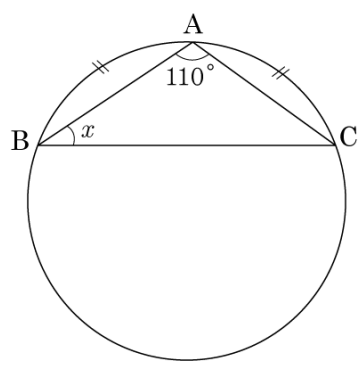


1. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{AC}$, $\angle BAC = 110^\circ$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기는?



- ① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

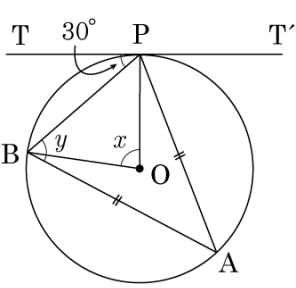
호의 길이가 같으므로

$$\angle ABC = \angle ACB$$

$$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 110^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

2. 다음 그림에서 $\angle y - \angle x$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



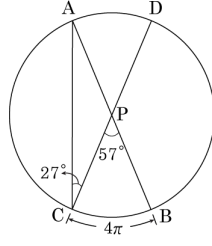
▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\angle BAP = 30^\circ$ 이므로 $\angle x = 2\angle BAP = 60^\circ$ 이다.
 $\angle BAP = 30^\circ$ 이고 이등변 삼각형의 세 내각의 합
 $\angle BAP + 2\angle y = 180^\circ$
 $30^\circ + 2\angle y = 180^\circ$
 $\therefore \angle y = 75^\circ$
 따라서, $\angle y - \angle x = 15^\circ$ 이다.

3. 다음 그림에서 점 P 는 두 현 AB, CD 의 교점이고 호 BC 의 길이는 $4\pi\text{cm}$ 이다. $\angle ACD = 27^\circ$, $\angle BPC = 57^\circ$ 일 때, 이 원의 둘레의 길이는?

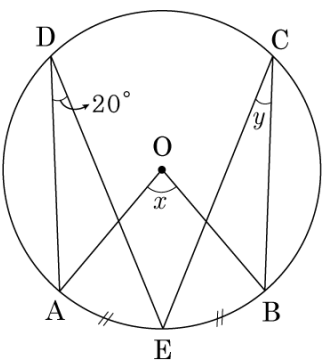


- ① $8\pi\text{cm}$ ② $12\pi\text{cm}$ ③ $16\pi\text{cm}$
 ④ $20\pi\text{cm}$ ⑤ $24\pi\text{cm}$

해설

$\triangle ACP$ 에서 $\angle PAC = 30^\circ$
 $5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 의 중심각은 60°
 $\therefore$ 원의 둘레의 길이는 $4\pi \times 6 = 24\pi$

4. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AE} = 5.0\text{pt}\widehat{EB}$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?

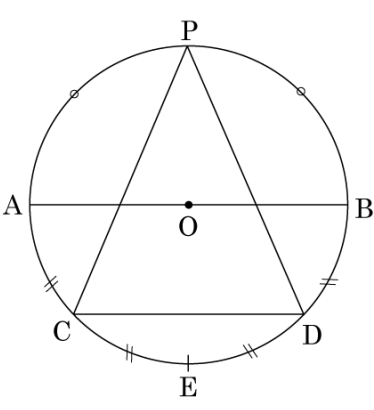


- ① 80° ② 100° ③ 110° ④ 120° ⑤ 130°

해설

한 원에서 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기가 같으므로
 $\angle y = 20^\circ$
 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 에 대한 원주각이 40° 이므로 $\angle x = 80^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = 100^\circ$

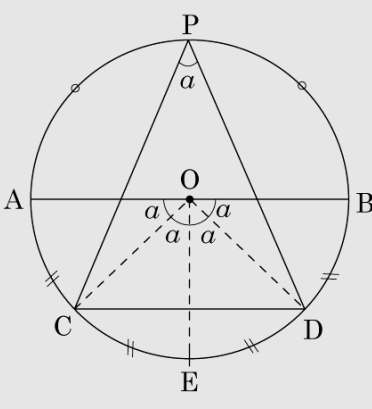
5. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이고 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{CE} = 5.0\text{pt}\widehat{ED} = 5.0\text{pt}\widehat{DB}$, $\overline{PC} = \overline{PD}$ 일 때, $\angle PCD + \angle PDC$ 의 크기는?



- ① 130° ② 135° ③ 140° ④ 145° ⑤ 150°

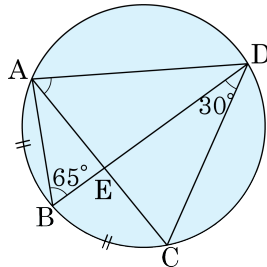
해설

세 개의 반지름을 그으면 호의 길이가 같으면 중심각의 크기도 같으므로



$$\begin{aligned} \angle AOC &= \angle COE = \angle EOD = \angle DOB = a = 45^\circ \\ \angle CPD &\text{는 } 5.0\text{pt}\widehat{CD} \text{에 대한 원주각이므로} \\ \angle CPD &= \frac{1}{2} \times \angle COD = a = 45^\circ \\ \therefore \angle PCD + \angle PDC &= 180^\circ - \angle CPD \\ &= 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ \end{aligned}$$

6. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$, $\angle ABD = 65^\circ$, $\angle BDC = 30^\circ$ 일 때, $\angle CAD$ 의 크기를 구하여라.



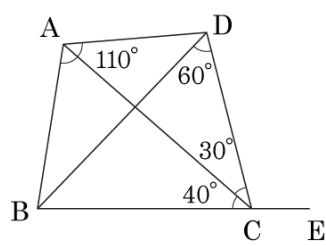
▶ 답 : °

▷ 정답 : 55 °

해설

$5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 이므로
 $\angle BAC = \angle ADB = \angle BDC = 30^\circ$
 $\triangle CAD$ 에서
 $\angle CAD = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ + 65^\circ) = 55^\circ$

7. 다음 그림의 □ABCD가 원에 내접할 때 $\angle BAC$ 의 크기는?

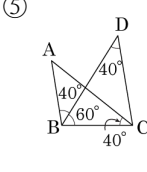
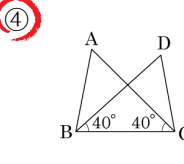
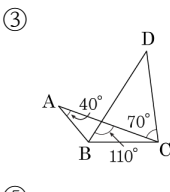
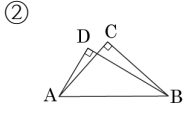
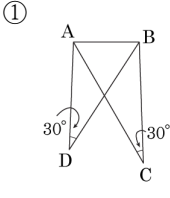


- ① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

한 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로
 $\angle BAC = \angle BDC = 60^\circ$

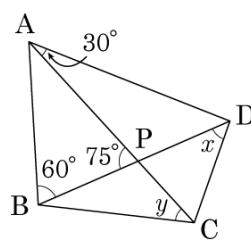
8. 다음 그림 중에서 네 점 A,B,C,D 가 한 원 위에 있지 않은 것은?



해설

③ $\angle BDC = 40^\circ$
⑤ $\angle BAC = 40^\circ$
 $\Rightarrow$ 5.0ptBC 에 대한 원주각이 같다.

9. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있을 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답: —

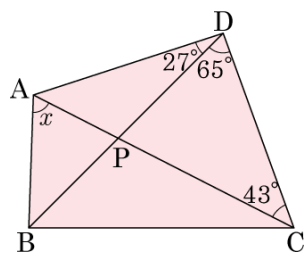
▶ 정답 : 90°

해설

$$\begin{aligned} \angle BAC &= \angle BDC = x^\circ \text{ 이므로 } x^\circ = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ) = 45^\circ \\ \angle DAC &= \angle DBC = 30^\circ \text{ 이므로 } y^\circ = 180^\circ - (45^\circ + 60^\circ + 30^\circ) = 45^\circ \\ \therefore x + y &= 45 + 45 = 90 \end{aligned}$$

$$\therefore x + y = 45 + 45 = 90$$

10. 다음 그림에서 $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라. (단, $\square ABCD$ 는 원에 내접한다.)



▶ 답 : °

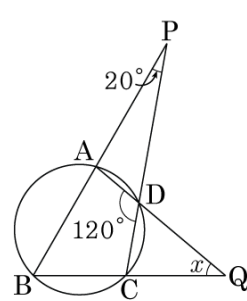
▷ 정답 : 65 °

해설

$$\angle BDC = \angle BAC = 65^\circ$$

11. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원에 내접하고
 $\angle BPC = 20^\circ$, $\angle BQA = x^\circ$, $\angle ADC = 120^\circ$
 일 때, x 의 값을 구하면?

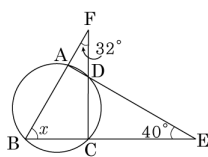
- ① 20° ② 25° ③ 35°
 ④ 40° ⑤ 45°



해설

$\angle PBC = 60^\circ$ ($\because \angle ADC$ 의 대각) 이고
 $\angle DCQ = \angle BPC + \angle PBC = 20^\circ + 60^\circ = 80^\circ$
 $\triangle DCQ$ 에서 한 외각의 크기의 합은 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로
 $120^\circ = 80^\circ + x^\circ$
 $\therefore x^\circ = 40^\circ$

12. 다음 □ABCD 가 원에 내접할 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 50° ② 52° ③ 54° ④ 56° ⑤ 58°

해설

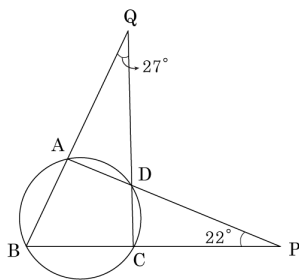
$$\angle x = \angle ADF = \angle CDE$$

$$\angle BAD = \angle x + 32^\circ = \angle DCE$$

$$\triangle DCE \text{ 에서 } \angle x + 32^\circ + \angle x + 40^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 54^\circ$$

13. 다음 그림에서 $\angle P = 22^\circ$, $\angle Q = 27^\circ$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 114.5_°

해설

$$\angle B = x \text{ 라면 } \angle DCP = 27^\circ + x$$

$$\angle ADC = 22^\circ + 27^\circ + x$$

$$\therefore \angle ADC = 22^\circ + 27^\circ +$$

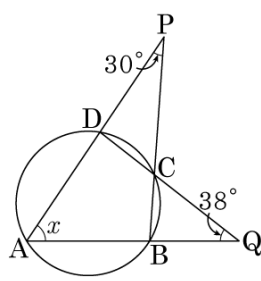
$$\angle B + \angle ADC = 180^\circ$$

$$\therefore x + 22^\circ + 27^\circ + x = 180^\circ, \quad x = 65.5^\circ$$

$$65.5^\circ = 114.5^\circ$$

14. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원에 내접하고 $\angle P = 30^\circ$, $\angle Q = 38^\circ$ 일 때, $\angle PAQ$ 의 크기는?

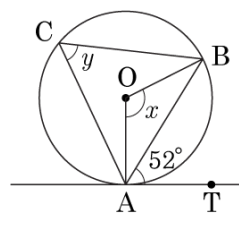
- ① 38° ② 50° ③ 54°
 ④ 56° ⑤ 68°



해설

$\triangle PAB$ 에서
 $\angle BCQ = \angle A = x$
 $\angle CBQ = x + 30^\circ$ ($\because$ 삼각형의 외각)
 $\triangle CBQ$ 에서 $x + x + 30^\circ + 38^\circ = 180^\circ$
 $\therefore x = 56^\circ$

15. 다음 그림에서 점 A 가 원 O 의 접점이고 $\angle BAT = 52^\circ$ 이다. $\angle x - \angle y = (\quad)^\circ$ 에서 () 에 알맞은 값은?

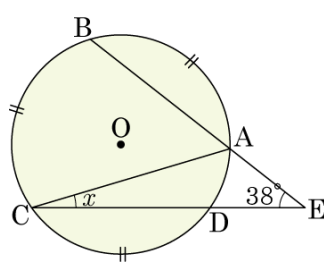


- ① 50 ② 51 ③ 52 ④ 53 ⑤ 54

해설

$$\begin{aligned}\angle y &= 52^\circ \\ \angle x &= 2 \times \angle y = 2 \times 52^\circ = 104^\circ \\ \therefore \angle x - \angle y &= 104^\circ - 52^\circ = 52^\circ\end{aligned}$$

16. 다음 그림에서 원 위에 $5.0\text{pt}\overline{AB} = 5.0\text{pt}\overline{BC} = 5.0\text{pt}\overline{CD}$ 인 점 A, B, C, D 를 잡고, 직선 $\overline{AB}$ 와 직선 $\overline{CD}$ 의 교점을 E 라 한다. $\angle E = 38^\circ$ 일 때, $\angle ACD$ 의 크기를 구하여라.

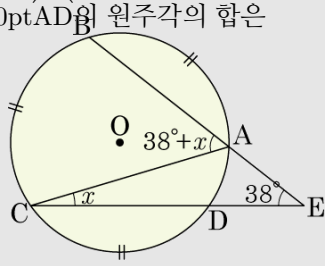


▶ 답 : 1

▷ 정답 : 16.5°

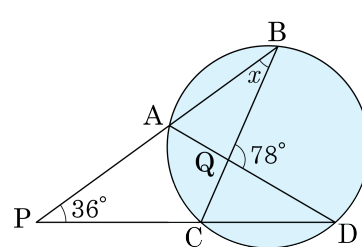
해설

$5.0\text{pt}\widehat{AB}, 5.0\text{pt}\widehat{BC}, 5.0\text{pt}\widehat{CD}, 5.0\text{pt}\widehat{AD}$ 원주각의 합은
 $3(38^\circ + x) + x = 180^\circ$,
 $114^\circ + 3x + x = 180^\circ$
 $4x = 66^\circ$
 $\therefore x = 16.5^\circ$



17. 다음 그림에서 점 P 는 두 현 AB, CD 의 연장선의 교점이고 $\angle APC = 36^\circ$, $\angle BQD = 78^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

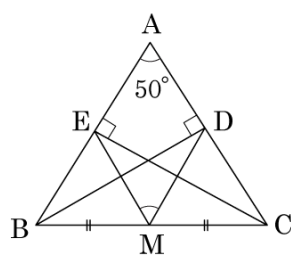
- ① 21° ② 22° ③ 23°
 ④ 24° ⑤ 25°



해설

5.0pt $\widehat{AC}$ 에 대한 원주각이므로
 $\angle ABC = \angle ADC = \angle x$
 $\triangle BPC$ 에서
 $\angle QCD = 36^\circ + \angle x$
 $\triangle QCD$ 에서
 $\angle QCD + \angle QDC = 78^\circ$
 $36^\circ + \angle x + \angle x = 78^\circ$
 $\therefore \angle x = 21^\circ$

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \perp \overline{CE}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다. $\angle A = 50^\circ$ 일 때, $\angle EMD$ 의 크기를 구하면?



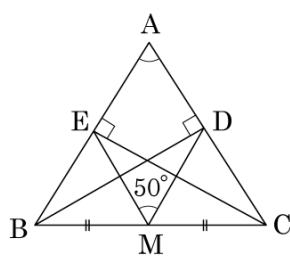
- ① 40° ② 50° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\triangle ABD$ 에서 $\angle ABD = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

따라서 $\angle EMD = 2\angle EBD = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$ 이다.

19. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \perp \overline{CE}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다. $\angle EMD = 50^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하면?



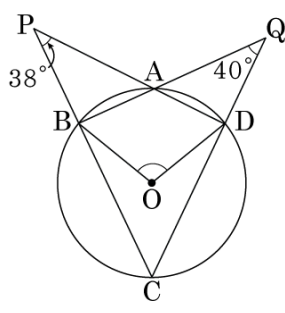
- ① 25° ② 30° ③ 45° ④ 50° ⑤ 65°

해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\angle EMD = 2\angle EBD = 50^\circ$ 이므로 $\angle EBD = 25^\circ$ 이다.

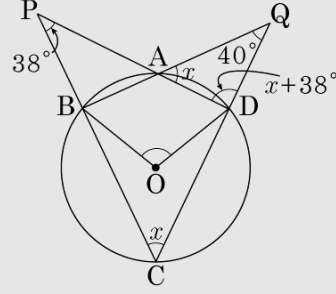
따라서 $\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ 이다.

20. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원 O 에 내접하고 $\angle DPC = 38^\circ$, $\angle BQC = 40^\circ$ 일 때, $\angle BOD$ 의 크기는?



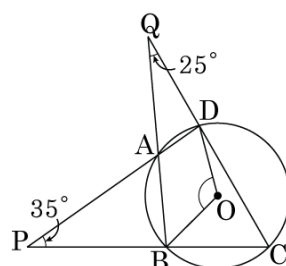
- ① 78° ② 82° ③ 90° ④ 98° ⑤ 102°

해설



$\angle BCD = \angle x$ 라 하면 $\angle ADQ = \angle x + 38^\circ$,
 $\angle DAQ = \angle BCD = x$
 $\triangle ADQ$ 의 세 내각의 크기의 합은
 $\angle x + (\angle x + 38^\circ) + 40^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle x = 51^\circ$ 이다.
따라서 $\angle BOD = 2\angle BCD = 2 \times 51^\circ = 102^\circ$

21. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원 O 에 내접하고 $\angle DPC = 35^\circ$, $\angle BQC = 25^\circ$ 일 때, $\angle BOD$ 의 크기는?

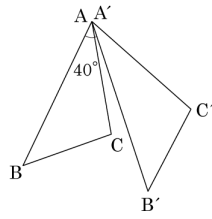


- ① 100° ② 110° ③ 120° ④ 135° ⑤ 150°

해설

$\angle BCD = x$ 라 하면, $\angle DAQ = x$
 $\angle ADQ = x + 35^\circ$ (삼각형의 외각)
 $\triangle QAD$ 에서 $x + 25^\circ + (x + 35^\circ) = 180^\circ$
 $\therefore x = 60^\circ$
 따라서 $\angle BOD = 2\angle BCD = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$ 이다.

22. $\triangle A'B'C'$ 은 점 A 를 중심으로 $\triangle ABC$ 를 40° 회전시킨 것이다. 점 A, B, B', C' 이 한 원주 위에 있을 때, $\angle ACB$ 의 크기는?

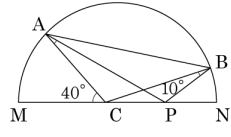


- ① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

$\triangle ABB'$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AB'}$ 이므로 $\angle ABB' = \angle AB'B = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$, $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ 이므로
 $\angle ACB = \angle A'C'B'$
 $\square ABB'C'$ 이 한 원 위에 있으므로 대각의 크기의 합이 180°
 즉, $\angle ABB' + \angle AC'B' = 70^\circ + \angle AC'B' = 180^\circ$
 $\therefore \angle AC'B = \angle ACB = 110^\circ$

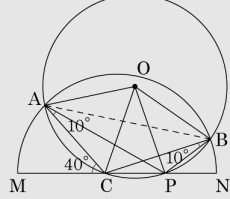
23. A, B 는 지름이 $\overline{MN}$, 중심이 C 인 반원 위의 점이고, P 는 반지름 $\overline{CN}$ 위의 점이다. $\square ACPB$ 가 반원에 내접할 때, $\angle CAP = \angle CBP = 10^\circ$, $\angle APC = 30^\circ$ 일 때, $\angle BCN$ 는?



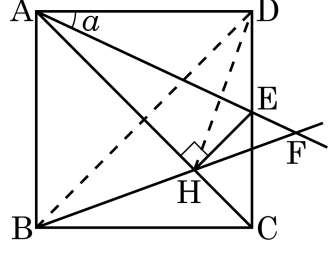
- ① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

네 점 A, C, P, B 는 한 원 O 위에 있고,
 $\angle APC = 30^\circ$,
 $\angle AOC = 2\angle APC = 60^\circ$ (원주각과 중심각),
 $\angle COP = 2\angle CAP = 20^\circ$ (원주각과 중심각)
 $\overline{CA} = \overline{CB}$ (반지름) 이므로 현의 길이가 같으면 중심각의 크기도 같고,
 $\therefore \angle AOC = \angle COB = 60^\circ$,
 $\therefore \angle BOP = 60 - 20 = 40^\circ$
 $\therefore \angle BCN = \angle BCP = \frac{1}{2}\angle BOP = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$



24. 정사각형 ABCD 의 변 CD 위의 점 E 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 H , 두 선분 AE 와 BH 의 연장선이 만나는 점을 F 라고 하고 $\angle DAE = a$ 라고 할 때, $\angle EHF$ 의 크기를 구하여라.



- ① $5a^\circ$ ② $4a^\circ$ ③ $3a^\circ$ ④ $2a^\circ$ ⑤ a°

해설

$\angle AHE = \angle ADE = 90^\circ$ 이므로 네 점 A, H, E, D 는 한 원 위에 있다. 따라서 호 $\widehat{DE}$ 에 대한 원주각은 모두 같으므로, $\angle DAE = \angle DHE = a$ 이다.
 $\overline{BD} // \overline{HE}$ 이므로
 $\angle BDC = \angle HEC = 45^\circ$, $\angle DHE = \angle HDB$
또한, $\widehat{HD} = \widehat{HB}$ 이므로 $\angle HBD = \angle HDB = a$
 $\therefore \angle EHF = \angle HDB = a$

25. 다음 중 $\square ABCD$ 가 원에 내접하는 경우가 아닌 것은?

① $\angle A = \angle C$

② $\angle B = \angle C, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$

③ $\angle BAC = \angle BDC$

④ $\angle A + \angle C = 180^\circ$

⑤ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점 P에 대하여 $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$

해설

① $\angle A = 180^\circ - \angle C$ 일 때, 원에 내접한다.

② $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle A + \angle B = 180^\circ$

또, $\angle B = \angle C$ 이므로 $\angle A + \angle C = 180^\circ$

따라서 $\square ABCD$ 는 원에 내접한다.

26. 다음 중 $\square ABCD$ 가 원에 내접하는 경우가 아닌 것을 골라라.

보기

- ㉠ $\angle A + \angle C = 180^\circ$
- ㉡ $\angle B = \angle C, \overline{AC} \parallel \overline{BD}$
- ㉢ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점 P 에 대하여 $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$
- ㉣ $\angle B = 180^\circ - \angle D$
- ㉤ $\angle BAC = \angle BDC$

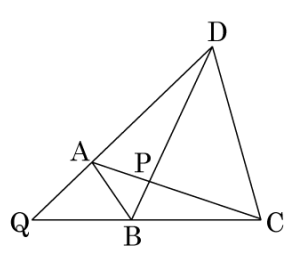
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

㉡ $\angle B = \angle C, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\square ABCD$ 가 원에 내접한다.

27. 다음 중 $\square ABCD$ 가 원에 내접하는 조건인 것을 골라라.



- ㉠ $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$

㉡ $\angle ACD = \angle ABC$

㉢ $\angle BAD = \angle BCD$

㉤ $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$
- ▶ 답 :
▷ 정답 : ㉤
- 해설

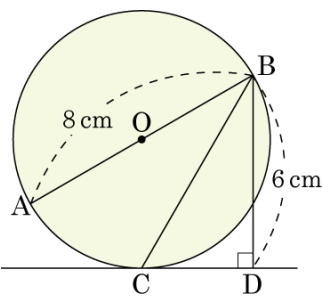
㉠ $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

㉡ $\angle ACD = \angle ABD$

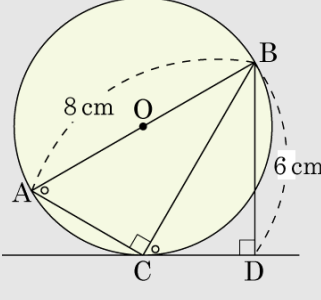
㉢ $\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$

28. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{CD}$ 는 원 O의 접선이
다. $\overline{AB}$ 가 원의 지름이고 $\overline{CD} \perp \overline{BD}$
일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?

- ① 2cm ② 4cm
③ $2\sqrt{3}$ cm ④ $3\sqrt{2}$ cm
⑤ $4\sqrt{2}$ cm

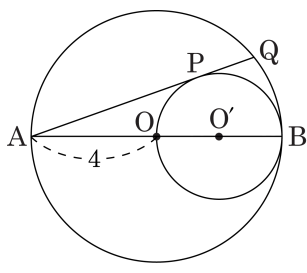


해설



$\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = \angle BCD$ 이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ (AA 닮음)
 $\therefore 8 : \overline{BC} = \overline{BC} : 6$
 $\overline{BC}^2 = 48$, $\overline{BC} = 4\sqrt{3}$ cm
 $\therefore \overline{AC} = \sqrt{8^2 - (4\sqrt{3})^2} = 4$ cm

29. 다음 그림에서 원 O' 는 원 O 의 반지름 OB 를 지름으로 하는 원이고, $\overline{AQ}$ 는 원 O' 와 점 P 에서 접한다. 선분 AQ 의 길이는?



- ①

$\frac{2\sqrt{2}}{3}$
- ②

$\frac{4\sqrt{2}}{3}$
- ③

$\frac{8\sqrt{2}}{3}$
- ④

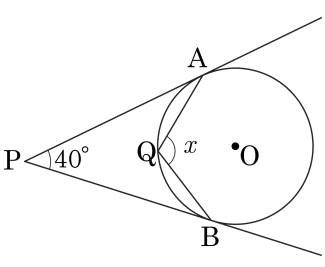
$\frac{12\sqrt{2}}{3}$
- ⑤

$\frac{16\sqrt{2}}{3}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{AP}^2 &= 4 \times 8 \\ \overline{AP} &= 4\sqrt{2} \\ \triangle APO' &\sim \triangle AQB \text{ 에서} \\ 6 : 8 &= 4\sqrt{2} : \overline{AQ} \\ \overline{AQ} &= \frac{8 \times 4\sqrt{2}}{6} = \frac{16\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

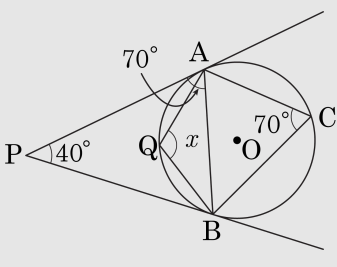
30. 다음 그림과 같이 원 위의 두 점 A, B
에서 그은 접선의 교점을 P 라 하자.
 $\angle APB = 40^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



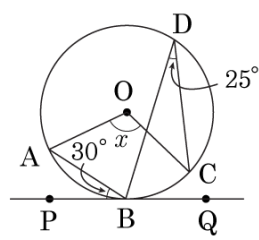
- ① 90° ② 95° ③ 105° ④ 110° ⑤ 120°

해설

다음 그림과 같이 보조선을 이
용하면
 $\angle PAB = \angle PBA = 70^\circ (\because \overline{PA} = \overline{PB})$ 이고
또한, 접선과 현이 이루는 각
의 크기는 그 내부의 호에 대
한 원주각의 크기와 같으므로
 $\angle PAB = \angle ACB = 70^\circ$
따라서, 사각형이 원에 내접하므로 대각의 합 $\angle x + 70^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle x = 110^\circ$ 이다.



- 31.** 다음 그림에서 직선 PQ 가 원 O 의 접선 이고 점 B 가 접점일 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하여라.

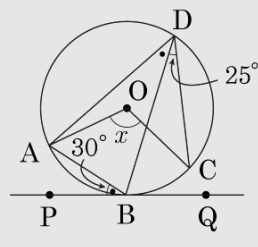


▶ 답: ○ —

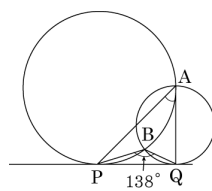
▶ 정답 : 110°

해설

점 A 와 D 에 보조선을 그으면
 $\angle ABP = \angle ADB = 30^\circ$ 이.



- 32.** 다음 그림에서 직선 PQ 는 두 원에 동시에 접한다. $\angle PBQ = 138^\circ$ 일 때, $\angle PAQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

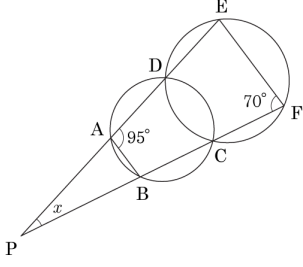
—

▶ 정답 : 42°

해설

$\overline{AB}$ 를 그으면 $\angle QPB = \angle BAP$, $\angle PQB = \angle BAQ$ 이므로
 $\angle PAQ = \angle QPB + \angle PQB = 180^\circ - 138^\circ = 42^\circ$

33. 다음 그림에서 두 원은 두 점 C, D 에서 만나고, $\angle EFC = 70^\circ$, $\angle BAD = 95^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 20° ② 25° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

해설

보조선 CD 를 연결하면 내접하는 사각형의 성질에 의해 $\angle DAB = \angle DCF = 95^\circ$ 이고 대각의 합 $\angle DEF = 180^\circ - \angle DCF = 85^\circ$ 이다.
따라서 $\angle x = 180^\circ - 70^\circ - 85^\circ = 25^\circ$ 이다.