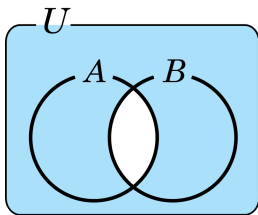


1. 전체집합 $U = \{a, c, d, e, f\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, c, d\}$, $B = \{c, d, e\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠된 부분을 나타내는 집합은?



① $\{a, b, c\}$

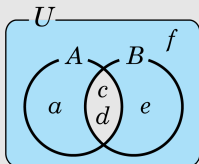
② $\{a, b, f\}$

③ $\{a, c, d\}$

④ $\{a, e, f\}$

⑤ $\{b, c, f\}$

해설



따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 $\{a, e, f\}$ 이다.

2. 두 집합 $n(A) = 12, n(B) = 14, n(A \cap B) = 8$ 일 때, $n(B - A)$ 는?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 14 - 8 = 6$$

3. 통일고등학교에서 50명 학생을 대상으로 수학, 영어에 대한 흥미도를 조사한 결과를 수학을 좋아하는 학생은 32명, 영어를 좋아하는 학생은 27명이었고 수학과 영어를 모두 좋아하는 학생은 13명이었다. 그렇다면 수학과 영어를 모두 싫어하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 4명

해설

수학 : A , 영어 : B , 전체 : U

$$n(A) = 32, n(B) = 27, n(A \cap B) = 13$$

$$n(A \cup B) = 32 + 27 - 13 = 46$$

$$\therefore n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c)$$

$$= n(U) - n(A \cup B) = 50 - 46 = 4$$

$$\therefore 4\text{명}$$

4. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x | x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$, $A = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것은?

① $\{4, 5\}$

② $\{2, 4, 5, 6\}$

③ $\{x | x \text{는 } 2 \leq x < 7 \text{인 자연수}\}$

④ $\{x | x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\}$

⑤ $\{x | x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\}$

해설

집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로 집합 B 는 원소 4, 5를 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

④ $\{x | x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\} = \{2, 3, 5\} \not\supset 4$

5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $A \subset B$

② $A^C - B^C = B$

③ $A \cap B = A$

④ $A^C \subset B^C$

⑤ $A \cap B^C = \emptyset$

해설

$A \cup B = A$ 이므로 $B \subset A$ 이다.

따라서 ④ $A^C \subset B^C$ 이다.

6. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 9 \text{ 미만의 자연수}\}$ 라 하고
 $A = \{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, $A^c \cap B^c$ 은?

① {4, 5}

② {4, 7}

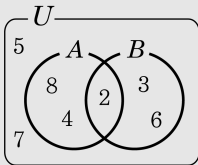
③ {5, 6}

④ {5, 7}

⑤ {5, 8}

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로
 $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$
 $= \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}^c$
 $= \{5, 7\}$ 이다.



7. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $A - (A - B) = (A \cap B)$

㉡ $(A - B) - C = A \cap (B \cup C)$

㉢ $A \cup (A \cap B)^c = U$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned}\text{㉠ } A - (A - B) &= A \cap (A \cap B^c)^c \\ &= A \cap (A^c \cup B) \\ &= (A \cap A^c) \cup (A \cap B) \\ &= \emptyset \cup (A \cap B) \quad (\text{참})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{㉡ } (A - B) - C &= (A \cap B^c) \cap C^c \\ &= A \cap (B^c \cap C^c) \\ &= A \cap (B \cup C)^c \quad (\text{거짓})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{㉢ } A \cup (A \cap B)^c &= A \cup (A^c \cup B^c) \\ &= (A \cup A^c) \cup B^c \\ &= U \cup B^c = U \quad (\text{참})\end{aligned}$$

8. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 27 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.

보기

$$\{1\} \subset B \subset A, n(B) = 3$$



답 :

개



정답 : 3 개

해설

$$A = \{1, 3, 9, 27\}$$

집합 B 는 원소 1을 포함한 집합 A 의 부분집합 중 원소의 개수가 3개인 집합이므로

$\{1, 3, 9\}, \{1, 3, 27\}, \{1, 9, 27\}$ 의 3개이다.

9. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } n \text{보다 작은 자연수}\}$ 이고 집합 B 는 A 의 모든 부분 집합을 원소로 하는 집합이다. 집합 B 의 부분집합의 개수가 16 일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$2^k = 16 = 2^4 \quad \therefore k = 4$$

B 의 원소의 개수가 4 개 이므로, 집합 A 의 부분집합의 수는 4 개이다.

$$2^{(n \text{보다 작은 자연수 개수})} = 2^{n-1} = 4 = 2^2 \quad \therefore n = 3$$

10. 두 조건 $p_n, q_n (n = 1, 2)$ 에 대하여 $P_n = \{x|x \text{는 } p_n \text{을 만족한다.}\}$, $Q_n = \{x|x \text{는 } q_n \text{을 만족한다.}\}$ 이고, p_1 은 p_2 이기 위한 필요조건, q_n 은 p_n 이기 위한 충분조건일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $P_1 \cap P_2 = P_2$

② $P_1 \cap Q_1 = Q_1$

③ $(P_1 \cup Q_1) \cup P_2 = P_1$

④ $(P_1 \cup Q_1) \cap P_2 = P_2$

⑤ $(P_1 \cap Q_1) \cup Q_2 = Q_1$

해설

p_1 은 p_2 이기 위한 필요조건이므로 $P_1 \supset P_2$, q_n 은 p_n 이기 위한 충분조건이므로 $P_1 \supset Q_1$, $P_2 \supset Q_2$

① $P_1 \cap P_2 = P_2$

② $P_1 \cap Q_1 = Q_1$

③ $(P_1 \cup Q_1) \cup P_2 = P_1 \cup P_2 = P_1$

④ $(P_1 \cup Q_1) \cap P_2 = P_1 \cap P_2 = P_2$

⑤ $(P_1 \cap Q_1) \cup Q_2 = Q_1 \cup Q_2 \neq Q_1$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

11. $a > 1$ 일 때 $b = \frac{1}{2} \left(a + \frac{1}{a} \right)$, $c = \frac{1}{2} \left(b + \frac{1}{b} \right)$ 이라 한다. a, b, c 의 대소 관계로 옳은 것은?

- ① $a > b > c$ ② $a > c > b$ ③ $b > c > a$
 ④ $b > a > c$ ⑤ $c > b > a$

해설

$$b - a = \frac{1}{2} \left(a + \frac{1}{a} \right) - a = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} - a \right)$$

그런데, $a > 1$ 이므로 $\frac{1}{a} - a < 0 \quad \therefore b < a$

$$\text{또, } b = \frac{1}{2} \left(a + \frac{1}{a} \right) > \sqrt{a \cdot \frac{1}{a}} = 1 \quad \left(\because a \neq \frac{1}{a} \right)$$

$$c - b = \frac{1}{2} \left(b + \frac{1}{b} \right) - b = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{b} - b \right) < 0$$

$$\therefore c < b$$

$$\therefore a > b > c$$

12. $x > 2$ 일 때, $x + \frac{1}{x-2}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x > 2$ 에서 $x - 2 > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균의 관계를 이용하면

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{x-2} &= x - 2 + \frac{1}{x-2} + 2 \\&\geq 2\sqrt{(x-2) \times \frac{1}{x-2}} + 2 \\&= 2 + 2 = 4\end{aligned}$$

(단, 등호는 $x = 3$ 일 때 성립)

13. 집합 $A = \{\emptyset, 2, 4, \{2, 4\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $\emptyset \in A$

② $\emptyset \subset A$

③ $\{2, 4\} \subset A$

④ $\{2, 4\} \notin A$

⑤ $\{\{2, 4\}\} \not\subset A$

해설

④ $\{2, 4\} \in A$

⑤ $\{\{2, 4\}\} \subset A$

14. 집합 A 에 대하여 집합 $P = \{X | X \subset A\}$ 일 때, 집합 P 의 부분집합 중 원소의 개수가 적어도 1 개인 부분집합의 개수는 15 개이다. $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

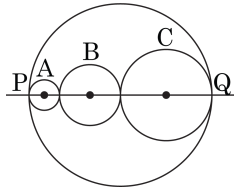
원소의 개수가 n 인 진부분집합의 개수는 $2^n - 1$ (개) 이므로

$$n(P) = 4$$

집합 P 의 원소의 개수는 집합 A 의 부분집합의 개수와 같으므로

$$2^{n(A)} = 4, n(A) = 2$$

15. 다음 그림에서와 같이 외접하고 있는 구 A, B, C가 있다. 겹넓이의 총합이 40π 일 때, 현재의 반지름을 각각 2배, 4배, 6배 증가시켰을 때, 점 P에서 Q까지 길이의 최댓값은?



① $4\sqrt{35}$

② $6\sqrt{35}$

③ $8\sqrt{35}$

④ $10\sqrt{35}$

⑤ $12\sqrt{35}$

해설

A, B, C의 반지름을 x, y, z 라 하면
구의 겹넓이는

$$S_1 = 4\pi x^2, S_2 = 4\pi y^2, S_3 = 4\pi z^2$$

$$4\pi(x^2 + y^2 + z^2) = 40\pi$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 10$$

$$(x^2 + y^2 + z^2)(2^2 + 4^2 + 6^2) \geq (2x + 4y + 6z)^2$$

$$10 \cdot 56 \geq (2x + 4y + 6z)^2$$

$$4\sqrt{35} \geq 2x + 4y + 6z$$

PQ의 길이의 최댓값은 $2(2x + 4y + 6z)$ 이므로 $8\sqrt{35}$