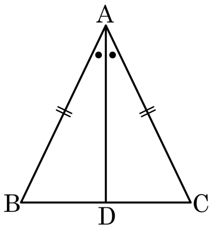
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 할 때, 다음 중 옳은 것은?



① $\overline{BC}=\overline{AD}$

② $\overline{AD}=\overline{AC}$

③ $\angle B=\angle BAD$

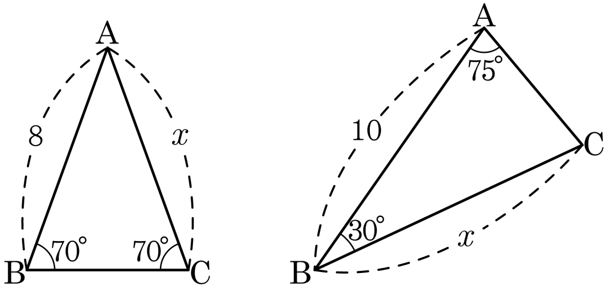
④ $\angle ADB=90°$

⑤ $\triangle ABD$는 이등변삼각형이다.

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle ADC$ (SAS 합동)

2. 다음 두 그림에서 x의 길이의 합은?



① 14 ② 15 ③ 16 ④ 18 ⑤ 19

해설

왼쪽의 $\triangle ABC$에서

$\angle ABC = \angle ACB$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \ x = 8$

또, 오른쪽의 $\triangle ABC$에서

$\angle BCA = 180° - (30° + 75°) = 75°$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \ x = 10$

$\therefore$ (x의 길이의 합)$= 8 + 10 = 18$

3. 다음은 삼각형 모양의 종이를 오려서 최대한 큰 원을 만드는 과정이다. 빈 줄에 들어갈 것으로 옳은 것은?

1. 세 내각의 이등분선을 긋는다.
2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
3. ______________________
4. 그린 원을 오린다.

① 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.

② 점 I 에서 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다

③ 세 변의 수직이등분선의 교점을 O 라고 한다.

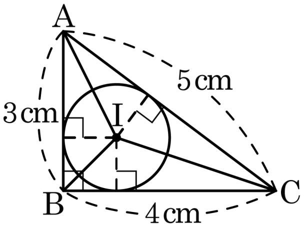
④ 점 O 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.

⑤ 점 O 에서 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.

해설

1. 세 내각의 이등분선을 긋는다.
2. 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
3. <u>점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.</u>
4. 그린 원을 오린다.

4. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $6 cm^2$ 일 때, 내접원의 반지름은?



① 1cm　② 2cm　③ 3cm　④ 4cm　⑤ 5cm

해설

내접원의 중심을 점 I라고 하면, $\triangle ABI$, $\triangle IBC$, $\triangle ICA$ 의 높이는 내접원의 반지름이다. 내접원의 반지름을 x 라 하면 $\frac{1}{2}(3+4+5)x = 6$

$\therefore\ x = 1cm$

5. 다음 중 평행사변형에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 네 변의 길이가 같다.

② 두 대각선은 서로 수직한다.

③ 두 대각선은 길이가 같다.

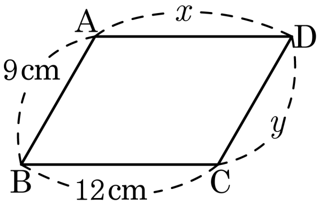
④ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

⑤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

해설

평행사변형은 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다.

6. 다음 그림에서 □ABCD 가 평행사변형일 때, x, y 의 값은?

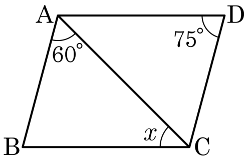


① $x = 9\,\text{cm}, y = 9\,\text{cm}$
② $x = 12\,\text{cm}, y = 9\,\text{cm}$
③ $x = 12\,\text{cm}, y = 12\,\text{cm}$
④ $x = 9\,\text{cm}, y = 12\,\text{cm}$
⑤ $x = 9\,\text{cm}, y = 11\,\text{cm}$

해설

평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

7. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x$ 의 크기는?



① $30°$ ② $35°$ ③ $40°$

④ $45°$ ⑤ $50°$

해설

$\angle BCA = \angle CAD$ 이고,

$\angle BAD + \angle ADC = 180°$,

$60° + \angle ACB + 75° = 180°$,

$\angle ACB = 180° - 60° - 75° = 45°$

$\therefore \angle x = 45°$

8. 다음 중 평행사변형이 되는 조건이 아닌 것은?

① 한 쌍의 대변만 평행하면 된다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

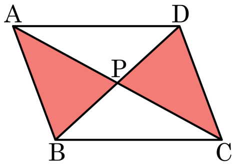
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 대변의 길이가 같다.

해설

① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 평행하다.

9. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 넓이가 40cm^2 일 때, $\triangle\text{ABP}+\triangle\text{DPC}$ 의 넓이를 구하면?



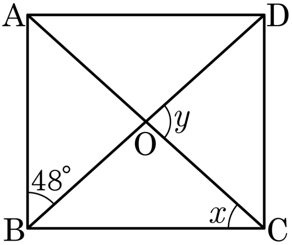
① 1cm^2　② 15cm^2　③ 20cm^2

④ 25cm^2　⑤ 30cm^2

해설

$$\triangle\text{ABP}+\triangle\text{DPC}=\square\text{ABCD}\times\frac{1}{2}$$
$$=40\times\frac{1}{2}=20(\text{cm}^2)$$

10. 직사각형 ABCD 에서 $\angle x + \angle y$ 를 구하면?



① 42° ② 84° ③ 90° ④ 126° ⑤ 134°

해설

정사각형의 한 내각의 크기는 90° , 대각선의 길이가 같으므로 $\overline{OB} = \overline{OC}$

$\angle x = 90° - 48° = 42°$, $\angle y = 2\angle x = 84°$

$\therefore \ \angle x + \angle y = 126°$

11. 다음은 평행사변형이 직사각형이 되는 것에 대한 이야기이다. 바르게 말한 학생은?

① 관식 : 평행사변형에서 각 대각선이 서로 다른 대각선을 이등분하면 직사각형이야.

② 관희 : 평행사변형에서 두 대각선이 직교하면 직사각형이야.

③ 민희 : 평행사변형의 두 내각의 크기의 합은 $180°$ 일 때 직사각형이야.

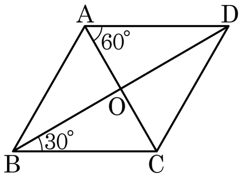
④ 진수 : 평행사변형에서 두 대각선의 길이가 같거나, 한 내각의 크기가 $90°$ 이면 직사각형이야.

⑤ 정민 : 평행사변형의 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 직사각형이야.

해설

평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건은
두 대각선의 길이가 서로 같다.
한 내각이 직각이다.
따라서 진수가 바르게 말했다.

12. 평행사변형ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고, $\angle DBC = 30°$, $\angle CAD = 60°$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기는?



① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

$\angle DAC = \angle ACB$(엇각)

$\therefore \angle BOC = 90°$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

□ABCD는 마름모이다.

13. 다음 도형의 성질에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 마름모의 두 대각선은 직교한다.

② 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.

③ 등변사다리꼴의 두 대각선은 수직으로 만난다.

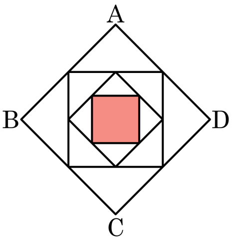
④ 등변사다리꼴의 평행하지 않은 두 변의 길이는 같다.

⑤ 정사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

③ 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이가 같고, 대각선은 수직으로 만나지 않는다.

14. 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 사각형을 그리고, 이와 같은 과정을 반복하여 다음과 같은 그림을 얻었다. 이때 색칠한 사각형의 넓이가 $4\,\mathrm{cm}^2$ 이면, 평행사변형 ABCD 의 넓이는 얼마인가?



① $12\,\mathrm{cm}^2$　② $16\,\mathrm{cm}^2$

③ $32\,\mathrm{cm}^2$　④ $64\,\mathrm{cm}^2$

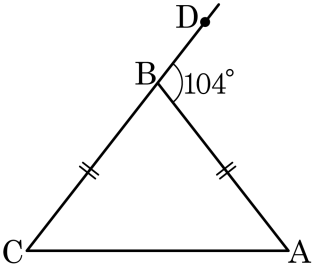
⑤ $256\,\mathrm{cm}^2$

해설

중점을 연결하여 만든 사각형은 처음 사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로

$\square ABCD = 4 \times 2 \times 2 \times 2 = 32\ (\mathrm{cm}^2)$

15. 다음 그림과 같이 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle ABD = 104°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



① 46° ② 48° ③ 50° ④ 52° ⑤ 55°

해설

$2 \times \angle BAC = 104°$

$\therefore \angle x = 52°$

16. 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점을 P 라 하고 P 에서 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라고 할 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 임을 증명하는 과정이다. ( )안에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

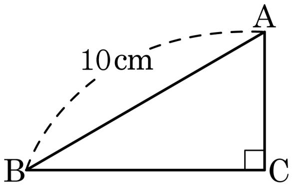
> [증명]
> $\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서
> $\angle POA = $ (①) ······ ㉠
> (②) 는 공통 ······ ㉡
> (③) $= \angle OBP = 90°$ ······ ㉢
> ㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ (④) 합동
> $\therefore$ (⑤) $= \overline{PB}$

① $\angle POB$　　② $\overline{OP}$　　③ $\angle OAP$
④ RHS　　⑤ $\overline{PA}$

해설

$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서 $\angle POA = ($ $\angle POB$ $)$ ······ ㉠
($\overline{OP}$) 는 공통 ······ ㉡
($\angle OAP$) $= \angle OBP = 90°$ ······ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ (RHA) 합동
$\therefore$ ($\overline{PA}$) $= \overline{PB}$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

17. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = 10$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 넓이는?

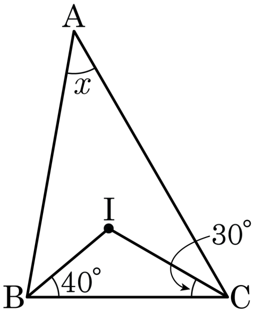


① 18π ② 25π ③ 36π ④ 49π ⑤ 63π

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$의 중점이다.
따라서 외접원의 반지름은 5이므로
넓이는 $\pi r^2 = \pi \times 5^2 = 25\pi$이다.

18. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?

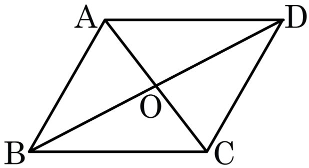


① 20 ° ② 30 ° ③ 40 ° ④ 50 ° ⑤ 60 °

해설

$\angle x = 180° - (40° + 30°) \times 2 = 40°$

19. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 인 이유는?



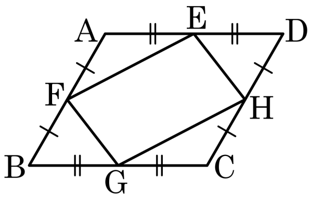
[가정] $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCB$ 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB \cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동)
$\therefore \ \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① 맞꼭지각 ② 직각 ③ 동위각
④ 엇각 ⑤ 평각

해설

평행선에서의 엇각의 성질로 $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 이다.

20. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 □EFGH 가 평행사변형임을 보이는 과정이다. 평행사변형의 어떠한 성질을 이용한 것인가?



$\triangle AFE \equiv \triangle CHG$ (SAS 합동) $\therefore\ \overline{EF} = \overline{GH}$ $\triangle BGF \equiv \triangle DEH$ (SAS 합동) $\therefore\ \overline{FG} = \overline{EH}$ 따라서 □EFGH 는 평행사변형이다.

① 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

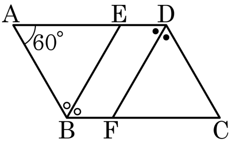
④ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 이웃하는 두 내각의 합이 180° 이다.

해설

$\overline{EF} = \overline{GH}$, $\overline{FG} = \overline{EH}$ 이므로 평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같음을 이용해서 보인 것이다.

21. 평행사변형 ABCD 에서 선분 BE와 선분 DF 가 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선일 때, $\angle BFD$ 의 크기는?



① $60°$ ② $80°$ ③ $100°$

④ $120°$ ⑤ $140°$

해설

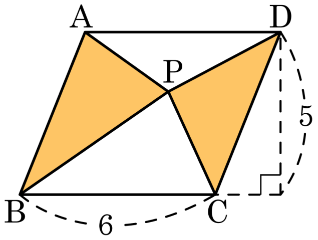
사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\angle BAD + \angle ABC = 180°$

$\angle ABC = 2\angle EBF$ 이므로 $\angle EBF = 60°$ 이다.

사각형 BFDE 는 평행사변형이므로 $\angle EBF + \angle BFD = 180°$

$\therefore \angle BFD = 120°$

22. 다음 그림과 같이 평행사변형 내부에 한 점 P를 잡았을 때, 어두운 부분의 넓이의 합은?



① 5　② 10　③ 15　④ 20　⑤ 25

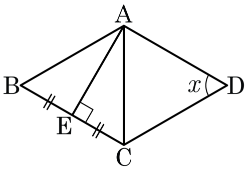
해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PCD} = \triangle\mathrm{PAD} + \triangle\mathrm{PBC}$이다.

평행사변형의 넓이가 $5 \times 6 = 30$이므로

$\triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PCD} = \frac{1}{2} \times 30 = 15$

23. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 의 꼭짓점 A 와 $\overline{BC}$ 의 중점 E 를 이었더니 $\triangle ABE \equiv \triangle ACE$가 되었다. 이때 $\angle x$ 의 크기는?



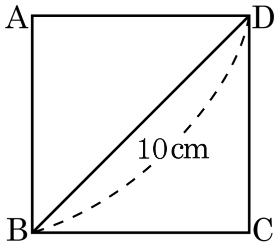
① $40°$　② $50°$　③ $60°$

④ $70°$　⑤ $80°$

해설

$\angle ABC = x$ 이고 $\triangle ABE \equiv \triangle ACE$ 이므로 $\angle ABC = \angle ACE$ 이다.
마름모의 대각선은 내각의 이등분선이므로 $\angle C = 2x$ 이다.
따라서 $2x + x = 180°, x = 60°$ 이다.

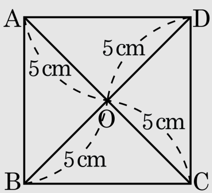
24. 다음 그림과 같이 한 대각선의 길이가 10cm 인 정사각형 ABCD 의 넓이를 구하면?



① 40cm^2　② 42cm^2　③ 45cm^2

④ 48cm^2　⑤ 50cm^2

해설



$\overline{AC} = \overline{BD} = 10\text{cm}$ 이고 대각선의 교점을 O 라 하면 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO} = 5\text{cm}$ 이고, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.

$\therefore \square ABCD = \triangle ABO + \triangle BCO + \triangle CDO + \triangle DAO = (\frac{1}{2} \times 5 \times 5) \times 4 = 50(\text{cm}^2)$

25. 다음 설명하는 사각형은 어떤 사각형인가?

㉠ 네 변의 길이가 모두 같다. ㉡ 네 내각의 크기가 모두 같다. ㉢ 두 대각선의 길이가 같다. ㉣ 두 대각선이 서로 수직이등분한다.

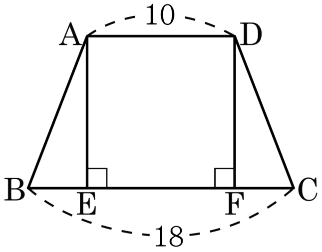
① 사다리꼴 ② 등변사다리꼴 ③ 정사각형

④ 마름모 ⑤ 직사각형

해설

정사각형은 네 변의 길이와 네 내각의 크기가 모두 같고, 두 대각선의 길이가 같고 서로 수직이등분한다.

26. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 수선을 내려 만나는 점을 각각 E, F라고 한다. $\overline{AD} = 10$, $\overline{BC} = 18$일 때, $\overline{CF}$의 길이는?



① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle DCF$는 RHA 합동이다.
따라서 $\overline{BE} = \overline{CF}$이므로 $\overline{EC} = (18 - 10) \div 2 = 4$이다.

27. 다음 중 거짓인 것은?

① 정사각형은 마름모이다.

② 사다리꼴은 사각형이다.

③ 마름모는 평행사변형이다.

④ 정사각형은 평행사변형이다.

⑤ 사다리꼴은 직사각형이다.

해설

⑤ 직사각형은 사다리꼴이다.

28. 다음 보기의 조건에 알맞은 사각형은?

보기

두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 수직이등분한다.

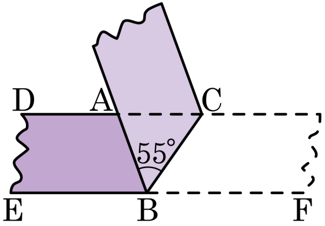
① 정사각형 ② 등변사다리꼴 ③ 직사각형

④ 평행사변형 ⑤ 마름모

해설

두 대각선의 길이가 서로 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 도형은 정사각형이다.

29. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ABC = 55°$ 일 때, 다음 중 각의 크기가 $55°$인 것을 모두 고르면?



① $\angle ABE$　　② $\angle DAB$　　③ $\angle ACB$

④ $\angle CAB$　　⑤ $\angle CBF$

해설

① $\angle ABE = 180° - \angle ABC - \angle CBF = 180° - 55° - 55° = 70°$

② $\angle DAB = 180° - \angle CAB = 180° - 70° = 110°$

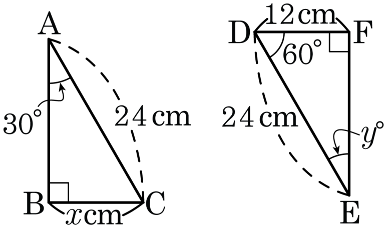
③ $\angle CBF = \angle ACB = 55°$ (엇각)

④ $\triangle ABC$의 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle CAB = 180° - 55° - 55° = 70°$

⑤ 종이 테이프를 접으면 $\angle ABC = \angle CBF = 55°$

30. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $x+y$ 의 값은?



① 12 ② 36 ③ 42 ④ 48 ⑤ 60

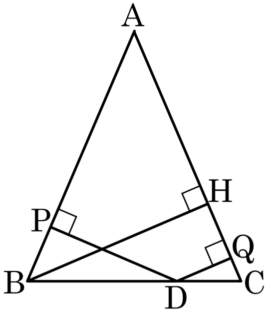
해설

$\triangle$ABC, $\triangle$EFD 는 RHA 합동 이므로

$\overline{BC}=\overline{FD}=12\text{cm}=x\text{cm}$, $\angle y=\angle CAB=30°$

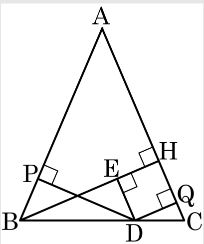
$\therefore x+y=12+30=42$

31. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다. $\overline{BC}$ 위의 한 점 D 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{DP} = 7\text{cm}$, $\overline{DQ} = 3\text{cm}$ 이다. 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 길이는?



① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

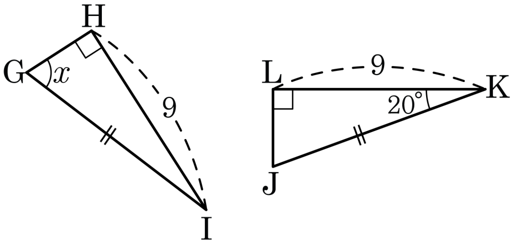


점 D 에서 $\overline{BH}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 하면

$\triangle PBD \equiv \triangle EDB$(RHA 합동)

$\therefore \overline{BH} = \overline{BE} + \overline{EH} = \overline{DP} + \overline{DQ} = 7 + 3 = 10(\text{cm})$

32. 두 직각삼각형이 다음 그림과 같을 때, $\angle x$의 크기는?



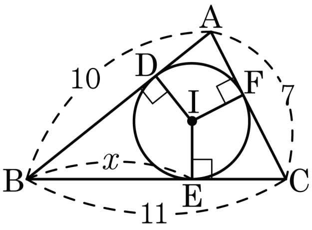
① 55° ② 60° ③ 65° ④ 70° ⑤ 75°

해설

$\triangle$GHI, $\triangle$JLK 는 RHS 합동

$\therefore \angle x = \angle \mathrm{LJK} = 180^\circ - 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$

33. 다음 그림에서 점 I 는 △ABC 의 내심이다. $\overline{BE}$ 의 길이는?



① 6　　② 5　　③ 8　　④ 9　　⑤ 7

해설

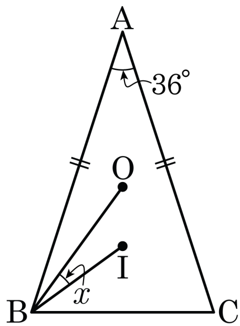
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{BE} = x = \overline{BD}$ 이므로 $\overline{CE} = 11 - x = \overline{CF}$, $\overline{AD} = 10 - x = \overline{AF}$ 이다.

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 10 - x + 11 - x = 7$

$\therefore x = 7$

34. 다음 그림에서 점 I 와 점 O 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형의 내심과 외심일 때 $\angle x$ 의 크기는?



① 14° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 24°

해설

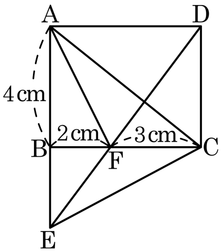
$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle A = 36°$, $\angle BOC = 72°$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 36° + 90° = 108°$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 54°$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72° = 36°$ 이다. 따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 54° - 36° = 18°$ 이다.

35. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 에서 점 E 는 $\overline{AB}$ 의 연장선 위의 점이고 $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$ 의 교점이 F 이다. 이때 $\triangle FEC$ 의 넓이는?



① $1\,cm^2$ ② $1.5\,cm^2$ ③ $2\,cm^2$

④ $3\,cm^2$ ⑤ $4\,cm^2$

해설

그림에서 $\overline{BD}$ 를 그으면, $\triangle BFD = \triangle FEC$ 이므로

$\triangle FEC = \dfrac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4\ (cm^2)$