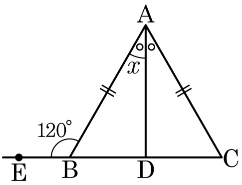
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAD = \angle CAD$, $\angle ABE = 120°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$

④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

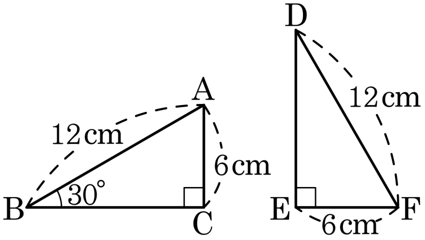
이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$\angle ADB = 90°$

$\triangle ADB$ 에서 두 내각의 합과 이웃하지 않는 한 외각의 크기는 같으므로 $\angle x + 90° = 120°$이다.

따라서 $\angle x = 30°$이다.

2. 다음 두 직각삼각형이 합동이 되는 조건을 모두 고르면?



① $\overline{AB} = \overline{FD}$

② $\angle ACB = \angle FED$

③ $\angle ABC = \angle FDE$

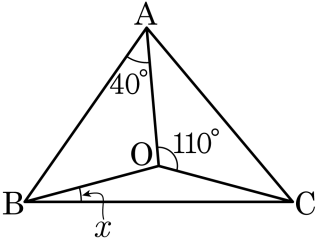
④ $\overline{BC} = \overline{DE}$

⑤ $\overline{AC} = \overline{FE}$

해설

① $\overline{AB} = \overline{FD}$ (H) ② $\angle ACB = \angle FED$ (R) ⑤ $\overline{AC} = \overline{FE}$ (S)
즉, RHS 합동

3. 다음 $\triangle$ ABC 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?

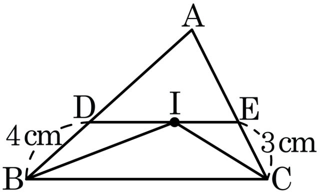


① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

$\triangle$AOC 에서 $\angle$OAC $=$ $\angle$OCA , $\angle$AOC$+\angle$OAC$+\angle$OCA $= 180°$
, $\angle$OCA $= 35°$
$\angle$OAB $+$ $\angle$OCA $+ \angle x = 90°$, $\angle x = 90° - 40° - 35° = 15°$

4. $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심이다. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{DE}}$ 는 내심을 지나면서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 평행일 때, $\overline{\mathrm{DI}}$ 의 길이는?



① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm ④ 4 cm ⑤ 5 cm

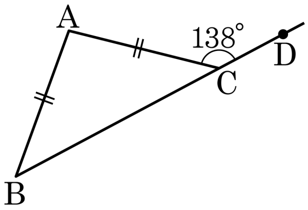
해설

점 I 는 내심이므로 $\angle\mathrm{DBI} = \angle\mathrm{CBI}$, $\angle\mathrm{CBI} = \angle\mathrm{DIB}$ (엇각)

즉, $\angle\mathrm{DBI} = \angle\mathrm{DIB}$

따라서 $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{DI}} = 4\,\mathrm{cm}$

5. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle ACD = 138°$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기는?



① 40° ② 42° ③ 44° ④ 46° ⑤ 48°

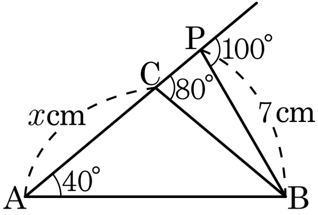
해설

$\angle ACB = 180° - 138° = 42°$

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \angle ACB = 42°$

6. 다음 그림에서 x 의 길이는?

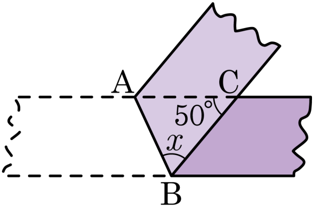


① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

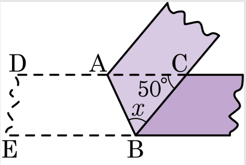
$\angle BPC = 180° - 100° = 80°$ 이므로
$\triangle BPC$ 는 이등변 삼각형
또 $\angle BCA = 180° - 80° = 100°$ 이고
$\angle ABC = 180° - (100° + 40°) = 40°$ 이므로
$\triangle ABC$ 는 이등변 삼각형
따라서 $\overline{AC} = \overline{BC} = \overline{BP} = 7\text{cm}$

7. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ACB = 50°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$ ④ $60°$ ⑤ $65°$

해설



종이 테이프를 접으면 $\angle ABE = \angle ABC = \angle x$이고

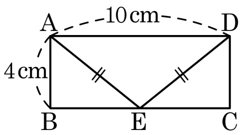
$\angle ABE = \angle BAC = \angle x$(엇각)

$\triangle ABC$의 내각의 합은 $180°$이므로

$\therefore\ 2\angle x + 50° = 180°$

$\angle x = 65°$

8. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} : \overline{BE}$는?



① 1 : 2 ② 2 : 3 ③ 3 : 4

④ 4 : 5 ⑤ 1 : 1

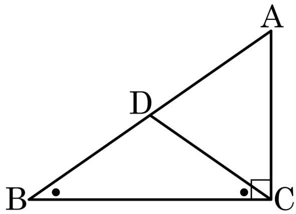
해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle DCE$ 에서 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이고, $\angle B = \angle C = 90°$, $\overline{AE} = \overline{ED}$ 이므로

$\triangle ABE \equiv \triangle DCE$ 는 RHS 합동이다.

따라서 $\overline{BE} = \overline{EC} = 10 \div 2 = 5(cm)$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{BE} = 4 : 5$ 이다.

9. 다음은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 위의 $\angle B = \angle BCD$ 가 되도록 점 D 를 잡으면 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마) 에 들어갈 내용으로 알맞은 것은?



$\angle B = \boxed{(가)}$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BD} = \boxed{(나)}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \boxed{(다)} = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로
$\angle ACD = 90° - \boxed{(라)}$ 이다.
그런데 $\angle B = \boxed{(마)}$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

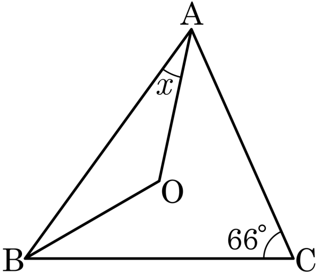
① (가) :$\angle ADC$ ② (나) : $\overline{BC}$ ③ (다) : $\angle BDC$

④ (라) : $\angle BCD$ ⑤ (마) : $\angle ABC$

해설

$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \angle BCD = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.
그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다.
따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

10. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle ACB = 66°$ 일 때 $\angle BAO$ 의 크기는?



① 16° ② 20° ③ 24° ④ 30° ⑤ 33°

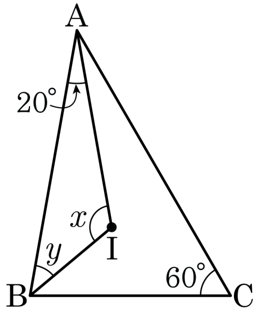
해설

$\angle AOB = 66° \times 2 = 132°$

$\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\triangle ABO$ 에서 $2x + 132° = 180°$

$\therefore\ x = 24°$

11. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이다. $\angle BAI = 20°$, $\angle ACB = 60°$일 때, $\angle x$와 $\angle y$의 크기는?



① $\angle x = 120°$, $\angle y = 40°$
② $\angle x = 115°$, $\angle y = 45°$
③ $\angle x = 110°$, $\angle y = 50°$
④ $\angle x = 125°$, $\angle y = 35°$
⑤ $\angle x = 130°$, $\angle y = 30°$

해설

$\angle A = 2 \times 20 = 40°$

$\angle B = \ 2 \times \angle y = 2\angle y$

$\triangle ABC$의 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$40° + 2y + 60° = 180°$

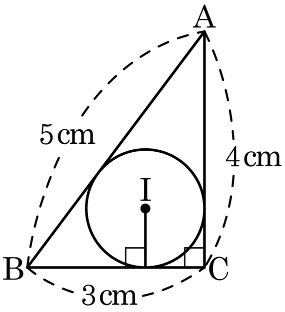
$\therefore \angle y = 40°$

$\triangle ABI$의 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$20° + 40° + \angle x = 180°$

$\therefore \angle x = 120°$

12. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}=5\mathrm{cm}$, $\overline{AC}=4\mathrm{cm}$, $\overline{BC}=3\mathrm{cm}$ 이고, $\angle C=90^\circ$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

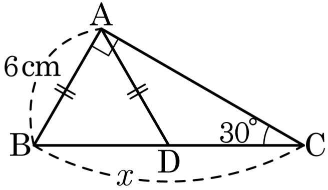
해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times r\times(3+4+5)=\frac{1}{2}\times 3\times 4$ 이다. 따라서 $r=1\mathrm{cm}$

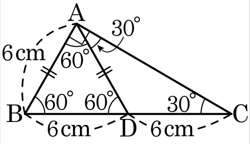
이다.

13. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이고, $\angle ACB = 30°$ 일 때, x 의 길이는?



① 4cm ② 6cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

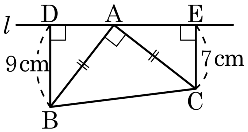


$\triangle DCA$ 에서 이등변삼각형이면 두 밑각의 크기가 같으므로 $\angle DCA = \angle DAC = 30°$ 이다.

$\angle ADB = 60°$, $\angle DAB = 60°$, $\angle ABD = 60°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 정삼각형이다.

따라서 $\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{AD} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DC} = 6\text{cm}$ 이다. 따라서 $x = 12\,\text{cm}$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변 삼각형의 두 꼭짓점 B, C 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{BD} = 9\text{cm}$, $\overline{CE} = 7\text{cm}$ 일 때, 사다리꼴 BCED 의 넓이는?



① 81cm^2 ② 96cm^2 ③ 112cm^2

④ 128cm^2 ⑤ 256cm^2

해설

$\triangle ABD$, $\triangle CAE$ 에 대하여

$\angle BAD = \angle x$ 로 두면,

$\angle CAE = 180° - 90° - \angle x = 90° - \angle x$

$\angle ABD = 180° - 90° - \angle x = 90° - \angle x = \angle CAE$

$\overline{AB} = \overline{CA}$

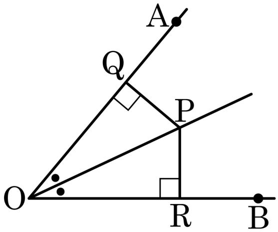
직각삼각형에서 빗변과 다른 한 각이 같으면 두 삼각형이 합동이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{DA} = 7\text{cm}$, $\overline{AE} = 9\text{cm}$ 이다.

사다리꼴 BCED 의 넓이$= \dfrac{(9+7)\times(9+7)}{2} = 128(\text{cm}^2)$

15. 다음 그림은「한 점 P 에서 두 변 OA, OB 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 할 때, $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이면 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.」를 보이기 위해 그린 것이다. 다음 중 필요한 조건이 아닌 것은?



① $\overline{PQ} = \overline{PR}$

② $\overline{OP}$ 는 공통

③ $\angle PQO = \angle PRO$

④ $\angle QOP = \angle ROP$

⑤ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$

해설

④는 옳다는 것을 보여야 할 대상이므로 필요한 조건이 아니다.

$\triangle QPO$ 와 $\triangle RPO$ 에서

ⅰ) $\overline{OP}$ 는 공통 (②)

ⅱ) $\overline{PQ} = \overline{PR}$ (가정) (①)

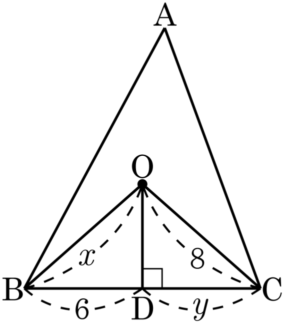
ⅲ) $\angle PQO = \angle PRO = 90°$ (가정) (③)

ⅰ), ⅱ), ⅲ) 에 의해 $\triangle QPO \equiv \triangle RPO$ (RHS 합동) (⑤) 이다.

합동인 도형의 대응각은 같으므로

$\angle QOP = \angle ROP$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.

16. 다음 그림에서 점 O 는 △ABC 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 한다. $\overline{OB}$, $\overline{CD}$ 의 길이를 각각 x, y 라 할 때, $x+y$ 의 값은?



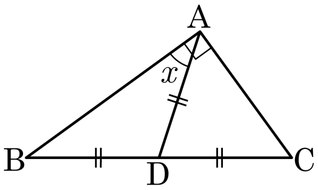
① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$\overline{OC}=\overline{OB}$, $\overline{BD}=\overline{CD}$ 이므로

$x=8,\ y=6,\ x+y=14$ 이다.

17. $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 크기의 비는 $2:3$이고, $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, $\angle BAD$ 의 크기는?



① $30°$ ② $32°$ ③ $34°$ ④ $36°$ ⑤ $38°$

해설

위 그림에서 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ 이므로 점 D 는 외심이다.

$\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{BD}=\overline{AD})$

$\triangle ABD = \angle BAD = \angle B$

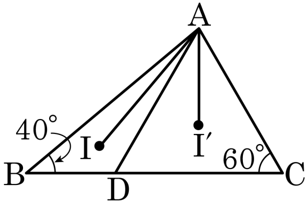
$\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{AD}=\overline{CD})$

$\angle DAC = \angle DCA = \angle C$

$\angle B : \angle C = 2:3 \leftrightarrow \angle BAD : \angle CAD = 2:3$

$$\angle BAD = \frac{2}{2+3}\times 90° = \frac{2}{5}\times 90° = 36°$$

18. 다음 그림에서 점 I, I′ 는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내심이다. $\angle B = 40°$, $\angle C = 60°$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기는?

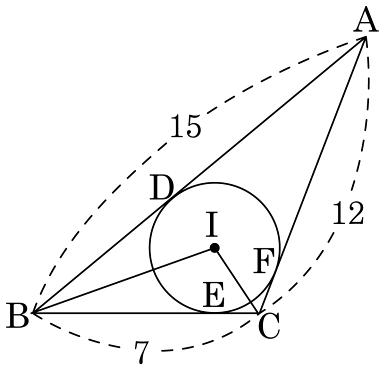


① 20° ② 30° ③ 40° ④ 50° ⑤ 60°

해설

$$\angle IAI' = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$$

19. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle \mathrm{ABC}$ 의 내심이고, 점 D, E, F 는 접점이다. 이때, $\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BE}}+\overline{\mathrm{CF}}$ 는?



① 14　② 16　③ 17　④ 20　⑤ 22

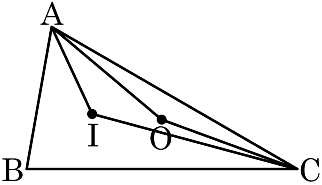
해설

각 꼭짓점에서 접점까지의 길이는 같으므로 $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AF}}$, $\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{BD}}$, $\overline{\mathrm{CF}}=\overline{\mathrm{CE}}$ 이다.
$\overline{\mathrm{AD}}=x$, $\overline{\mathrm{BE}}=y$, $\overline{\mathrm{CF}}=z$라 두면

$$\begin{cases} x+y=15 \\ y+z=7 \\ z+x=12 \end{cases}$$

이므로 양변을 각각 더하면, $2(x+y+z)=34$
$\therefore x+y+z=17$
따라서 $\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BE}}+\overline{\mathrm{CF}}=17$

20. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle AOC + \angle AIC = 290°$ 일 때, $\angle AIC$ 의 크기는?



① 160° ② 120° ③ 125° ④ 130° ⑤ 140°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$, $\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90° = \angle AIC$ 이므로

$\angle AOC + \angle AIC = 2\angle B + \frac{1}{2}\angle B + 90° = 290°$ 일 때, $\angle B = 80°$ 이다.

따라서 $\angle AIC = \frac{1}{2}\angle B + 90° = 40° + 90° = 130°$ 이다.