

1. 방정식 $2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = -1$ (증근), $-\frac{1}{2}$, 2 ② $x = -1$ (증근), $\frac{1}{2}$, 1
 ③ $x = -1$ (증근), $\frac{1}{2}$, 2 ④ $x = -1, \frac{1}{2}, 2$ (증근)
 ⑤ $x = -1, \frac{1}{2}$ (증근), 2

해설

$f(x) = 2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2$ 라 하면 $f(-1) = 0$, $f(2) = 0$ 이므로 $(x+1)(x-2)$ 를 인수로 갖는다.

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 2 & -1 & -6 & -1 & 2 \\ -1 & & -2 & 3 & 3 & -2 \\ \hline & 2 & -3 & -3 & 2 & 0 \\ 2 & & 4 & 2 & -2 & \\ \hline & 2 & 1 & -1 & 0 & \end{array}$$

조립제법에 의하면 주어진 방정식은

$$(x+1)(x-2)(2x^2+x-1) = 0$$

$$(x+1)^2(x-2)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = -1, \frac{1}{2}, 2$$

2. 삼차방정식 $x^3 + 27 = 0$ 의 모든 근의 합은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$x^3 + 3^3 = 0, (x + 3)(x^2 - 3x + 9) = 0$$

$$\therefore x = -3, \frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$$

$$\text{합} : -3 + \frac{3 + 3\sqrt{3}i}{2} + \frac{3 - 3\sqrt{3}i}{2} = 0$$

해설

$x^3 + 27 = 0$ 에서 x^2 의 계수가 0이므로 근과 계수와의 관계에 의해 세 근의 합은 0

3. 방정식 $(x-1)(x^2-x-2) = 0$ 의 모든 근의 합을 구하면?

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$$(x-1)(x-2)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = -1, 1, 2$$

$$\therefore -1 + 1 + 2 = 2$$

4. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 0.6x + 0.5y = 2.8 & \dots \textcircled{1} \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

- ① (2, 3) ② (-2, 3) ③ (3, 2)
④ (3, -2) ⑤ (-3, -2)

해설

①, ②의 양변에 각각 10, 6을 곱하면

$$\begin{cases} 6x + 5y = 28 & \dots \textcircled{3} \\ 2x + 3y = 12 & \dots \textcircled{4} \end{cases}$$

③ - ④×3을 하면 $-4y = -8$

$\therefore y = 2$ 를 ④대입하면 $x = 3$

$\therefore x = 3, y = 2$

5. 연립방정식 $ax + by = 8$, $2ax - by = -2$ 의 근이 $x = 1$, $y = 2$ 일 때, a , b 의 값은?

① $a = -2$, $b = -3$

② $a = 3$, $b = 2$

③ $a = 2$, $b = -3$

④ $a = 2$, $b = 3$

⑤ $a = -3$, $b = -2$

해설

$$ax + by = 8, 2ax - by = -2$$

근이 $x = 1, y = 2$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a - 2b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

6. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가 $x = 2, y = -3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$x = 2, y = -3$ 을
두 방정식
 $2x + ay = 10, x - y = b$ 에 대입하면
모두 성립시키므로 $4 - 3a = 10$
 $\therefore a = -2$
 $2 - (-3) = b$
 $\therefore b = 5$
 $\therefore a + b = 3$

7. 사차방정식 $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 의 모든 실근의 곱은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 에서
 $x^2 = t$ 로 치환하면
 $t^2 + 3t - 10 = 0, (t + 5)(t - 2) = 0$
 $\therefore t = -5$ 또는 $t = 2$
 $\therefore x = \pm\sqrt{5}i$ 또는 $x = \pm\sqrt{2}$
따라서 모든 실근의 곱은
 $\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$

8. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 k 의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 이므로 $x = -1$ 을 대입하면
 $(-1)^3 + 3(-1)^2 - k(-1) - 5 = 0$
 $\therefore k = 3$

9. 삼차방정식 $2x^3 - 7x^2 + 11x + 13 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때, 다음 (가), (나), (다)에 알맞은 값을 차례로 쓴 것은?

(가) $\alpha + \beta + \gamma$
 (나) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$
 (다) $\alpha\beta\gamma$

- ① $\frac{7}{2}, \frac{11}{2}, -\frac{13}{2}$ ② $-\frac{7}{2}, \frac{13}{2}, \frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}, \frac{7}{2}, -\frac{11}{2}$
 ④ $\frac{11}{2}, -\frac{13}{2}, \frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{7}{2}, -\frac{11}{2}, \frac{13}{2}$

해설

삼차방정식 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a \neq 0)$ 의 세 근을 α, β, γ 라 하면

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

10. 삼차방정식 $x^3 - 5x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, 다른 두 근을 구하면? (단, a, b 는 유리수)

① $1 - \sqrt{2}, 2$ ② $-1 + \sqrt{2}, -3$ ③ $1 - \sqrt{2}, 3$

④ $1 - \sqrt{2}, -3$ ⑤ $-1 + \sqrt{2}, 3$

해설

한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $1 - \sqrt{2}$ 이다.
삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해 세근의 합은 5이므로
 $\therefore 1 + \sqrt{2} + (1 - \sqrt{2}) + \alpha = 5, \alpha = 3$
 \therefore 다른 두 근은 $3, 1 - \sqrt{2}$

11. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록

하는 a 값은?

① $a = -1$

② $a = 1$

③ $a = \pm 1$

④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는

a 의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

12. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 을 풀 때, xy 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{cases} x-y=1 \cdots \text{㉠} \\ x^2+y^2=5 \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉡를 곱셈법칙에 의해 변형하면,

$$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$$

$$5=1^2+2xy$$

$$\therefore xy=2$$

13. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x+y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$

$$(x-y)(x-2y) = 0$$

$$\Rightarrow (x-y)(x-2y) = 0$$

$$\Rightarrow x = y \text{ 또는 } x = 2y$$

i) $x = y$

$$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$$

$$x = \pm 2 \Rightarrow y = \pm 2$$

ii) $x = 2y$

$$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$$

$$y = \pm \sqrt{2} \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$$

$$x+y = (4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2})$$

14. 삼차방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\omega^3 = 1$

② $\omega^2 + \omega + 1 = 0$

③ $\omega^2 = \bar{\omega}$

④ $\omega^2 + \omega = -1$

⑤ $1 + \omega^2 + \omega^4 = 1$

해설

① $\omega^3 = 1$ (○)

② $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ (○)

③ $x^2 + x + 1 = 0$ 의 두 근이

$\omega, \bar{\omega}$ 이므로

$\omega + \bar{\omega} = -1$

$\bar{\omega} = -(1 + \omega) = -(-\omega^2) = \omega^2$

$\therefore \bar{\omega} = \omega^2$ (○)

④ $\omega^2 + \omega = -1$ (○)

⑤ $1 + \omega^2 + (\omega^3) \cdot \omega = \omega^2 + \omega + 1 = 0 \neq 1$ (×)

15. 집과 A 정류장 사이의 거리를 x m, A 정류장과 B 정류장 사이의 거리를 y m 라고 할 때, 다음에서 (가), (나)를 식으로 나타내면? (단, 걸을 때의 속력은 60m/분 이고, 버스의 속력은 30km/시이다.)

(가) 집에서 A 정류장까지 걸어가서 3분을 기다린 후, 버스를 타고 B 정류장에 도착하는데 총 10분이 걸렸다.
 (나) 다음 날은 집에서 어제 걸어난 길과 버스를 타고 간 길을 모두 걸어서 B 정류장에 도착하는데 28분이 걸렸다.

- ① (가) $25x + 3y = 10500$, (나) $x + y = 1680$
 ② (가) $25x + 3y = 10500$, (나) $x + y = 3360$
 ③ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 1680$
 ④ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 3360$
 ⑤ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 1680$

해설

시속 30 km \Rightarrow 분속 500 m
 (가) $\frac{x}{60} + 3 + \frac{y}{500} = 10$, $\frac{x}{60} + \frac{y}{500} = 7$
 $\therefore 25x + 3y = 10500$
 (나) $\frac{x+y}{60} = 28$
 $\therefore x + y = 1680$

16. 방정식 $2x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 x 와 y 의 곱은?

- ① -2 ② 3 ③ 4 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} &2x^2 - 4xy + 4y^2 - 8x + 16 = 0 \text{에서} \\ &(x^2 - 4xy + 4y^2) + (x^2 - 8x + 16) = 0, \\ &(x - 2y)^2 + (x - 4)^2 = 0 \\ &x = 2y, x = 4 \\ &\therefore x = 4, y = 2 \quad \therefore xy = 8 \end{aligned}$$

17. $xy - 3x - 3y + 4 = 0$ 을 만족하는 양의 정수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값은?

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$xy - 3x - 3y + 4 = 0$ 에서
 $x(y - 3) - 3(y - 3) - 5 = 0, (x - 3)y - 3 = 5$
 $x \geq 1, y \geq 1$ 이므로 $x - 3 \geq -2, y - 3 \geq -2$
(i) $x - 3 = 1, y - 3 = 5$ 일 때, $x = 4, y = 8$
(ii) $x - 3 = 5, y - 3 = 1$ 일 때, $x = 8, y = 4$
따라서, 구하는 값은 $x + y = 4 + 8 = 8 + 4 = 12$

18. 대학수학능력시험 수리탐구 의 문항 수는 30개이고 배점은 80점이다. 문항별 배점은 2점, 3점, 4점의 세 종류이다. 각 배점 종류별 문항이 적어도 한 문항씩 포함되도록 하려면 2점짜리 문항은 최소 몇 문항이어야 하는가?

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

2점문항 개수를 x , 3점문항을 y ,
4점문항을 z 라 하자
 $2x + 3y + 4z = 80 \cdots \textcircled{1}$
 $x + y + z = 30 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} - 4 \times \textcircled{2} \Rightarrow y = 40 - 2x$
 $\textcircled{1} - 3 \times \textcircled{2} \Rightarrow z = x - 10$
 $\therefore x = 10$ 이면 $z = 0$
 \Leftarrow 조건이 성립하지 않음
 $\therefore x \geq 11$, 최소 11문항

19. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - kx + k + 3 = 0$ 의 두 근이 모두 정수일 때, 상수 k 의 값의 합은?

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$x^2 - kx + k + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하자
 $\alpha + \beta = k, \alpha\beta = k + 3 \rightarrow \alpha + \beta + 3 = \alpha\beta$
 $\alpha\beta - \alpha - \beta = 3$
 $(\alpha - 1)(\beta - 1) = 4$ α, β 는 정수이므로
 $1 \times 4 \Rightarrow \alpha = 2, \beta = 5, k = 7$
 $2 \times 2 \Rightarrow \alpha = 3, \beta = 3, k = 6$
 $-1 \times -4 \Rightarrow \alpha = 0, \beta = -3, k = -3$
 $-2 \times -2 \Rightarrow \alpha = -1, \beta = -1, k = -2$
 $\therefore 7 + 6 - 3 - 2 = 8$

20. 실수 a 가 $0 < a < 2$ 이고, x, y 가 연립방정식

$$\begin{cases} 4x - ay = 16 \\ ax - y = a^3 \end{cases} \text{ 을 만족시킬 때,}$$

$\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{cases} 4x - ay = 16 & \cdots \text{㉠} \\ ax - y = a^3 & \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉡에서 $y = ax - a^3 \cdots \text{㉢}$

㉢식을 ㉠식에 대입하면 $4x - a(ax - a^3) = 16$

$$(4 - a^2)x = 16 - a^4$$

$$\therefore x = 4 + a^2 \quad (\because a \neq \pm 2)$$

$$\therefore y = a(4 + a^2) - a^3 = 4a$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} &= \sqrt{(a+2)^2} + \sqrt{(a-2)^2} \\ &= a + 2 - (a - 2) \\ &\quad (\because 0 < a < 2) \\ &= 4 \end{aligned}$$