

1. 실수 x, y 에 대하여 $x + y + (xy - 1)i = 2 + i$ 일 때 $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 4

② 2

③ 1

④ 0

⑤ -1

해설

$$x + y = 2, \quad xy - 1 = 1 \quad \therefore xy = 2$$

$$\therefore x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 0$$

2. $\frac{2 - \sqrt{-5}}{2 + \sqrt{-5}}$ 를 간단히 하면?

① $-\frac{1}{9} - \frac{4\sqrt{5}}{9}i$

② $\frac{1}{9} + \frac{4\sqrt{5}}{9}i$

③ $1 - \frac{4\sqrt{5}}{9}i$

④ $1 + 4\sqrt{5}i$

⑤ $-1 - 4\sqrt{5}i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2 - \sqrt{-5}}{2 + \sqrt{-5}} &= \frac{2 - \sqrt{5}i}{2 + \sqrt{5}i} \times \frac{2 - \sqrt{5}i}{2 - \sqrt{5}i} \\ &= \frac{4 - 4\sqrt{5}i - 5}{4 + 5} \\ &= -\frac{1}{9} - \frac{4\sqrt{5}}{9}i\end{aligned}$$

3. $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$ 을 간단히 하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① i

② $-i$

③ $1 + i$

④ 0

⑤ 1

해설

$$i^2 = -1, i^3 = i^2 \times i = -i, i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1,$$

$$i^5 = i^4 \times i = i$$

$$i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5$$

$$= i + (-1) + (-i) + 1 + i = i$$

4. 다음 복소수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① -5 의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}i$ 이다.

② $2+3i$ 의 실수부분은 2, 허수부분은 3이다.

③ $-3i$ 는 순허수이다.

④ $1-2i$ 의 켤레 복소수는 $-1+2i$ 이다.

⑤ 두 실수 a, b 에 대하여 복소수 $a+bi$ 가 실수가 되려면 $b=0$ 이어야 한다.

해설

④ $1-2i$ 의 켤레 복소수는 $1+2i$ 이다.

5. 이차방정식 $3x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 근을 A, B (단, $A < B$)라 할 때, $3A + B$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$(3x + 1)(x - 1) = 0$$

$$x = -\frac{1}{3} \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore 3A + B = 0$$

6. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고르면?

$$\textcircled{\Gamma} x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$\textcircled{\text{L}} x^2 + 2x + 4 = 0$$

$$\textcircled{\text{E}} x^2 + 4x + 2 = 0$$

① $\textcircled{\Gamma}$

② $\textcircled{\text{L}}$

③ $\textcircled{\text{E}}$

④ $\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{E}}$

⑤ $\textcircled{\text{L}}, \textcircled{\text{E}}$

해설

$$\textcircled{\Gamma} (x+1)^2 = 0 : \text{중근}$$

$$\textcircled{\text{L}} a=1, b'=1, c=4$$

$$1^2 - 1 \cdot 4 = -3 < 0 : \text{허근}$$

$$\textcircled{\text{E}} a=1, b'=2, c=2$$

$$2^2 - 1 \cdot 2 = 2 > 0 : \text{서로 다른 두 실근 (O)}$$

7. 이차방정식 $x^2 - 2x + k + 2 = 0$ 이 중근을 가지도록 하는 상수 k 의 값을 구하면?

①

-1

② 1

③ 0

④ -2

⑤ 2

해설

$$x^2 - 2x + (k + 2) = 0$$

$$\frac{D}{4} = (-1)^3 - (k + 2) = 0$$

$$1 - k - 2 = 0 \quad \therefore k = -1$$

8. 이차방정식 $5x^2 - 6x + a - 5 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 가질 때 정수 a 의 최솟값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$D' = 9 - 5(a - 5) = -5a + 34 < 0$$

$$\therefore a > \frac{34}{5}$$

9. 포물선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 범위는?

① $k > 2, k < -1$

② $k > 3, k < -1$

③ $k > 1, k < -1$

④ $k > 3, k < -2$

⑤ $k > 3, k < -3$

해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로

$$-x^2 + kx = x + 1, x^2 + (1 - k)x + 1 = 0 \text{에서}$$

$$D = (1 - k)^2 - 4 > 0$$

$$k^2 - 2k - 3 = (k - 3)(k + 1) > 0$$

$$\therefore k > 3 \text{ 또는 } k < -1$$

10. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$ 의 최댓값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{2}$

③ 0

④ -2

⑤ 2

해설

$$0 = -\frac{1}{2}(x-2)^2$$

$$\therefore x = 2$$

즉, $x = 2$ 일 때, 최댓값 0

11. 이차함수 $y = -2 + 3x - x^2$ ($-1 \leq x \leq 2$) 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① $-\frac{23}{4}$

② $-\frac{16}{3}$

③ $-\frac{3}{4}$

④ $\frac{7}{4}$

⑤ $\frac{11}{3}$

해설

$y = -(x - \frac{3}{2})^2 + \frac{1}{4}$ 이므로

$x = \frac{3}{2}$ 가 x 의 값의 범위 $-1 \leq x \leq 2$ 에 포함되므로

$x = \frac{3}{2}$ 에서 최솟값 $\frac{1}{4}$ 를 갖고,

$x = -1$ 에서 최댓값 -6 을 갖는다.

따라서 최솟값과 최댓값의 합은 $-\frac{23}{4}$ 이다.

12. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가 $x = 2$, $y = -3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$x = 2$, $y = -3$ 을

두 방정식

$2x + ay = 10$, $x - y = b$ 에 대입하면

모두 성립시키므로 $4 - 3a = 10$

$$\therefore a = -2$$

$$2 - (-3) = b$$

$$\therefore b = 5$$

$$\therefore a + b = 3$$

13. $2 \leq x \leq 3$ 일 때, $\frac{2x}{1-x}$ 의 범위는?

① $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -3$

② $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -2$

③ $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -1$

④ $1 \leq \frac{2x}{1-x} \leq 2$

⑤ $1 \leq \frac{2x}{1-x} \leq 3$

해설

$$\frac{2x}{1-x} = \frac{-2(-x+1)+2}{-x+1} = -2 + \frac{2}{-x+1}$$

$2 \leq x \leq 3$ 에서 -1 을 곱하면 $-2 \geq -x \geq -3$

1 을 더하면 $-1 \geq -x+1 \geq -2$

역수를 취하면 $\frac{1}{-1} \leq \frac{1}{-x+1} \leq \frac{1}{-2}$

2 를 곱하면 $-2 \leq \frac{2}{-x+1} \leq -1$

-2 를 더하면 $-4 \leq -2 + \frac{2}{-x+1} \leq -3$ 에서 $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -3$

14. 다음 연립방정식의 해 중 자연수의 개수가 가장 많은 연립방정식을 골라라.

$$\textcircled{1} \begin{cases} x \leq 1 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x > 2 \\ x < 3 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} x \leq 1 \\ x \leq 3 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} x > 2 \\ x > 4 \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} x \leq -1 \\ x > -5 \end{cases}$$

해설

- ① $-1 < x \leq 1$ 이므로 자연수는 1 한 개다.
- ② $2 < x < 3$ 이므로 자연수는 없다.
- ③ $x \leq 1$ 이므로 자연수는 1로 한 개다.
- ④ $x > 4$ 이므로 자연수는 5, 6, 7, 8... 이다.
- ⑤ $-5 < x \leq -1$ 이므로 자연수는 없다.

15. $\frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{bx+c}{x^2+x+1}$ 가 $x \neq 1$ 인 모든 실수 x 에 대해 항상 성립 하도록 a, b, c 를 구할 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2

② -2

③ 1

④ -1

⑤ 0

해설

우변의 분모를 통분하면

$$\frac{a(x^2+x+1) + (bx+c)(x-1)}{x^3-1}$$

$$= \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

$$\therefore \frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

분자의 계수를 비교하면

$$a+b=0, a-b+c=2, a-c=1$$

세 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=-1, c=0$

$$\therefore a+b+c=0$$

16. x^3 의 항의 계수가 1인 삼차 다항식 $P(x)$ 가 $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때, $P(4)$ 의 값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

인수정리에 의해

$$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

$$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

17. $i^2 = -1$ 이라 할 때, 다음 중 제곱하여 음수가 되는 수의 개수는 ?

$-2, -\sqrt{2}, 2i, -2i,$
 $3i, -3i, 1-i, 1+i$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$i^2 = -1$ 이므로 제곱해서 음수가 되는 수는 순허수, 즉 $ai(a \neq 0)$ 의 꼴이 되어야 한다.

$\therefore 2i, -2i, 3i, -3i$ 4 개,

$2, -\sqrt{2}$ 는 실수이므로

(실수) $^2 \geq 0$, $(1 \pm i)^2 = 1 \pm 2i - 1 = \pm 2i$ 가 된다.

18. $(2-i)\bar{z} + 4iz = -1 + 4i$ 를 만족하는 복소수 z 에 대하여 $z\bar{z}$ 의 값은?
(단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$z = a + bi \text{라 놓으면 } \bar{z} = a - bi$$

$$(2-i)(a-bi) + 4i(a+bi) = -1 + 4i$$

$$(2a-5b) + (3a-2b)i = -1 + 4i$$

$$\therefore 2a-5b = -1 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

$$3a-2b = 4 \cdots \textcircled{\Delta}$$

⑦, ④을 연립하여 풀면 $a = 2, b = 1$

$$\therefore z = 2 + i, \quad \bar{z} = 2 - i$$

$$\therefore z\bar{z} = (2+i)(2-i) = 2^2 - i^2 = 5$$

19. 이차방정식 $ax^2 + 4x - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 a 값의 범위는?

① $a > -2$

② $-2 < a < 0, a > 0$

③ $-2 < a < 0$

④ $a > 2$

⑤ $a < 0, 0 < a < 2$

해설

$ax^2 + 4x - 2 = 0$ 에서

(i) 이차방정식이므로 x^2 의 계수는 $a \neq 0$ 이어야 한다.

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} > 0$ 이어야

하므로

$$\frac{D}{4} = 2^2 - (-2a) > 0, 2a + 4 > 0$$

$$\therefore a > -2$$

따라서 실수 a 값의 범위는

$$-2 < a < 0 \text{ 또는 } a > 0$$

20. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 20

해설

근과 계수와의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 3, \quad \alpha\beta = 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \\ &= 27 - 9 = 18\end{aligned}$$

21. $x = 0$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖고 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -2(x + 1)^2 - 4$

② $y = (x - 2)^2 - 3$

③ $y = -2(x - 1)^2 + 3$

④ $y = -(x + 1)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이 $(0, -1)$ 이므로 $y = ax^2 - 1$

$(2, -3)$ 을 대입하면 $-3 = 4a - 1$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$$

22. 사차방정식 $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$ 의 근 중에서 최대의 근은?

① -2

② -1

③ 0

④ 6

⑤ 2

해설

$x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$ 에서

$x = 1, x = -1$ 을 대입하면 성립하므로

$$x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$$

$$= (x-1)(x+1)(x^2+x-6)$$

$$= (x-1)(x+1)(x+3)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -3, -1, 1, 2$$

따라서 최대의 근은 2

23. 방정식 $x^3 - x^2 + ax - 1 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 a 의 값과 나머지 두 근을 구하면?

① $a = 3, 1 \pm \sqrt{2}$

② $a = -3, 1 \pm \sqrt{2}$

③ $a = 3, 1 \pm \sqrt{3}$

④ $a = -3, 1 \pm \sqrt{3}$

⑤ $a = -1, 1 \pm \sqrt{2}$

해설

$x = -1$ 이 근이므로 $-1 - 1 - a - 1 = 0$ 에서 $a = -3$

인수정리와 조립제법을 이용하면

$$(\text{좌변}) = (x + 1)(x^2 - 2x - 1) = 0$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0 \text{의 근은 } 1 \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore a = -3, \text{ 나머지 근은 } 1 \pm \sqrt{2}$$

24. x 에 대한 부등식 $x+2 \leq ax+3$ 의 해가 모든 실수일 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x+2 \leq ax+3$ 에서 $(1-a)x \leq 1$ 이 부등식의 해가 모든 실수이고
우변이 양수이므로 x 의 계수는 0이어야 한다.

$$1-a=0$$

$$\therefore a=1$$

25. 다음 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 3 \leq x + 5 \\ 2x + 3 \leq 0.5(6x + 9) \end{cases}$ 의 해는?

① $-\frac{3}{2} \leq x \leq 1$

② $-\frac{3}{2} \leq x \leq 4$

③ $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$

④ $-\frac{1}{2} \leq x \leq 4$

⑤ $\frac{3}{2} \leq x \leq 4$

해설

i) $3x - 3 \leq x + 5, x \leq 4$

ii) $2x + 3 \leq 0.5(6x + 9)$ 의 양변에 10 을 곱하면

$$20x + 30 \leq 5(6x + 9), x \geq -\frac{3}{2}$$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x \leq 4$$

26. 다음 연립부등식이 해를 가질 때, 상수 a 의 값의 범위는?

$$\begin{cases} x - 10 > a \\ 4x - 5 \leq 3 \end{cases}$$

① $a \geq -8$

② $a > -8$

③ $a < -8$

④ $a > -12$

⑤ $a < -12$

해설

정리하면

$$\begin{cases} x > a + 10 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

해가 존재하기 위해서는 $a + 10 < 2$ 이어야 한다.

$$\therefore a < -8$$

27. 모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + pxy + qy^2 \geq 0$ 이 항상 성립하려면 다음 중 어떤 조건을 만족해야 하는가?

① $p < q$

② $p^2 \leq q$

③ $p \leq q^2$

④ $p^2 \leq 4q$

⑤ $p^2 \geq 4q^2$

해설

모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + pxy + qy^2 \geq 0$ 이 항상 성립하려면
 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + pxy + qy^2 = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때

$$D = (py)^2 - 4qy^2 \leq 0$$

$$(p^2 - 4q)y^2 \leq 0 \cdots \textcircled{7}$$

⑦이 모든 실수 y 에 대하여 성립하려면

$$p^2 - 4q \leq 0 \text{ 이어야 한다.}$$

$$\therefore p^2 \leq 4q$$

28. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$
 ② $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $2 \leq x \leq 3$
 ③ $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$
 ④ $-2 \leq x \leq 1$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$
 ⑤ $-2 \leq x \leq 1$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} (x-3)(x+2) \leq 0$$

$$-2 \leq x \leq 3$$

$$\textcircled{㉡} (2x-3)(2x-1) \geq 0$$

$$x \geq \frac{3}{2}, \quad x \leq \frac{1}{2}$$

㉠과 ㉡의 공통범위 :

$$-2 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{2} \leq x \leq 3$$

29. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x-1$ 로 나누면 나누어떨어지고, $x+2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, $m-n$ 의 값은?

① -2

② -3

③ -4

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^3 + mx^2 + nx + 1 &= (x-1)Q(x) \\ &= (x+2)Q'(x) + 3\end{aligned}$$

양변에 $x=1$ 을 대입하면

$$1 + m + n + 1 = 0$$

$$\therefore m + n = -2 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

양변에 $x=-2$ 을 대입하면

$$-8 + 4m - 2n + 1 = 3$$

$$\therefore 2m - n = 5 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠, ㉡에서 $m=1, n=-3$

$$\therefore m - n = 4$$

30. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지가 각각 1, 2일 때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눈 나머지를 구하면?

① $x-1$

② $x+1$

③ $-x+1$

④ x

⑤ $-x$

해설

$$f(x) = (x-1)Q_1(x) + 1 \Rightarrow f(1) = 1$$

$$f(x) = (x-2)Q_2(x) + 2 \Rightarrow f(2) = 2$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q_3(x) + ax + b \text{라 하면,}$$

$$f(1) = a + b = 1, \quad f(2) = 2a + b = 2 \text{이다.}$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 0 \text{이므로 나머지는 } x$$

31. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 α, β 이고, 이차방정식 $x^2 - (2a - 1)x + 6 = 0$ 의 두 근이 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 9

④ 13

⑤ 25

해설

$x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$\alpha + \beta = a, \alpha\beta = b$$

$x^2 - (2a - 1)x + 6 = 0$ 의 두 근이 a, b 이므로

근과 계수와의 관계에서

$$\begin{cases} a + b = 2a - 1 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ ab = 6 \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $b = a - 1$ 이것을 ㉡에 대입하면

$$a(a - 1) = 6, a^2 - a - 6 = 0, (a + 2)(a - 3) = 0 \text{에서}$$

$$a = -2 \text{ 또는 } a = 3$$

$$\therefore (a, b) = (-2, -3), (3, 2)$$

어느 경우에도 $a^2 + b^2 = 4 + 9 = 13$ 이다.

32. 직각을 낀 두 변의 길이 x, y 의 합이 10이고 넓이가 8 이상인 직각삼각형이 있을 때, 다음 물음에 알맞게 답한 것을 고르면?

- (1) x 의 값의 범위를 구하여라.
 (2) 빗변의 길이를 z 라 할 때, z^2 을 x 에 관한 식으로 나타내어라.
 (3) z^2 의 최댓값과 최솟값을 구하여라.

- ① (1) $2 \leq x \leq 9$, (2) $2x^2 - 20x + 100$, (3) 68, 52
 ② (1) $1 \leq x \leq 8$, (2) $2x^2 - 20x + 100$, (3) 68, 51
 ③ (1) $2 \leq x \leq 8$, (2) $2x^2 - 20x + 100$, (3) 68, 50
 ④ (1) $2 \leq x \leq 8$, (2) $x^2 - 20x + 100$, (3) 69, 52
 ⑤ (1) $2 \leq x \leq 8$, (2) $x^2 - 20x + 100$, (3) 69, 50

해설

- (1) $x + y = 10$ 에서 $y = 10 - x$ 이고
 삼각형의 넓이가 8 이상이므로

$$\frac{1}{2}xy \geq 8, \quad \frac{1}{2}x(10 - x) \geq 8$$

$$x^2 - 10x + 16 \leq 0, \quad (x - 2)(x - 8) \leq 0$$

$$\therefore 2 \leq x \leq 8$$
- (2) 피타고라스의 정리에 의해

$$z^2 = x^2 + y^2 = x^2 + (10 - x)^2$$

$$= 2x^2 - 20x + 100$$
- (3) $z^2 = 2x^2 - 20x + 100 = 2(x - 5)^2 + 50$
 이 때, $2 \leq x \leq 8$ 이므로 z^2 은 $x = 5$ 일 때
 최솟값 50, $x = 2$ 또는 $x = 8$ 일 때
 최댓값 68을 갖는다.

33. 두 다항식 $f(x) = x^3 - 5, g(x) = x^3 + 3x + 1$ 에 대하여 $f(x) = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때, $g(\alpha)g(\beta)g(\gamma)$ 의 값은?

① 350

② 351

③ 352

④ 353

⑤ 354

해설

$f(x) = 0$ 의 세 근이 α, β, γ 라고 하면 $\alpha^3 = 5, \beta^3 = 5, \gamma^3 = 5$ 이다.

$$g(\alpha) = \alpha^3 + 3\alpha + 1 = 3\alpha + 6, g(\beta) = \beta^3 + 3\beta + 1 = 3\beta + 6,$$

$$g(\gamma) = \gamma^3 + 3\gamma + 1 = 3\gamma + 6 \quad g(\alpha)g(\beta)g(\gamma)$$

$$= (3\alpha+6)(3\beta+6)(3\gamma+6) = 351 \quad (\because \alpha+\beta+\gamma=0, \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=0, \alpha\beta\gamma=5)$$

34. 부등식 $\left(x + \frac{1}{x}\right)(x^2 - |x| - 2) \leq 0$ 을 풀면?

① $0 < x \leq 1$ 또는 $x \leq -2$

② $0 < x \leq 1$ 또는 $x \leq -1$

③ $0 < x \leq 2$ 또는 $x \leq -1$

④ $0 < x \leq 2$ 또는 $x \leq -2$

⑤ $0 < x \leq 2$ 또는 $x \leq 0$

해설

① $x > 0$ 이면 $|x| = x$, $x + \frac{1}{x} > 0$ 이므로

$$x^2 - x - 2 \leq 0 \rightarrow (x-2)(x+1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 2$$

$$\therefore 0 < x \leq 2 \quad (\because x > 0)$$

② $x < 0$ 이면 $|x| = -x$, $x + \frac{1}{x} < 0$ 이므로

$$x^2 + x - 2 \geq 0 \rightarrow (x-1)(x+2) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -2, x \geq 1$$

$$\therefore x \leq -2 \quad (\because x < 0)$$

①, ②에서 $0 < x \leq 2$, $x \leq -2$

35. x 에 대한 이차부등식 $x^2 - 10x - 24 \geq 0$,
 $(x+1)(x-a^2+a) \leq 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 존재하지 않도록
 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $-3 < a < 12$ ② $-3 < a < 8$ ③ $-3 < a < 4$
 ④ $-2 < a < 12$ ⑤ $-2 < a < 3$

해설

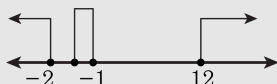
$$\begin{cases} x^2 - 10x - 24 \geq 0 & \dots (가) \\ (x+1)(x-a^2+a) \leq 0 & \dots (나) \end{cases}$$

(가)에서

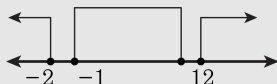
$$(x-12)(x+2) \geq 0$$

$\therefore x \leq -2$ 또는 $x \geq 12$ (가)와 (나)의

공통 범위가 존재하지 않으려면 다음 그림에서



$$a^2 - a > -2 \dots (다)$$



$$a^2 - a < 12 \dots (라)$$

$$(다)에서 a^2 - a + 2 > 0, \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0$$

$\therefore$ 모든 실수

$$(라)에서 a^2 - a - 12 < 0, (a+3) \times (a-4) < 0$$

$$\therefore -3 < a < 4$$

따라서 (다)와 (라)의 공통 범위를 구하면

$$-3 < a < 4$$