\triangle ROP$ 와 $\triangle ROQ$ 에서

\overline{RO} 는 공통, $\angle POR = \angle QOR = 45^\circ$,

$\overline{OP} = \frac{1}{2}\overline{OH} = \frac{1}{2}\overline{OG} = \frac{1}{2}\overline{OQ}$ 이므로

$\triangle ROP \cong \triangle ROQ$ (SAS 합동)

$\therefore \triangle ROP = \triangle ROQ \dots \textcircled{㉠}$

$\overline{OQ} = \overline{QG}$ 이므로 $\triangle ROQ = \triangle RQG \dots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 에서

$$\triangle ROP = \triangle ROQ = \triangle RQG = \frac{1}{3}\triangle POG$$

$$\therefore \square POQR = \triangle ROP + \triangle ROQ$$

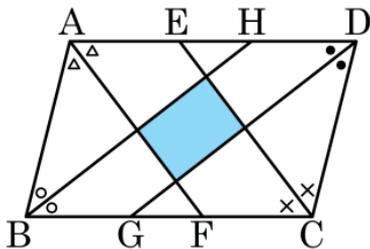
$$= \frac{2}{3}\triangle POG$$

$$= \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \overline{OH} \times \overline{OG} \right)$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$$

따라서 구하는 팔각형의 넓이는 $4\square POQR = 6$ 이다.

30. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 네 각의 이등분선이 \overline{AD} , \overline{BC} 와 만나는 점을 E, F, G, H라고 할 때, 색칠한 부분의 사각형의 성질로 옳은 것은?



- ① 두 쌍의 대각의 크기가 다르다.
 ② 두 쌍의 대변의 길이가 다르다.
 ③ 두 대각선이 직교한다.
 ④ 두 대각선의 길이가 같다
 ⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

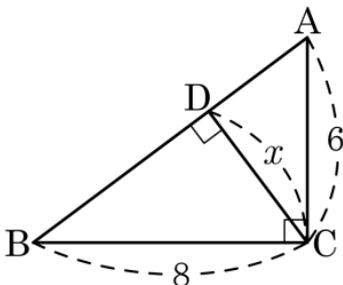
평행사변형의 네 내각의 이등분선을 연결하여 만들어진 사각형은

$$2(\circ + \bullet) = 180^\circ \text{ 이므로 } \circ + \bullet = 90^\circ$$

따라서 색칠한 부분의 사각형의 한 내각의 크기가 90° 이므로 직사각형이다.

직사각형의 성질은 두 대각선의 길이가 모두 같다.

31. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다. $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{24}{5}$

해설

$\overline{BD} = a$, $\overline{DA} = b$ 라 하면

$$6^2 = b(a+b) \cdots \textcircled{1}, \quad 8^2 = a(a+b) \cdots \textcircled{2}$$

①, ②식을 $(a+b)$ 로 정리하면

$$(a+b) = \frac{6^2}{b} \cdots \textcircled{3}, \quad (a+b) = \frac{8^2}{a} \cdots \textcircled{4}$$

$$\frac{6^2}{b} = \frac{8^2}{a} \text{ 이므로 } a = \frac{16}{9}b \cdots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{5} \text{ 식을 } \textcircled{1} \text{ 식에 대입하면 } b = \frac{18}{5} \cdots \textcircled{6}$$

$$\textcircled{6} \text{ 식을 } \textcircled{5} \text{ 식에 대입하면 } a = \frac{32}{5}$$

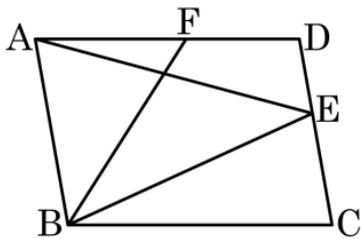
$$\overline{AB} = 10$$

$$\overline{AC} \times \overline{BC} = \overline{AB} \times \overline{CD}$$

$$48 = 10 \times x$$

$$\therefore x = \frac{24}{5}$$

32. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CE} : \overline{ED} = 3 : 2$ 가 되도록 점 E 를 잡고, $\overline{AF} : \overline{FD} = 4 : 3$ 이 되도록 점 F 를 잡았다. $\triangle AED$ 의 넓이가 14 일 때, $\triangle BDF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\triangle AED$ 와 $\triangle ACD$ 에서 밑변의 길이의 비가 $\overline{ED} : \overline{CD} = 2 : 5$ 이므로 넓이의 비도 $2 : 5$ 이다.

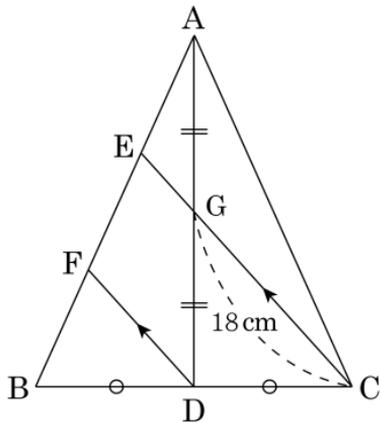
$$\therefore \triangle ACD = \frac{5}{2} \times 14 = 35$$

$\square ABCD$ 는 평행사변형이므로 $\triangle ABD = \triangle ACD$

$\triangle BDF$ 와 $\triangle ABD$ 에서 밑변의 길이의 비가 $\overline{FD} : \overline{AD} = 3 : 7$ 이므로 넓이의 비도 $3 : 7$ 이다.

$$\text{따라서 } \triangle BDF = \frac{3}{7} \triangle ABD = \frac{3}{7} \times 35 = 15 \text{ 이다.}$$

33. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD} = \overline{DC}$,
 $\overline{AG} = \overline{GD}$ 이고 $\overline{CE} \parallel \overline{DF}$ 일 때, \overline{DF}
 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

$\triangle AFD$ 에서

$\overline{EG} = a$ 라 하면 $\overline{FD} = 2a$ 이다.

$\triangle BCE$ 에서

$\overline{EC} = 2a$ 이고, $\overline{EG} = a + 18$ 이므로

$$\overline{EC} = 2\overline{FD}$$

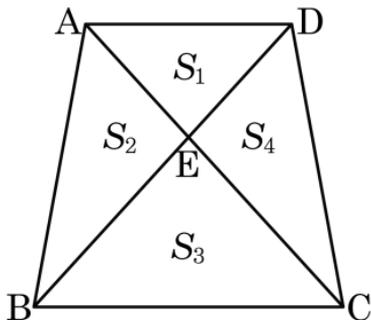
$$a + 18 = 4a$$

$$3a = 18$$

$$a = 6$$

$$\therefore \overline{DF} = 2a = 2 \times 6 = 12(\text{cm})$$

34. 다음과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AD} : \overline{BC} = 2 : 3$ 인 사다리꼴 ABCD 를 대각선을 따라 네 부분으로 나누었다. 이때, $\frac{S_1 + S_3}{S_2 + S_4}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{13}{12}$

해설

삼각형 ADE 와 BCE 는 닮은 도형이고, 닮음비는 2 : 3 이므로
넓이비는 4 : 9

삼각형 ADE 의 넓이를 $4S$, BCE 의 넓이를 $9S$ 라 하면

$$\triangle ABE : \triangle ADE = 3 : 2, \triangle ABE = 6S,$$

$$\triangle CDE : \triangle ADE = 3 : 2, \triangle CDE = 6S$$

$$\therefore \frac{S_1 + S_3}{S_2 + S_4} = \frac{4S + 9S}{6S + 6S} = \frac{13}{12}$$

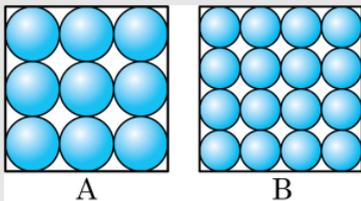
35. 정육면체 모양의 상자에 구슬 27 개를 넣으면 꼭 맞는 구슬 A 와 같은 상자에 구슬 64 개를 넣었을 때 꼭 맞는 구슬 B 가 있다. 구슬 A 의 부피가 32π 일 때, 구슬 B 의 부피를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{27}{2}\pi$

해설

구슬 A, B 가 상자에 담겨 있는 모양을 정면에서 비교해 보면 다음과 같다.



그러므로 두 구슬의 반지름의 비는 4 : 3 이고, 부피의 비는 64 : 27

따라서 구슬 B 의 부피는 $32\pi \times \frac{27}{64} = \frac{27}{2}\pi$ 이다.