1. 다음 중 명제가 아닌 것은?

① 한라산은 제주도에 있다.
② 독도는 섬이 아니다.
③ 19 는 짝수이다.
④ 수학 책은 두껍다.
⑤ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이다.

해설
참인 명제 : ①, ⑤
거짓인 명제 : ②, ③
④의 경우 두껍다는 기준이 모호하므로 명제가 아니다.

2. 다음 중 명제가 아닌 것은?

① $2(x-3)=-x+5+3x$

② $x>-1$이면 $x>0$이다.

③ x가 실수이면 $x^2 \geq 0$이다.

④ $x^2+4x-5=0$

⑤ $x=2$이면 $x^3=8$이다.

해설

참인 명제 : ③, ⑤
거짓인 명제 : ①, ②
④의 경우 $x=-5$ 또는 $x=1$일 때는 참이고, 그 외의 경우는 거짓이므로 명제가 아니다.

3. p_n 이 다음과 같을 때, $f(p_n) = 1$ (p_n이 명제이면) $f(p_n) = -1$ (p_n이 명제가 아니면) 로 정의한다. 이 때, $f(p_1)+f(p_2)+f(p_3)$ 의 값을 구하면? (단, $n = 1, 2, 3$)

$p_1 : x^2 - x - 2 = 0$ p_2 : 16의 양의 약수는 모두 짝수이다. p_3 : $\sqrt{3}$ 은 유리수이다.

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$f(p_n) = \begin{cases} 1 \ (p_n\text{이 명제이다.}) \\ -1 \ (p_n\text{이 명제가 아니다.}) \end{cases}$$

p_1 : $x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow$ 명제가 아니다.($\because$ x 값에 따라 참 일수도 거짓일수도 있다.)
p_2 : 거짓, p_3 : 거짓 $\rightarrow$ 모두 거짓인 명제이다.
$\therefore$ $f(p_1)+f(p_2)+f(p_3) = (-1)+1+1 = 1$

4. 다음 두 조건 p, q 에 대하여 '$\sim p$ 또는 q '의 부정은?

p : $-1 < x \le 3$, q : $0 < x \le 2$

① $-1 < x \le 0$ 또는 $2 < x \le 3$

② $-1 < x < 0$ 또는 $2 \le x \le 3$

③ $-1 < x \le 3$

④ $0 < x \le 2$

⑤ x 는 모든 실수

해설

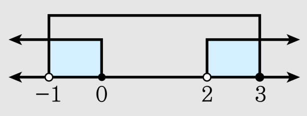
$\sim(\sim p$ 또는 $q) \leftrightarrow p$ 이고 $\sim q$ 그런데

$\sim q$: $x \le 0$ 또는 $x > 2$ 이므로 p 이고 $\sim q$

$\leftrightarrow (-1 < x \le 3)$ 이고 $(x \le 0$ 또는 $x > 2)$

$\leftrightarrow (-1 < x \le 3$ 이고 $x \le 0)$ 또는 $(-1 < x \le 3$ 이고 $x > 2)$

$\leftrightarrow -1 < x \le 0$ 또는 $2 < x \le 3$



5. 명제 '$x>1$ 인 어떤 x 에 대하여 $x^2<1$ 또는 $x^2=1$ '의 부정은?

① $x \le 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2>1$

② $x>1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2>1$

③ $x<1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 \ge 1$

④ $x>1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 \ge 1$

⑤ $x \le 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 \ge 1$

해설

$x>1$ 은 대전제이므로 부정이 적용되지 않는다.
~ (어떤x) ↔ (모든 x), ~ (또는) ↔ (그리고),
~ $(x^2<1)$ ↔ $(x^2 \ge 1)$, ~ $(x^2=1)$ ↔ $(x^2 \ne 1)$
따라서 주어진 명제의 부정은 '$x>1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2>1$ '이다.

6. ‘모든 중학생은 고등학교에 진학한다’ 의 부정인 명제는?

① 고등학교에 진학하는 중학생은 없다.

② 어떤 중학생은 고등학교에 진학한다.

③ 고등학교에 진학하지 않는 중학생도 있다.

④ 모든 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.

⑤ 어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.

해설

부정이란 ‘p 이면 q 이다’ 가 ‘p 이면 q 가 아니다’ 이고, ‘모든’ 의 부정은 ‘어떤’ 이므로 ‘모든 중학생은(p) 고등학교에 진학한다(q)’ 의 부정은 ‘어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다’ 이다.

7. 「모든 중학생은 고등학교에 진학한다」의 부정인 명제는?

① 고등학교에 진학하는 중학생은 없다.

② 어떤 중학생은 고등학교에 진학한다.

③ 중학생이 아니면 고등학교에 진학하지 않는다.

④ 모든 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.

⑤ 어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.

해설

부정이란 'p 이면 q 이다' 가 'p 이면 q 가 아니다' 이고, '모든' 의 부정은 '어떤' 이므로 '모든 중학생은(p) 고등학교에 진학한다(q)' 의 부정은 '어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다' 이다.

8. 전체집합 $U = \{x \mid x\text{는 } 50 \text{ 이하의 양의 짝수}\}$ 에 대하여 세 조건 $p : x$ 는 48 의 약수, $q : 0 < x < 30$, $r : x^2 - 10x + 24 = 0$ 일 때, 'p 이고 q 이고 $\sim r$' 를 만족하는 집합에 속하지 <u>않는</u> 것은?

① 6　② 8　③ 12　④ 16　⑤ 24

해설

조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라 하면
$P = \{2, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$
$Q = \{2, 4, 6, 8, 10, \cdots, 28\}$
$R = \{4, 6\}$
'p 이고 q 이고 $\sim r$' 를 만족하는 집합은 $P \cap Q \cap R^c$ 이므로
$P \cap Q \cap R^c = \{2, 8, 12, 16, 24\}$

9. 다음 <보기>의 조건 '$p(x)$ '를 만족하는 진리집합이 바르게 연결된 것은? (단, 전체집합은 실수의 집합 R)

보기

(1) $p(x) : x$는 12의 양의 약수이다.
$P = \{1, 2, 3, 6, 12\}$
(2) $p(x) : x^2 + 1 = 0$
$P = \varnothing$
(3) $p(x) : x^2 - 5x - 4 = 0$
$P = \{1, 4\}$
(4) $p(x) : x^2 + 4x + 5 > 0$
$P = R$

① (1), (2)　② (2), (3)　③ (3), (4)
④ (2), (4)　⑤ (1), (3)

해설

(1) $p = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
(2) $x^2 \geq 0$ 이므로 $x^2 + 1 \neq 0 \therefore P = \varnothing$
(3) $P = \left\{\frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}\right\}$
(4) 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 4x + 5 = (x+2)^2 + 1 > 0$ 이므로 $P = R$ 이다.

10. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 두 조건 $p : f(x) = 0$, $q : g(x) = 0$ 을 만족하는 집합을 각각 A, B 라 할 때, 조건 $f(x)\,g(x) \neq 0$ 을 만족하는 집합은?

① $A^c \cap B$　② $A \cap B^c$　③ $A^c \cap B^c$
④ $A^c \cup B^c$　⑤ $A^c \cup B$

해설

조건 $f(x)\,g(x) \neq 0$ 을 만족하는 집합은 $\{x \mid f(x) \neq 0$ 이고 $g(x) \neq 0\}$ 이므로 주어진 조건을 만족하는 집합은 $A^c \cap B^c$

11. 다음 다섯 개의 명제 중 참인 명제의 개수는? (단, a, b, c는 실수)

㉠ $|a| + |b| = 0 \leftrightarrow ab = 0$

㉡ $a < b$ 이면 $ac < bc$ 이다.

㉢ $a < b$ 이면 $a^2 < b^2$ 이다.

㉣ $a + b\sqrt{3} = 0$ 이면 $a = 0$ 그리고 $b = 0$

㉤ $a < b$ 이면 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

① 없다. ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

㉠ $|a| + |b| = 0 \leftrightarrow a = b = 0 \not\leftrightarrow ab = 0$
㉡ $c \le 0$ 인 경우 성립하지 않는다.
㉢ 반례 : $a = -1, b = 0$
㉣ 반례 : $a = \sqrt{3}, b = -1$ (a, b 가 유리수일 때 명제가 성립한다.)
㉤ 반례 : $a = -1, b = 1$ (a, b 가 같은 부호일 때 성립한다.)

12. 다음 명제의 참, 거짓을 써라. (단, x, y 는 실수)
'$xy \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이다.'

▶ 답 :

▷ 정답 : 참

해설

대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.
대우 : $x = 0,\ y = 0 \Rightarrow \ xy = 0$ (참)

13. 다음 중 거짓인 명제를 모두 고른 것은?

① $xy > x + y > 4$ 이면 $x > 2, y > 2$ 이다.

② $x > 1$ 이면 $x^2 > 1$ 이다.

③ $x + y = 0$ 이면 $x = 0$ 이고 $y = 0$ 이다.

④ $x = 1$ 이면 $x^2 = 1$ 이다.

⑤ $2x + 4 > 0$ 이면 $x > -2$ 이다.

해설

① (반례) $x = 1.5,\ y = 10$ 이면 $xy > x + y > 4$ 이지만 $x < 2$, $y > 2$ 이므로 거짓이다.

③ (반례) $x = -1, y = 1$ 이면 $x + y = 0$ 이지만 $x \neq 0,\ y \neq 0$ 이므로 거짓이다.

14. 다음 <보기>의 명제 중 참인 명제의 개수를 구하면?

보기

㉠ 소수이면 홀수이다.

㉡ $ab \neq 6$ 이면 $a \neq 2$ 또는 $b \neq 3$ 이다.

㉢ 실수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2 = 0$ 이면 $|a| + |b| = 0$이다.

㉣ 실수 a, b, c 에 대하여 $ac = bc$ 이면 $a = b$ 이다.

㉤ $x^2 = 4$ 이면 $x = 2$ 이다.

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

㉠ 짝수인 소수도 있다.
㉡ 대우명제 '$a = 2$ 이고 $b = 3$ 이면 $ab = 6$이다.' 는 참이므로 주어진 명제는 참이다.
㉢ $a^2 + b^2 = 0$ 이면 $a = 0$ 이고 $b = 0$ 이다.
따라서 $|a| + |b| = 0$ 이다.
㉣ $c = 0$ 이면 $ac = bc$ 이지만 $a = b$ 인 것은 아니다.
㉤ $x^2 = 4$ 이면 $x = \pm 2$ 이다

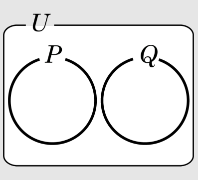
15. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q를 만족시키는 집합을 P, Q 라 하자. 명제「$p \to \sim q$」가 참일 때, 다음 중 옳은 것은 ?

① $P \cap Q = P$　② $P \cap Q = Q$　③ $P - Q = P$

④ $P^c \cup Q = U$　⑤ $P \cap Q^c = \varnothing$

해설

$\sim q$ 를 만족시키는 집합은 Q^c 이고 $p \to \sim q$ 가 참이면 $P \subset Q^c$ 이므로 벤 다이어그램을 그리면 아래의 그림과 같다.



따라서, $P \cap Q = \varnothing$ 이므로 $P - Q = P$ 이다.

16. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하고, $P \cup Q = P$ 일 때, 다음 중 참인 명제는?

① $p \to q$ ② $q \to p$ ③ $\sim p \to q$
④ $q \to \sim p$ ⑤ $\sim q \to \sim p$

해설

$P \cup Q = P$ 이므로 $Q \subset P$ 이다. 따라서, $q \Rightarrow p$

17. 전체집합 U에 대하여 두 조건 p, q를 만족하는 집합을 각각 P, Q라 할 때, $P \cup (Q - P) = Q$이다. 다음 명제 중 반드시 참인 것은?

① $\sim p \rightarrow q$　　② $q \rightarrow p$　　③ $q \rightarrow \sim p$
④ $\sim q \rightarrow \sim p$　　⑤ $\sim p \rightarrow \sim q$

해설

$P \cup (Q - P) = P \cup (Q \cap P^C)$ (차집합의 성질)
$= (P \cup Q) \cap (P \cup P^c)$ (분배법칙)
$= (P \cup Q) \cap U$
$= P \cup Q = Q$ 이므로 $P \subset Q$
$P \subset Q$ 이면 $Q^c \subset P^c$ 이므로 $\sim q \rightarrow \sim p$ 가 참

해설

$P \subset Q$ 이면 $p \rightarrow q$ 가 참이고 그 대우인 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

18. 명제 '모든 실수 x, y, z에 대하여 $xy = yz = zx$ 이다.'를 부정한 것은?

① 모든 실수 x, y, z 에 대하여 $xy \neq yz \neq zx$ 이다.

② 어떤 실수 x, y, z 에 대하여$xy \neq yz$ 이고 $yz \neq zx$ 이다.

③ 모든 실수 x, y, z 에 대하여 $xy \neq yz$이고 $yz \neq zx$ 이다.

④ 어떤 실수 x, y, z 에 대하여 $xy \neq yz$ 이고 $yz \neq zx$이고 $zx \neq xy$ 이다.

⑤ 어떤 실수 x, y, z에 대하여 $xy \neq yz$ 또는 $yz \neq zx$ 또는 $zx \neq xy$ 이다.

해설

'$xy = yz = zx$' 는 '$xy = yz$ 이고 $yz = zx$이고 $zx = xy$' 이므로 '$xy = yz = zx$'의 부정은 $xy \neq yz$ 또는 $yz \neq zx$ 또는 $zx \neq xy$ 이다. 따라서 주어진 명제의 부정은 어떤 실수 $x,\ y,\ z$ 에 대하여 $xy \neq yz$ 또는 $yz \neq zx$ 또는 $zx \neq xy$ 이다.

19. 다음 조건을 p라 할 때, 모든 실수 x에 대하여 p가 참인 것을 모두 고르면?

① $|x| = x$ ② $x^2 = 1$

③ $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$ ④ $x^2 \geq 0$

⑤ $x^2 + 1 > 2x$

해설

① 모든 실수 x 에 대하여 $|x| = x$ (거짓)
$x \geqq 0$ 일 때 $|x| = x$, $x < 0$ 일 때 $|x| = -x$ 이다.
② 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 = 1$ (거짓)
$x = \pm 1$ 일 때만 $x^2 = 1$ 이다.
③ 모든 실수 x 에 대하여 $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$ (참)
④ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 \geq 0$ (참)
⑤ 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 1 > 2x$ (거짓) $x^2 + 1 - 2x = (x-1)^2 \geq 0$ 이므로 $x \neq 1$인 x에 대해서만 $x^2 + 1 > 2x$ 이다.

20. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 원소 x, y 에 대하여 다음 명제 중 거짓인 것은?

① 어떤 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 = 5$ 이다.

② 어떤 x, y 에 대하여 $x + y \leq 5$ 이다.

③ 모든 x 에 대하여 $x - 1 < 5$ 이다.

④ 어떤 x 에 대하여 $x^2 - 1 \leq 0$ 이다.

⑤ 모든 x 에 대하여 $|x - x^2| \geq 5$ 이다.

해설

⑤ (반례) $x = 1$ 인 경우 $|1 - 1| = 0$ 이므로 거짓이다.

21. 다음 명제 중 거짓인 명제는?

① 두 삼각형이 합동이면 넓이가 같다.

② 두 자연수 m, n 에 대하여 m^2+n^2 이 홀수이면 mn 은 홀수이다.

③ 자연수 n 에 대하여 n^2 이 짝수이면 n 은 짝수이다.

④ 어떤 x 에 대하여 $x^2 \leq 0$ 이다.

⑤ 정사각형은 평행사변형이다.

해설

② (반례) $m=2$, $n=1$ 인 경우

22. 다음 중 명제 「$x+y \geq 2$ 이고 $xy \geq 1$ 이면, $x \geq 1$ 이고 $y \geq 1$ 이다.」가 거짓임을 보이는 반례는?

① $x=1,\ y=\frac{1}{2}$
② $x=100,\ y=\frac{1}{2}$
③ $x=1,\ y=1$
④ $x=2,\ y=4$
⑤ $x=-1,\ y=-5$

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 것을 고르면 된다.
따라서 ②가 올바른 반례이다

23. 조건 p 를 만족하는 집합을 P 라 하고, 조건 q 를 만족하는 집합을 Q 라 하자. 명제 'p 이면 q 이다.' 가 거짓일 때, 반례의 집합은?

① P ② Q ③ $P-Q$ ④ P^c ⑤ Q^c

해설

만약 'p 이면 q 이다.' 가 참이라면 P 의 모든 원소는 Q 의 원소이어야 한다. 하지만 'p 이면 q 이다' 가 거짓이므로 P 의 원소이지만 Q 의 원소가 아닌 것이 반례로 적당하다.

24. 전체집합 $U = \{x \mid x\text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 두 집합을 각각 P, Q라 하자. $P = \{x \mid x\text{는 } 2\text{의 배수}\}$, $Q = \{x \mid x\text{는 } 3\text{의 배수}\}$ 일 때, $p \rightarrow \sim q$ 가 거짓임을 보이는 원소는?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 6　　⑤ 7

해설

$p \rightarrow \sim q$ 의 반례는$P \not\subset Q^c$ 을 만족하는 원소이다.
즉, P 의 원소이면서 Q^c 의 원소가 아닌 것이므로 $P \cap (Q^c)^c = P \cap Q$
$\therefore P \cap Q = \{6\}$

25. n 이 100보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례는 모두 몇 가지인가?

'n^2 이 12의 배수이면 n 은 12의 배수이다.'

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 8가지

해설

명제가 거짓임을 보이는 반례는 n^2 이 12의 배수이면서 n 이 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다. 즉, n 은 6의 배수이면서 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

$n \in \{6\times1,\ 6\times3,\ 6\times5,\ 6\times7,\ 6\times9,\ 6\times11,\ 6\times13,\ 6\times15\}$

26. 명제 「$0 < x < 1$ 이면 $|x-a| < 1$ 이다.」가 참이 되도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구할 때 정수의 개수는 ?

① 1개 ② 2개 ③ 0개 ④ 3개 ⑤ 5개

해설

$|x-a| < 1$에서 $-1 < x-a < 1$

$\therefore a-1 < x < a+1$

$\{x \mid 0 < x < 1\} \subset \{x \mid a-1 < x < a+1\}$ 이어야 한다.

$\therefore a-1 \leq 0,\ a+1 \geq 1$ 에서 $0 \leq a \leq 1$

$\therefore\ a = 0,\ 1$

$\therefore$ 정수의 개수는 2개

27. 실수 x에 대한 두 조건

p : $\lvert x-2\rvert < a$ (단, $a > 0$) q : $x < -3$ 또는 $x > 1$

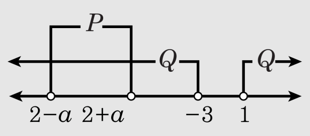
에 대하여 명제 $p \rightarrow q$가 참이 되기 위한 a의 값의 범위를 $\alpha < a \leq \beta$라 할 때, $\alpha + \beta$의 값을 구하여라.

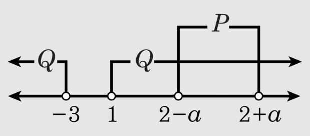
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\lvert x-2\rvert < a$ 에서 $-a < x-2 < a$ $\therefore 2-a < x < 2+a$ $\therefore$
$P = \{x \mid 2-a < x < 2+a\}$, $Q = \{x \mid x < -3$ 또는 $x > 1\}$
따라서 $P \subset Q$가 되려면 $2+a \leq -3$ $\cdots$ ㉠ 또는 $2-a \geq 1$ $\cdots$ ㉡,
즉, $a \leq -5$ 또는 $a \leq 1$
그런데 $a > 0$이므로 구하는 a의 범위는 $0 < a \leq 1$

㉠ : 

㉡ : 

$\therefore \alpha = 0,\ \beta = 1$
$\therefore \alpha + \beta = 1$

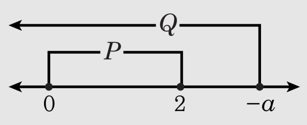
28. 실수 x에 대한 두 조건 $p\ :\ 0 \le x \le 2$, $q\ :\ x+a \le 0$이 있다. 명제 $p\ \rightarrow\ q$가 참일 때, a의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$p,\ q$를 만족하는 집합을 각각 $P,\ Q$라 하면 $p\ \rightarrow\ q$가 참이므로 $P \subset Q$ 이다. $P=\{x|0 \le x \le 2\},\ Q=\{x|x \le -a\}$



위의 그림에서 $P \subset Q$이려면 $2 \le -a,\ a \le -2$ 따라서 a의 최댓값은 -2

29. 자연수 n에 대하여 $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots \times 2 \times 1$로 정의된다. 예를 들어, $1! = 1$, $2! = 2 \times 1$, $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ 이다. 전체집합 $U = \{x \mid x = n!\ (n,\ x$는 자연수$)\}$에서 두 조건 p, q가 각각 p : 일의 자리가 0인수, q : 자리수가 네 자리 이상인 수 일 때, 조건 'p 이고 $\sim q$'를 만족하는 집합의 원소의 개수는?

① 0개　② 1개　③ 2개　④ 3개　⑤ 4개

해설

'p 이고 $\sim q$' $\Rightarrow$ $P \cap Q^c = P - Q$

i) 일의 자리가 0인 수 중 네자리 미만인 수의 일의 자리가 0이기 위해서는 인수로 2, 5 를 가져야 한다.

$5! = \underline{5} \times 4 \times 3 \times \underline{2} \times 1 = 120$

ii) $6! = 6 \times \underline{5} \times 4 \times 3 \times \underline{2} \times 1 = 720$

30. 전체집합 U의 임의의 부분집합을 A라 하고 조건 p, q를 만족시키는 집합을 P, Q라 하자. $(A \cap P) \cup (A^c \cap Q) = (A \cap P) \cup Q$가 성립할 때 다음 중 참인 명제는?

① $\sim q \to p$　② $p \to q$　③ $p \leftrightarrow q$
④ $q \to p$　⑤ $q \to \sim p$

해설

집합 A가 전체집합 U의 임의의 부분집합이므로 $A = U$라 놓으면, 좌변 : $(U \cap P) \cup (\varnothing \cap Q) = P \cup \varnothing = P$
우변 : $(U \cap P) \cup Q = P \cup Q$ $\therefore$ $P = P \cup Q$ 이므로 $Q \subset P$
$\therefore$ $q \to p$는 참이다.

31. 실수 x에 대하여 두 조건 p : $a \le x \le 1$, q : $x \ge -1$이 있다. 명제 $p \to q$를 참이 되게 하는 상수 a 의 범위는?

① $a > 1$　　② $a \le 1$　　③ $-1 \le a \le 1$

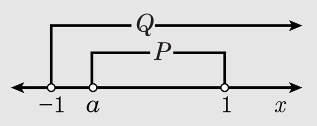
④ $a \ge -1$　　⑤ $a \le -1$

해설

조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q라 하자.

(i) $a > 1$일 때, $P = \varnothing$ 이므로 $P \subset Q$ $\therefore$ $a > 1$

(ii) $a \le 1$ 일 때, 수직선에 나타내면



$\therefore$ $-1 \le a \le 1$

(i), (ii) 에서 $a \ge -1$