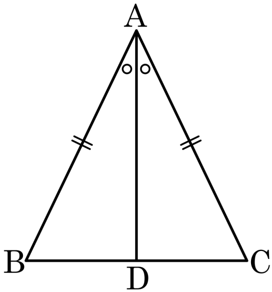
1. 다음 그림에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면?



① $\angle A = 80°$ 이면 $\angle B = 60°$ 이다.

② $\angle B = \angle C$

③ $\angle A = 50°$ 이면 $\angle B = 45°$ 이다.

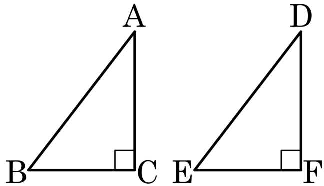
④ $\overline{BD} = \overline{DC}$

⑤ $\angle A = 60°$ 이면 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C$ 이고,
$\angle A = 80°$ 일 때, $\angle B = (180° - 80°) \div 2 = 50°$
이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로,
$\angle ADC = 90°$ 이고 $\overline{BD} = \overline{DC}$ 이다.
그리고 $\angle A = 60°$ 이면, $\angle B = \angle C = (180° - 60°) \div 2 = 60°$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이 된다.

2. 다음은 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$가 RHS합동임을 보이려는 과정이다. 보이기 위해 필요한 것들로 옳은 것은?



> $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서
>
> $\boxed{}$
>
> $\therefore$ $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (RHS 합동)

① $\angle A = \angle B$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$

② $\angle B = \angle E$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$

③ $\angle B = \angle E$, $\overline{AC} = \overline{DF}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$

④ $\angle C = \angle F = 90°$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$

⑤ $\angle C + \angle F = 360°$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$

해설

두 직각삼각형, 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 같아야 하므로,

(두 직각삼각형이다.) $\Rightarrow \angle C = \angle F = 90°$

(빗변의 길이가 같다) $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{DE}$

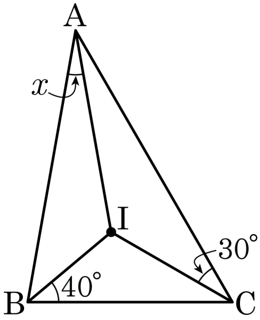
(다른 한 변의 길이가 같다.)

$\Rightarrow \overline{BC} = \overline{EF}$ 또는 $\overline{AC} = \overline{DF}$

따라서 필요한 것은

$\angle C = \angle F = 90°$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$ 또는 $\angle C = \angle F = 90°$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$이다.

3. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때 $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad ^\circ}$

▷ 정답 : $\underline{20^\circ}$

해설

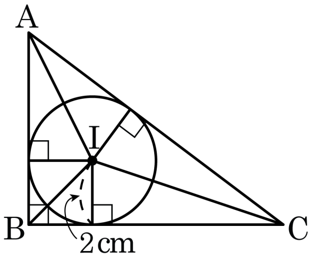
삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이 삼각형의 내심이다.

따라서 $\angle BAI + \angle CBI + \angle ACI = 90^\circ$이므로

$\angle x + 40^\circ + 30^\circ = 90$

$\therefore\ \angle x = 20^\circ$

4. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고, 내접원의 반지름의 길이는 2cm 이다. $\triangle$ABC 의 넓이가 24cm^2 일 때, $\triangle$ABC 의 세변의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 24 cm

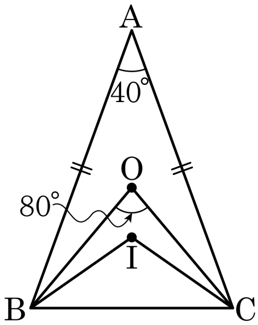
해설

$\triangle$ABI, $\triangle$BCI, $\triangle$ICA 의 높이는 같으므로,

삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})\times 2=24$

$\therefore\ \overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=24\text{cm}$

5. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 40^\circ$, $\angle O = 80^\circ$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 15 °

해설

$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC = 110^\circ$

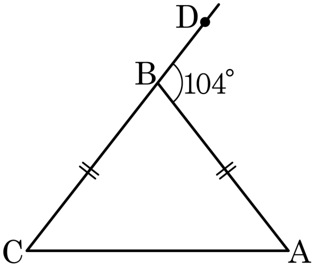
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변 삼각형이다.

$\angle OBC = 50^\circ$

또한 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있으므로 $\angle IBC = 35^\circ$ 이다.

$\therefore\ \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50^\circ - 35^\circ = 15^\circ$

6. 다음 그림과 같이 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle ABD = 104°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



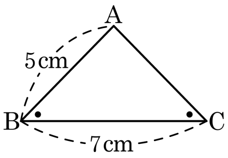
① 46° ② 48° ③ 50° ④ 52° ⑤ 55°

해설

$2 \times \angle BAC = 104°$

$\therefore \angle x = 52°$

7. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



① 4cm ② 4.5cm ③ 5cm

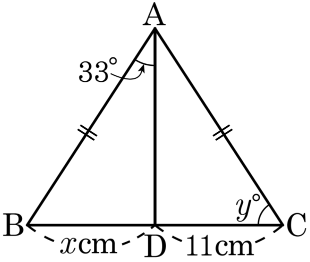
④ 5.5cm ⑤ 6cm

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로

$\overline{AC} = \overline{AB} = 5\text{cm}$

8. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라 하자. $\overline{DC} = 11\text{cm}$, $\angle BAD = 33°$일 때, $x + y$의 값은?



① 48 ② 58 ③ 68 ④ 78 ⑤ 88

해설

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

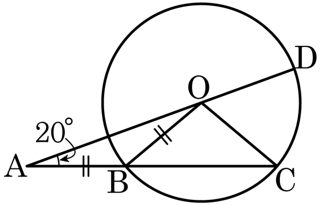
$\overline{BD} = \overline{DC} = 11\text{cm}$

$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$y = \dfrac{1}{2}(180° - 66°) = 57°$

$\therefore\ x + y = 11 + 57 = 68$

9. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BO}$ 이고 $\angle OAB = 20°$ 일 때, $\angle COD$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad °}$

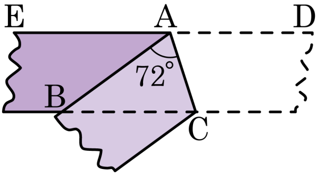
▷ **정답 :** $60\underline{°}$

해설

$\angle OBC = \angle OCB = 40°$ 이므로 $\angle BOC = 100°$

$\angle COD = 180° - (20° + 100°) = 60°$

10. 폭이 일정한 종이테이프를 다음 그림과 같이 접었다. $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.



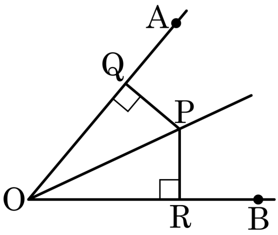
▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

종이를 접었으므로 $\angle BAC = \angle DAC$ 이다. $\angle DAC = \angle BCA$ (엇각)이다.
따라서 $\angle BAC = \angle ACB$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

11. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 각 변에 수선을 그어 그 교점을 Q, R 이라 하자. $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이라면, $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선임을 증명하는 과정에서 $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$ 임을 보이게 된다. 이 때 사용되는 삼각형의 합동 조건은?



① 두 변과 그 사이 끼인각이 같다.

② 한 변과 그 양 끝 각이 같다.

③ 세 변의 길이가 같다.

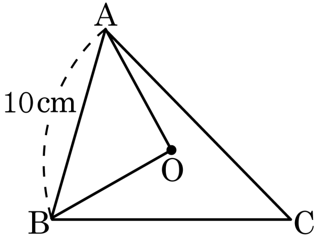
④ 직각삼각형의 빗변과 한 변의 길이가 각각 같다.

⑤ 직각삼각형의 빗변과 한 예각의 크기가 각각 같다.

해설

$\overline{OP}$ 는 공통이고 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로, 빗변과 다른 한 변의 길이가 같은 RHS 합동이다.

12. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$이고, $\triangle AOB$의 둘레의 길이가 $24\,\text{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

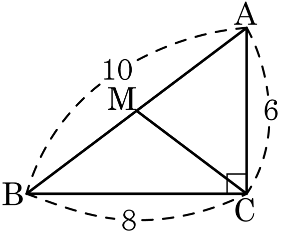
점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$

따라서 $\triangle AOB$의 둘레의 길이는

$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AB} = 2\overline{OA} + 10 = 24$

$\therefore \text{OA} = 7(\,\text{cm})$

13. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점을 M이라고 할 때, $\overline{\mathrm{MC}}$의 길이는?

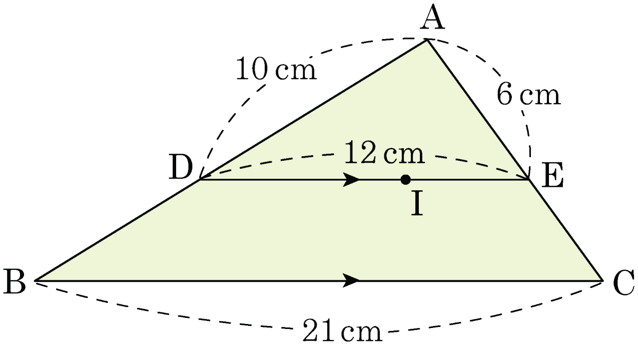


① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로
$\overline{\mathrm{MA}} = \overline{\mathrm{MB}} = \overline{\mathrm{MC}}$이다.
$\therefore \overline{\mathrm{MC}} = 5$

14. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 내심이고 $\overline{\mathrm{DE}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 둘레의 길이는?

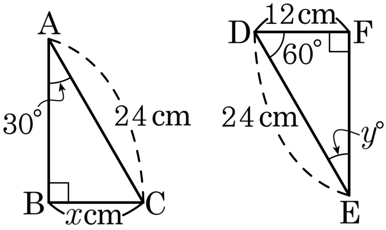


① 46cm ② 47cm ③ 48cm ④ 49cm ⑤ 50cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{\mathrm{DE}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 일 때,
$\overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{DI}} + \overline{\mathrm{EI}} = \overline{\mathrm{DB}} + \overline{\mathrm{EC}}$ 이므로
$\overline{\mathrm{DB}} + \overline{\mathrm{EC}} = 12(\mathrm{cm})$ 이다.
따라서 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 둘레의 길이는 $\overline{\mathrm{AD}} + \overline{\mathrm{AE}} + \overline{\mathrm{DB}} + \overline{\mathrm{EC}} + \overline{\mathrm{BC}} = 10 + 6 + 12 + 21 = 49(\mathrm{cm})$ 이다.

15. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $x+y$ 의 값은?



① 12 ② 36 ③ 42 ④ 48 ⑤ 60

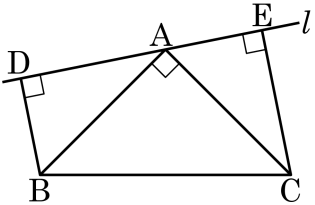
해설

$\triangle$ABC, $\triangle$EFD 는 RHA 합동 이므로

$\overline{BC} = \overline{FD} = 12\text{cm} = x\text{cm}$, $\angle y = \angle CAB = 30°$

$\therefore x + y = 12 + 30 = 42$

16. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 직각인 꼭지점 A 를 지나는 직선 l 에 점 B, C 에서 각각 수선 $\overline{BD}$, $\overline{CE}$ 를 내렸다. $\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

$\triangle ADB$ 와 $\triangle CEA$ 에서

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고

$\angle ADB = \angle BAC = \angle AEC = 90°$ 이므로

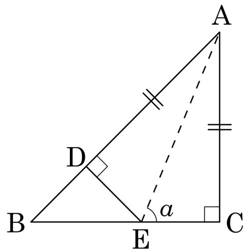
$$\begin{aligned}\angle DAB &= 180° - 90° - \angle EAC \\ &= 90° - \angle EAC = \angle ACE\end{aligned}$$

$\therefore\ \triangle ADB \equiv \triangle CEA$ (RHA 합동)

이 때 $\overline{BD} = \overline{AE} = 4\text{cm}$, $\overline{CE} = \overline{AD} = 6\text{cm}$ 이므로

$\therefore\ \overline{DE} = \overline{AD} + \overline{AE} = 4 + 6 = 10\ (\text{cm})$

17. 직각삼각형 ABC에서 $\angle C = 90°$, $\overline{AC} = \overline{BC}$이다. $\overline{AC} = \overline{AD}$되게 점 D를 $\overline{AB}$위에 잡고 $\overline{AB}$에 수직인 직선을 그어 $\overline{BC}$ 위의 교점을 E라 할 때, $\angle a$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $67.5°$

해설

$\triangle ABC$는 $\overline{AC} = \overline{BC}$인 직각이등변삼각형이므로

$\angle A = \angle B = 45°$

$\triangle BDE$는 직각삼각형이고,

$\angle DBE = 45°$, $\angle BED = 45°$

$\triangle AED$와 $\triangle AEC$에서

$\overline{AC} = \overline{AD}$, $\overline{AE}$는 공통, $\angle ADE = \angle ACE = 90°$이므로

$\triangle AED \equiv \triangle AEC$ (RHS합동)

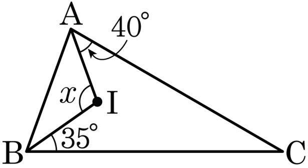
따라서 $\angle AED = \angle AEC = \angle a$

$\angle BED + \angle AED + \angle AEC = 180°$에서

$45° + 2 \times \angle a = 180°$

$\therefore \angle a = 67.5°$

18. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?



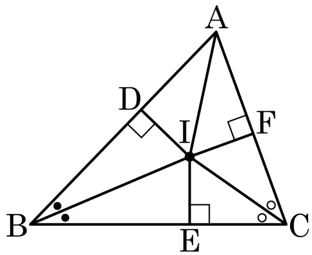
① 100°　② 105°　③ 110°　④ 115°　⑤ 120°

해설

삼각형의 내각의 합은 180°이므로

$\angle x = 180^\circ - (40^\circ + 35^\circ) = 105^\circ$

19. 다음은 '삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다' 를 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 잘못된 것은?



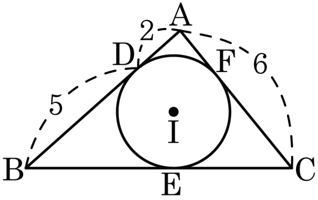
∠B, ∠C의 이등분선의 교점을 I라 하면
i) $\overline{BI}$는 ∠B의 이등분선이므로
△BDI ≡ △BEI ∴ $\overline{ID}$ = (㉠)
ii) $\overline{CI}$는 ∠C의 이등분선이므로 △CEI ≡ △CFI ∴ $\overline{IE}$ = (㉡)
iii) $\overline{ID}$ =(㉠) = (㉡)
iv) $\overline{ID}$ = $\overline{IF}$이므로 △ADI ≡ (㉢)
∴ ∠DAI = (㉣)
따라서 $\overline{AI}$는 ∠A의 (㉤)이다.
따라서 △ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① ㉠ : $\overline{IE}$ ② ㉡ : $\overline{IF}$ ③ ㉢ : △BDI
④ ㉣ : ∠FAI ⑤ ㉤ : 이등분선

해설

△IBE ≡ △IBD(RHA 합동)이므로 $\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고,
△ICE ≡ △ICF(RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
그러므로, $\overline{IE}$ = $\overline{IF}$이므로 △ADI와 △AFI에서
∠ADI = ∠AFI = 90°, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID}$ = $\overline{IF}$
이므로 △ADI ≡ △AFI(RHS 합동)

20. 다음 그림에서 원 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F 는 내접원과 삼각형 ABC 의 접점일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm

④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

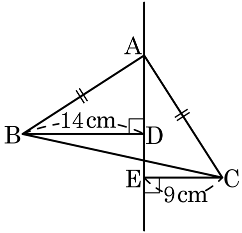
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}, \overline{BE} = \overline{BD} = 5\text{cm}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{CF} = 4\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.

$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 5 + 4 = 9(\text{cm})$

21. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{BD} = 14\text{cm}$, $\overline{CE} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는 ?



① 3cm ② 3.5cm ③ 4cm

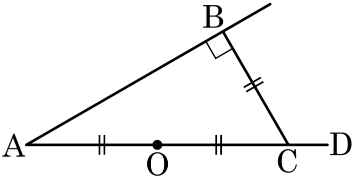
④ 4.5cm ⑤ 5cm

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동) 이므로 $\overline{BD} = \overline{AE} = 14\text{cm}$, $\overline{AD} = \overline{CE} = 9\text{cm}$

$\therefore \overline{DE} = \overline{AE} - \overline{AD} = 5(\text{cm})$

22. 다음 그림에서 점 O는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이다. $\overline{OA} = \overline{BC}$ 일 때, $\dfrac{\angle BCD}{\angle BAO}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

직각삼각형 빗변 $\overline{AC}$의 중점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다.

$\therefore \overline{OA} = \overline{BC}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle BOC$는 정삼각형이다.

따라서 $\angle BCO = \angle BOC = \angle OBC = 60°$

$\angle BCD = 180° - \angle BCO = 180° - 60° = 120° \cdots$ ㉠

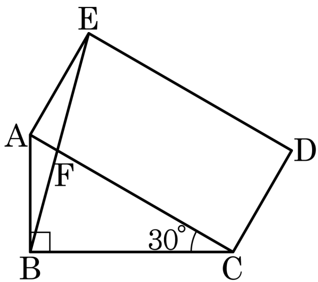
$\angle AOB = 180° - \angle BOC = 180° - 60° = 120°$

$\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\triangle BAO$는 이등변삼각형

$\angle BAO = \angle ABO = 30° \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\dfrac{\angle BCD}{\angle BAO} = \dfrac{120°}{30°} = 4$

23. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30^\circ$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad ^\circ}$

▷ 정답 : $30\underline{^\circ}$

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

$\angle BAC = 60^\circ$ 이므로

$\angle EAB = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$

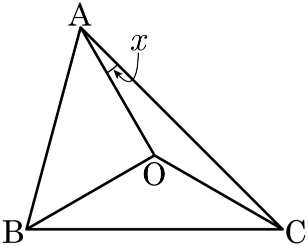
$\angle ABE = \angle AEB = (180^\circ - 150^\circ) \div 2 = 15^\circ$

$\angle DEF = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$

$\angle EFC = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ$

$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105^\circ - 75^\circ = 30^\circ$

24. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $10°$ ② $15°$ ③ $20°$ ④ $25°$ ⑤ $30°$

해설

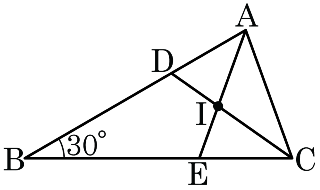
$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$이므로

$\angle COA = 360° \times \frac{5}{12} = 150°$

$\angle OAC = \angle OCA$이므로

$\angle x = 30° \times \frac{1}{2} = 15°$

25. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle B = 30°$ 일 때, $\angle ADI + \angle CEI$ 의 크기는?



① 110°　② 123°　③ 135°　④ 148°　⑤ 160°

해설

$\angle AIC = 90° + \frac{1}{2}\angle ABC = 105°$

$\angle AIC = \angle DIE = 105°$.

□BEID 에서 $\angle BDI + \angle DIE + \angle IEB + \angle EBD = 360°$.

$\angle BDI + \angle BEI = 360° - 30° - 105° = 225°$.

$\angle BDI + \angle IDA + \angle BEI + \angle IEC = 360°$, $\angle ADI + \angle CEI = 360° - 225° = 135°$