

1. 명제 ‘ $x$  가 4의 배수이면  $x$  는 2의 배수이다’ 의 대우는?

- ①  $x$  가 2의 배수이면  $x$  는 4의 배수이다.
- ②  $x$  가 2의 배수이면  $x$  는 4의 배수가 아니다.
- ③  $x$  가 4의 배수이면  $x$  는 2의 배수가 아니다.
- ④  $x$  가 4의 배수가 아니면  $x$  는 2의 배수가 아니다.
- ⑤  $x$  가 2의 배수가 아니면  $x$  는 4의 배수가 아니다.

해설

$p \rightarrow q$  의 대우는  $\sim q \rightarrow \sim p$

## 2. 명제「내일 소풍가지 않으면, 비가 온다.」의 대우는?

- ① 내일 소풍가면, 비가 오지 않는다.
- ② 내일 비가 오면, 소풍 가지 않는다.
- ③ 내일 비가 오지 않으면, 소풍 간다.
- ④ 내일 소풍 가지 않으면, 비가 오지 않는다.
- ⑤ 내일 소풍 가면, 비가 온다.

### 해설

명제 ' $p \rightarrow q$ '의 대우는 ' $\sim q \rightarrow \sim p$ ' 이다.

$p$  : 소풍가지 않는다.  $q$  : 비가 온다.

따라서  $\sim q \rightarrow \sim p$  : 내일 비가 오지 않으면, 소풍 간다.(여기에서 '내일'은 가정, 결론에 포함되는 것이 아니라 명제의 대전제가 되는 부분이다.)

3. 다음 중  $x > 7$  의 필요조건이고, 충분조건은 되지 않는 것은?

- ①  $x > 7$
- ②  $x < 7$
- ③  $x \geq 7$
- ④  $x \leq 7$
- ⑤  $x = 7$

해설

$x > 7$  범위를 포함하는 것을 고르면  $x \geq 7$

4.  $x - 1 = 0$  이면  $2x^2 + ax - 1 = 0$  이기 위한 충분조건일 때 상수  $a$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x - 1 = 0$  이면  $2x^2 + ax - 1 = 0$  이 참이므로

$x = 1$  을 대입하면  $2 + a - 1 = 0$

$$\therefore a = -1$$

## 5. 다음 빈 칸에 알맞은 말을 써 넣어라.

$A \cap B = A$  인 것은  $A \subset B$  이기 위한  조건이다.

▶ 답:

▷ 정답: 필요충분

해설

$A \cap B = A$  인 것이 곧,  $A \subset B$  을 의미하므로 명제와 역 모두 참이 되는 필요충분조건이다.

6. 두 명제 ‘겨울이 오면 춥다.’ ‘눈이 오지 않으면 춥지 않다.’가 모두 참이라고 할 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 말할 수 없는 것은?

- ① 추우면 눈이 온다.
- ② 눈이 오면 겨울이 온다.
- ③ 눈이 오지 않으면 겨울이 오지 않는다.
- ④ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
- ⑤ 겨울이 오면 눈이 온다.

해설

명제가 참이면 대우도 참이다. 겨울이 오면 춥다.  $\leftrightarrow$  춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.

눈이 오지 않으면 춥지 않다.  $\leftrightarrow$  추우면 눈이 온다.  $\Rightarrow$  겨울이 오면 눈이 온다.

②에서 ‘눈이 오면 겨울이 온다’는 참, 거짓을 판별할 수 없다.

7. 다음은 임의의 자연수  $n$ 에 대하여 『 $n^2$ 이 홀수이면  $n$ 도 홀수이다.』 임을 증명한 것이다. 위의 증명 과정에서 (가), (나) 안에 들어갈 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

주어진 명제의 ( 가 )를 구해보면 『 $n$  이 짝수이면  $n^2$  도 짝수이다.』 이 때,  $n$  이 짝수이면  $n = (나)$  (단,  $k$  는 자연수) 따라서  $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$  이므로  $n^2$  도 짝수이다.

- ① 대우,  $2k$       ② 대우,  $4k$       ③ 대우,  $2k + 1$   
④ 역,  $2k + 1$       ⑤ 역,  $4k^2$

해설

‘ $n^2$  이 홀수이면  $n$  도 홀수이다.’의 대우는 ‘ $n$  이 짝수이면  $n^2$  도 짝수이다.’

$\therefore$  ( 가 )-대우  $n$  이 짝수이면  $n = 2k$

$\therefore$  ( 나 )-  $2k$

8. 다음 중  $p$ 가  $q$ 이기 위한 필요충분조건인 것은?( $a, x, y, z$ 는 모두 실수)

①  $p : a < b, \quad q : |a| < |b|$

②  $p : 2x + 3 = 5, \quad q : x^2 - 2x + 1 = 0$

③  $p : a > 3, \quad q : a^2 > 9$

④  $p : x > 0 \wedge y > 0, \quad q : x + y > 0$

⑤  $p : xy = yz, \quad q : x = z$

### 해설

주어진 명제도 참이고 역도 참인 것을 고른다.

① 주어진 명제, 역 모두 거짓이다.

②  $p, q$ 를 만족하는 값이 모두  $x = 1$ 이므로 필요충분조건이다.

③, ④ 주어진 명제만 참이고 역은 성립하지 않는다.  $\therefore p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이다.

⑤ 주어진 명제는 거짓이고 역은 참이다.

$\therefore p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이다.

9. 명제  $p$ ,  $q$ ,  $r$  에 대하여  $p$  는  $q$  이기 위한 필요조건,  $r$  은  $q$  이기 위한 충분조건일 때,  $p$  는  $r$  이기 위한 무슨 조건인가?

① 필요

② 충분

③ 필요충분

④ 아무 조건도 아니다.

⑤  $q$  에 따라 다르다.

해설

$p$  는  $q$  이기 위한 필요조건이므로  $p \Leftarrow q$ ,

즉  $q \Rightarrow p$  가 성립하고  $r$  은  $q$  이기 위한 충분조건,

즉  $r \Rightarrow q$  가 성립하므로  $r \Rightarrow q \Rightarrow p$  이다.

그러나  $p \Rightarrow r$  인지는 알 수 없다.

따라서  $r \Rightarrow p$  이므로  $p$  는  $r$  이기 위한 필요조건이다.

10. 두 조건  $p : -3 \leq x \leq 2-a$ ,  $q : x \leq -1$  또는  $x \geq a$ 에 대하여 명제  $p \rightarrow \sim q$ 의 역이 참이 되게 하는 실수  $a$ 의 범위를 구하면?

①  $-1 \leq a \leq 0$

②  $-1 \leq a \leq 1$

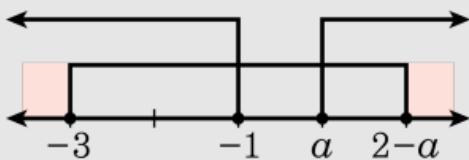
③  $-1 \leq a \leq 2$

④  $-1 \leq a \leq 3$

⑤  $-1 \leq a \leq 5$

해설

역은  $\sim q \rightarrow p$ 이고 대우는  $\sim p \rightarrow q$  (참)  $\Leftrightarrow P^c \subset Q$



그림에서 보면 색칠한 부분이  $P^c$ 이고  $P^c \subset Q$ 이 성립하려면  
 $\therefore -1 \leq a \leq 2-a \therefore -1 \leq a \leq 1$

11. 실수  $x$ 에 대하여 다음 명제가 참일 때,  $a$ 의 최솟값을 구하여라.

$$x > a \text{ } \circ\text{[} \text{면 } |x - 2| > 4$$

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

주어진 명제가 참이므로

대우 ‘ $|x - 2| \leq 4$  이면  $x \leq a$ ’이다.’ 가 참이다.

$|x - 2| \leq 4$ 에서

$-4 \leq x - 2 \leq 4, -2 \leq x \leq 6$   $\circ\text{[}$ 므로

$\therefore a \geq 6$

따라서  $a$ 의 최솟값은 6이다.

12. 명제 ‘ $2x^2 + ax - 9 \neq 0$  이면  $x - 3 \neq 0$  이다’가 참이 되도록 하는 상수  $a$ 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

대우인 ‘ $x - 3 = 0$  이면  $2x^2 + ax - 9 = 0$  이다.’가 참이 되어야 한다.

$$2 \cdot 3^2 + 3a - 9 = 0, 3a + 9 = 0$$

$$\therefore a = -3$$

13. 양수  $x$ 에 대하여 명제 ‘ $ax^2 - a^2x + 2 \neq 0$  이면  $x \neq 1$  이다.’가 참이기 위한  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

주어진 명제가 참이므로 대우도 참이다.

‘ $x = 1$  이면  $ax^2 - a^2x + 2 = 0$  이다.’가 참이므로

$$a - a^2 + 2 = 0, a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a + 1)(a - 2) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = 2$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = 2$$

14. 두 명제  $p \rightarrow q$  와  $\sim r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 중 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

①  $q \rightarrow r$

②  $\sim p \rightarrow \sim r$

③  $\sim r \rightarrow \sim p$

④  $p \rightarrow r$

⑤  $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

주어진 명제가 참이면 그 대우도 참이다.

$$p \rightarrow q (T) \Rightarrow \sim q \rightarrow \sim p (T)$$

$$\sim r \rightarrow \sim q (T) \Rightarrow q \rightarrow r (T)$$

$$p \rightarrow q \rightarrow r \circ] \text{므로, } p \rightarrow r (T)$$

$$\therefore \sim r \rightarrow \sim p (T)$$

15. 두 명제  $p \rightarrow q$ 와  $\sim r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 중 항상 참인 명제는?

①  $p \rightarrow r$

②  $\sim q \rightarrow p$

③  $p \rightarrow \sim q$

④  $r \rightarrow q$

⑤  $r \rightarrow \sim q$

해설

$$p \rightarrow q (T) \Rightarrow \sim q \rightarrow \sim p (T)$$

$$\sim r \rightarrow \sim q (T) \Rightarrow q \rightarrow r (T)$$

$$\therefore p \rightarrow q \rightarrow r \Rightarrow p \rightarrow r (T)$$

16. 세 조건  $p$ ,  $q$ ,  $r$ 에 대하여  $p \rightarrow \sim q, r \rightarrow q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 참인 명제는?

①  $q \rightarrow p$

②  $q \rightarrow r$

③  $\sim r \rightarrow q$

④  $r \rightarrow \sim p$

⑤  $q \rightarrow \sim r$

해설

$r \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim r, \sim p \rightarrow \sim q, \sim q \rightarrow p$ 에서  $r \rightarrow \sim p$   
 $\Leftrightarrow r \rightarrow \sim p$

17. 명제  $p \rightarrow \sim q$  와  $\sim p \rightarrow r$  가 모두 참일 때, 다음 중에서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

①  $q \rightarrow \sim p$

②  $\sim r \rightarrow p$

③  $q \rightarrow r$

④  $\sim r \rightarrow \sim q$

⑤  $q \rightarrow \sim r$

해설

$p \rightarrow \sim q$  가 참이면 대우

$\frac{q \rightarrow \sim p \text{ (①)}}{\textcircled{1}}$  도 참이다.

$\frac{\sim p \rightarrow r}{\textcircled{2}}$  가 참이면 대우  $\sim r \rightarrow p$  (②) 도 참이다.

⑦, ⑨에서  $q \rightarrow \sim p$  가 참이고  $\sim p \rightarrow r$  가 참이므로  $q \rightarrow r$  (③) 도 참이다.

또한,  $q \rightarrow r$  가 참이므로 대우인  $\sim r \rightarrow \sim q$  (④) 도 참이다.  
따라서, 반드시 참이라고 할 수 없는 것은 ⑤이다.

18. 다음은 명제 「 $x, y$ 가 정수일 때  $xy$ 가 짝수이면  $x, y$  중 적어도 하나는 짝수이다.」를 증명하는 과정이다.

주어진 명제의 결론을 부정하여 (가)이면  $x = 2m+1, y = (나)(m, n$ 은 정수)이라 할 수 있다. 이 때,  $xy = 2(mn+m+n)+1$ 이므로  $xy$ 는 홀수이다. 이것은 가정에 모순이므로 주어진 명제는 참이다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

- ①  $x$  또는  $y$ 가 짝수,  $2n$
- ②  $x, y$  중 하나만 짝수,  $2n$
- ③  $x, y$  중 하나만 홀수,  $2n+1$
- ④  $x, y$  모두 홀수,  $2n+1$
- ⑤  $x, y$  모두 짝수,  $2n+1$

### 해설

주어진 명제의 결론을 부정하여  $x, y$ 가 모두 (가): 홀수이면  $x = 2m+1, (나) : y = 2n+1 (m, n$ 은 정수)이라 할 수 있다. 이 때,  $xy = 2(2mn+m+n)+1$ 이므로  $xy$ 는 홀수이다. 이것은 가정에 모순이므로 주어진 명제는 참이다.

19. 조건  $p$  가 조건  $q$  이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것을 보기 중에서 모두 고른 것은? (단,  $a, b$  는 실수이다.)

㉠  $p : a \geq b, q : a^2 \geq b^2$

㉡  $p : a + b \leq 2, q : a \leq 1$  또는  $b \leq 1$

㉢  $p : |a - b| = |a| - |b|, q : (a - b)b \geq 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉡, ㉢

해설

$p \rightarrow q$  가 참이고  $q \rightarrow p$  가 거짓인 것을 찾는다.

㉠  $a \geq b \rightarrow a^2 \geq b^2$ (거짓), 반례 :  $a = -1, b = -2$

$a^2 \geq b^2 \rightarrow a \geq b$  (거짓), 반례 :  $a = -4, b = 3$

㉡  $a + b \leq 2 \rightarrow a \leq 1$  또는  $b \leq 1$  (참),  $a \leq 1$  또는  $b \leq 1 \rightarrow a + b \leq 2$ (거짓), 반례 :  $a = 0, b = 3$

㉢  $|a - b| = |a| - |b| \leftrightarrow (a - b)b \geq 0$

$p, q$  모두  $a \geq b, b \geq 0$  또는  $a \leq b, b \leq 0$  이므로 필요충분조건이다.

20. 다음 보기의  안에 알맞은 것을 차례로 적으면?

보기

- ㉠ 세 집합  $A, B, C$  에 대하여  $A \cup C = B \cup C$  인 것은  
 $A = B$  이기 위한  조건이다.
- ㉡  $x^2 - 2xy + y^2 = 0$  은  $x = y = 0$  이기 위한  조건이다.

① 충분, 필요

② 필요, 충분

③ 필요, 필요

④ 필요충분, 필요

⑤ 필요충분, 필요충분

해설

㉠  $A \cup C = B \cup C$        $\xrightarrow{\text{←}\bullet\text{→}}$      $A = B$  <반례>  $A = \{1\}, B = \{2\}, C = \{1, 2\}$

$\therefore$  필요조건

㉡  $x^2 - 2xy + y^2 = 0, (x - y)^2 = 0$  이므로  $x = y$        $\xrightarrow{\text{←}\bullet\text{→}}$   
 $x = y = 0$

$\therefore$  필요조건 [반례]  $x = 1, y = 1$

21. 다음 조건 $p$  는 조건 $q$  이기 위한 어떤 조건인지 구하여라.(단, $a,b$  는 실수)

- (i)  $p : a, b$  는 유리수,  $q : a + b, ab$  는 유리수
- (ii)  $p : x$  는 3의 배수 ,  $q : x$  는 6의 배수

▶ 답: 조건

▶ 정답: 필요조건

해설

22.  $x, y$  가 실수일 때, 다음 중에서 조건  $p$ 가 조건  $q$  이기 위한 필요충분인 것은?

- ①  $p : x + y \geq 2, q : x \geq 1$  또는  $y \geq 1$
- ②  $p : x + y$ 는 유리수이다.,  $q : x, y$ 는 유리수이다.
- ③  $p : xy > x + y > 4, q : x > 2 \circ]$  고  $y > 2$
- ④  $p : xy + 1 > x + y > 2, q : x > 1 \circ]$  고  $y > 1$
- ⑤  $p : xyz = 0, q : xy = 0$

해설

- ①  $p : x + y \geq 2 \Rightarrow q : x \geq 1$  또는  $y \geq 1$  (반례 :  $x = 2, y = -1$ )
- ②  $p : x + y$ 는 유리수이다.  $\Rightarrow q : x, y$ 는 유리수이다. (반례 :  $x = 1 - \sqrt{2}, y = 1 + \sqrt{2}$ )
- ③  $p : xy > x + y > 4 \Rightarrow q : x > 2$  이고  $y > 2$  (반례 :  $x = 4, y = 2$ )
- ④  $p : xy + 1 > x + y > 2 \Leftrightarrow q : x > 1 \circ]$  고  $y > 1$
- ⑤  $p : xyz = 0 \Rightarrow q : xy = 0$  (반례 :  $x = 1, y = 1, z = 0$ )

23.  $x \leq -1$  은  $x \leq a$  이기 위한 필요조건이고,  $x \geq b$  는  $x \geq 3$  이기 위한 충분조건일 때,  $a$ 의 최댓값과  $b$ 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x \leq -1$  은  $x \leq a$  이기 위한 필요조건이므로  
「 $x \leq a$  이면  $x \leq -1$  이다.」가 참이어야 한다.

$$\therefore a \leq -1$$

또,  $x \geq b$  는  $x \geq 3$  이기 위한 충분조건이므로  
「 $x \geq b$  이면  $x \geq 3$  이다.」가 참이어야 한다.

$$\therefore b \geq 3$$

따라서,  $a$ 의 최댓값은  $-1$ ,  $b$ 의 최솟값은  $3$  이므로  
구하는 값은  $-1 + 3 = 2$  이다.

24. 두 조건  $p : -5 \leq x < 6$ ,  $q : 2a - 3 < x \leq a + 2$ 에 대하여  $p$  가  $q$  이기 위한 필요조건이 되도록 하는 정수  $a$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답:  $a = 5$  개

해설

두 조건  $p$ ,  $q$  를 만족하는 집합을 각각  $P$ ,  $Q$  라고 하면

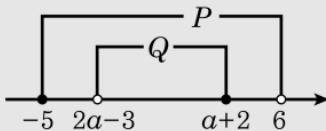
$$P = \{x \mid -5 \leq x < 6\},$$

$$Q = \{x \mid 2a - 3 < x \leq a + 2\}$$

이때,  $p$  가  $q$  이기 위한 필요조건이므로  $q \Rightarrow p$

$$\therefore Q \subset P$$

따라서, 다음 수직선에서



$$2a - 3 \geq -5 \text{ 이고 } a + 2 < 6$$

$$2a \geq -2 \text{ 이고 } a < 4$$

$$\therefore -1 \leq a < 4$$

따라서, 정수  $a$  는  $-1, 0, 1, 2, 3$ 의 5개이다.

25. 두 조건  $p$ ,  $q$  를 만족하는 집합을 각각  $P$ ,  $Q$  라고 하자. 이때, 다음 식을 만족시키는 조건  $p$  는  $q$  이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

$$\{(P \cap Q) \cup (P \cap Q^c)\} \cap Q = P$$

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 충분조건

### 해설

$$\{(P \cap Q) \cup (P \cap Q^c)\} \cap Q = P$$

$$\{P \cap (Q \cup Q^c)\} \cap Q = P$$

$$(P \cap U) \cap Q = P$$

$$P \cap Q = P$$

$$P \subset Q$$

$$\therefore p \Rightarrow q$$

따라서,  $p$  는  $q$  이기 위한 충분조건이다.

26. 네 조건  $p, q, r, s$ 에 대하여  $p$ 는  $r$ 이기 위한 충분조건,  $q$ 는  $r$ 이기 위한 충분조건,  $s$ 는  $r$ 이기 위한 필요조건,  $q$ 는  $s$ 이기 위한 필요조건이다. 이 때,  $q$ 는  $p$ 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$$P \subset R \subset S \subset Q \therefore P \subset Q \text{이므로 } P \subset Q$$

$\therefore q$ 는  $p$ 이기 위한 필요조건

27. 조건  $p, q, r, s$ 에 대하여  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건,  $q$ 는  $r$ 이기 위한 필요조건,  $r$ 은  $s$ 이기 위한 필요조건,  $s$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건일 때,  $q$ 는  $s$ 이기 위한 (가) 조건이고,  $s$ 는  $p$ 이기 위한 (나) 조건이다. 이 때, (가), (나)에 알맞은 것을 차례대로 적은 것은?

① 필요, 필요충분

② 필요충분, 충분

③ 필요, 충분

④ 필요충분, 필요

⑤ 충분, 필요충분

### 해설

$p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이므로  $p \Rightarrow q \dots \textcircled{①}$

같은 방법으로  $r \Rightarrow q \dots \textcircled{②}$

$s \Rightarrow r \dots \textcircled{③}$

$q \Rightarrow s \dots \textcircled{④}$

④에서  $q \Rightarrow s$ 이고 ②, ③에서  $s \Rightarrow q$ 이므로  $q$ 는  $s$ 이기 위한 필요충분조건(가)

또,  $p \Rightarrow q \Rightarrow s$ 이므로  $s$ 는  $p$ 이기 위한 필요조건(나)

28. 세 조건  $p$ ,  $q$ ,  $r$ 에 대하여  $q$ 는  $p$ 의 필요조건,  $q$ 는  $r$ 의 충분조건이고  $r$ 는  $p$ 의 충분조건이다. 이 때,  $p$ 는  $r$ 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요충분조건

해설

$q$ 는  $p$ 의 필요조건이므로  $p \Rightarrow q$  ..... ⑦

$q$ 는  $r$ 의 충분조건이므로  $q \Rightarrow r$  ..... ⑧

$r$ 는  $p$ 의 충분조건이므로  $r \Rightarrow p$  ..... ⑨

⑦, ⑧에서  $p \Rightarrow q$ ,  $q \Rightarrow r$ 이므로

$p \Rightarrow r$  ..... ⑩

⑨, ⑩에서  $r \Rightarrow p$ ,  $p \Rightarrow r$ 이므로  $r \leftrightarrow p$ 이다.

∴ 필요충분조건

29. 어떤 사건을 조사하는 과정에서 네 사람  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  중에서 한 명이 범인이라는 사실을 알았다. 용의자 네 명의 진술 중 옳은 것은 하나뿐일 때, 그 진술을 한 사람과 범인을 차례로 쓴 것은?

$A$  : 범인은  $B$ 이다.

$B$  : 범인은  $D$ 이다.

$C$  : 나는 범인이 아니다.

$D$  :  $B$ 는 거짓말을 하고 있다.

- ①  $A, D$       ②  $B, C$       ③  $C, B$       ④  $D, C$       ⑤  $B, A$

해설

$B$ 가 옳은 진술이라면 범인은  $D$ 가 되고  $C$ 도 옳은 진술이 된다. 그러나 진실을 말한 사람은 한 명뿐이기 때문에  $B$ 는 거짓이되고,  $D$ 가 옳은 진술이 된다.  $D$ 를 제외한 나머지 모두 거짓말이되기 때문에 범인은  $C$ 다.

30. 다음은 명제 ‘세 자연수  $a, b, c$ 에 대하여,  $a^2 + b^2 = c^2$  이면,  $a, b, c$  중 적어도 하나는 3의 배수이다.’의 참, 거짓을 대우를 이용하여 판별하는 과정이다.

주어진 명제의 대우는

‘세 자연수  $a, b, c$ 에 대하여  $a, b, c$  모두 3의 배수가 아니면  $a^2 + b^2 \neq c^2$ ,’ 이므로

$$a^2 + b^2 = 3m + [\textcircled{1}], c^2 = 3n + [\textcircled{2}]$$

$\therefore a^2 + b^2 \neq c^2$  (단,  $m, n$ 은 음이 아닌 정수) 따라서 대우가  $[\textcircled{3}]$  이므로 주어진 명제도  $[\textcircled{3}]$  이다.

위의 과정에서,  $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에 들어갈 알맞은 것을 순서대로 바르게 나열한 것은?

① 1, 0, 참

② 1, 2, 거짓

③ 2, 1, 참

④ 2, 0, 참

⑤ 0, 1, 참

### 해설

(대우 ‘ $a, b, c$  모두 3의 배수가 아니라면  $a^2 + b^2 \neq c^2$ ,’ 이것의 참, 거짓을 증명하는 과정이다.)

$a = 3p \pm 1, b = 3q \pm 1, c = 3r \pm 1$  이면  $a^2 = 3(3p^2 \pm 2p) + 1, b^2 = 3(3q^2 \pm 2q) + 1$  이므로

$a^2 + b^2 = 3m + 2$  ( $m$ 은 음이 아닌 정수)의 꼴이다.

$$\therefore [\textcircled{1}] = 2$$

그리고  $c^2 = 3(3r^2 \pm 2r) + 1$  이므로

$c^2 = 3n + 1$  ( $n$ 은 음이 아닌 정수)의 꼴이다.

$$\therefore [\textcircled{2}] = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 \neq c^2$$

따라서, 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

$$\therefore [\textcircled{3}] = \text{참}$$

31. 전체 집합  $U$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $(A - B)^c = B - A$  가 성립할 필요충분조건을 구하면?

- ①  $A \cap B = \emptyset$
- ②  $A \cup B = U$
- ③  $A \subset B^c$
- ④  $A^c \cup B = U$
- ⑤  $A = B^c$

해설

$$(A - B)^c = (A \cap B^c)^c = A^c \cup B, B - A = A^c \cap B$$

에서  $A^c = B$

즉,  $A = B^c$

32. 두 조건  $p, q$  를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$  라 하자.  $p$  가  $q$  이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닐 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $Q^c \cap P^c = Q^c$       ②  $P - Q = \emptyset$       ③  $P \cup Q = Q$
- ④  $Q - P = \emptyset$       ⑤  $P \cap Q = P$

해설

$p$  가  $q$  이기 위한 충분조건이므로  $P \subset Q$

$p$  가  $q$  이기 위한 필요조건이 아니므로  $Q \not\subset P$

$\therefore Q - P \neq \emptyset$

33. 어떤 심리학자가 사람의 상태를  $A, B, C, D, E$ 의 다섯 가지 유형으로 분류하고 다음과 같은 가설을 세웠다.

- ( i )  $A$  형인 사람은  $B$  형이 아니다.
- ( ii )  $C$  형이 아닌 사람은  $B$  형이 아니다.
- ( iii )  $C$  형인 사람은  $D$  형이 아니다.
- ( iv )  $E$  형인 사람은  $B$  형이다.

가설에 의하여 성립하지 않는 것을 보기에서 모두 고르면?

보기

- Ⓐ  $A$  형인 사람은  $E$  형이 아니다.
- Ⓑ  $E$  형인 사람은  $C$  형이 아니다.
- Ⓒ  $E$  형이면서도  $D$  형인 사람이 있다.

- ① Ⓐ      ② Ⓑ      ③ Ⓒ      ④ Ⓐ, Ⓑ      ⑤ Ⓑ, Ⓒ

### 해설

조건  $A, B, C, D, E$ 가 각각 상태가  $A, B, C, D, E$ 인 사람을 나타낼 때, 가설 ( i ), ( ii ), ( iii ), ( iv ) 를 명제로 표현하면

$A \Rightarrow \sim B, \sim C \Rightarrow \sim B, C \Rightarrow \sim D, E \Rightarrow B$  이고, 대우를 각각 구해 보면

( i ) 의 대우 :  $B$  형이면  $A$  형이 아니다.

즉,  $B \Rightarrow \sim A$

( ii ) 의 대우 :  $B$  형이면  $C$  형이다.

즉,  $B \Rightarrow C$

( iii ) 의 대우 :  $D$  형이면  $C$  형이 아니다.

즉,  $D \Rightarrow \sim C$

( iv ) 의 대우 :  $B$  형이 아니면  $E$  형이 아니다.

즉,  $\sim B \Rightarrow \sim E$

$E \Rightarrow B$  이고  $B \Rightarrow \sim A$  이므로  $E \Rightarrow \sim A$ ,

즉,  $A \Rightarrow \sim E$

$\sim C \Rightarrow \sim B$  이고  $\sim B \Rightarrow \sim E$  이므로  $\sim C \Rightarrow \sim E$ ,

즉,  $E \Rightarrow C$

$D \Rightarrow \sim C, \sim C \Rightarrow \sim B, \sim B \Rightarrow \sim E$  이므로  $D \Rightarrow \sim E$

따라서 보기 중에서 옳지 않은 것은 Ⓑ, Ⓒ 이다.