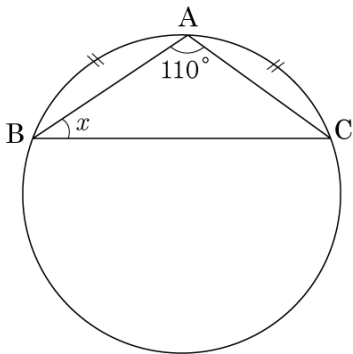


1. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{AC}$, $\angle BAC = 110^\circ$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기는?



① 30°

② 35°

③ 40°

④ 45°

⑤ 50°

해설

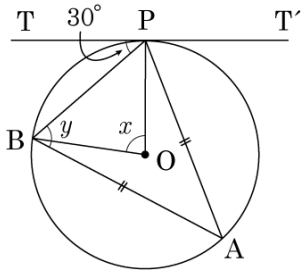
호의 길이가 같으므로

$$\angle ABC = \angle ACB$$

$$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 110^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

2. 다음 그림에서 $\angle y - \angle x$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▶ 정답 : 15

해설

$\angle BAP = 30^\circ$ 이므로 $\angle x = 2\angle BAP = 60^\circ$ 이다.

$\angle BAP = 30^\circ$ 이고 이등변 삼각형의 세 내각의 합

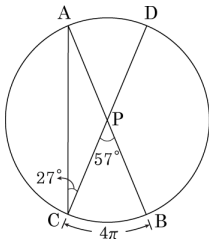
$$\angle BAP + 2\angle y = 180^\circ$$

$$30^\circ + 2\angle y = 180^\circ$$

$$\therefore \angle y = 75^\circ$$

따라서, $\angle y - \angle x = 15^\circ$ 이다.

3. 다음 그림에서 점 P는 두 현 AB, CD의 교점이고 호 BC의 길이는 $4\pi\text{cm}$ 이다. $\angle ACD = 27^\circ$, $\angle BPC = 57^\circ$ 일 때, 이 원의 둘레의 길이는?



- ① $8\pi\text{cm}$ ② $12\pi\text{cm}$ ③ $16\pi\text{cm}$
 ④ $20\pi\text{cm}$ ⑤ $24\pi\text{cm}$

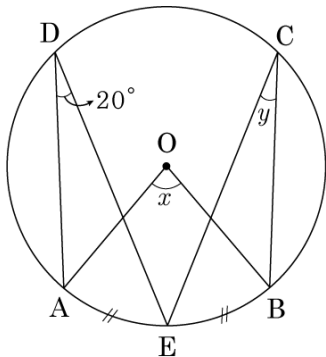
해설

$\triangle ACP$ 에서 $\angle PAC = 30^\circ$

$\widehat{BC}$ 의 중심각은 60°

$\therefore$ 원의 둘레의 길이는 $4\pi \times 6 = 24\pi$

4. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AE} = 5.0\text{pt}\widehat{EB}$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



① 80°

② 100°

③ 110°

④ 120°

⑤ 130°

해설

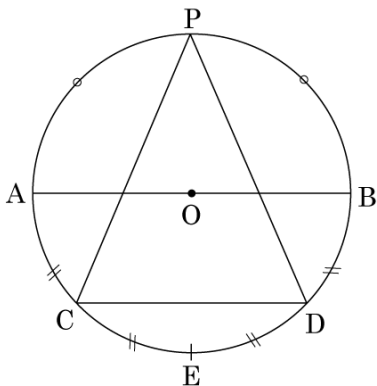
한 원에서 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기가 같으므로

$$\angle y = 20^\circ$$

$5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 에 대한 원주각이 40° 이므로 $\angle x = 80^\circ$

$$\therefore \angle x + \angle y = 100^\circ$$

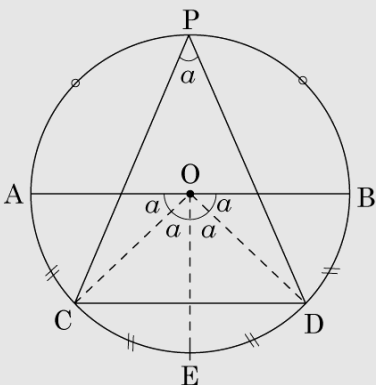
5. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이고 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{CE} = 5.0\text{pt}\widehat{ED} = 5.0\text{pt}\widehat{DB}$, $\overline{PC} = \overline{PD}$ 일 때, $\angle PCD + \angle PDC$ 의 크기는?



- ① 130° ② 135° ③ 140° ④ 145° ⑤ 150°

해설

세 개의 반지름을 그으면
호의 길이가 같으면 중심
각의 크기도 같으므로



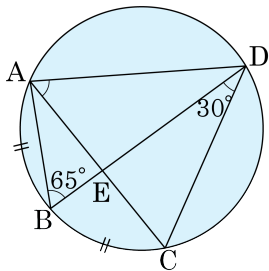
$$\angle AOC = \angle COE = \angle EOD = \angle DOB = a = 45^\circ$$

$\angle CPD$ 는 $5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 에 대한 원주각이므로

$$\angle CPD = \frac{1}{2} \times \angle COD = a = 45^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle PCD + \angle PDC &= 180^\circ - \angle CPD \\ &= 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ \end{aligned}$$

6. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$,
 $\angle ABD = 65^\circ$, $\angle BDC = 30^\circ$ 일 때, $\angle CAD$
 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▶ 정답 : $55 \quad \quad$

해설

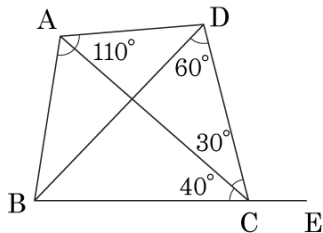
$5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 이므로

$\angle BAC = \angle ADB = \angle BDC = 30^\circ$

$\triangle CAD$ 에서

$\angle CAD = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ + 65^\circ) = 55^\circ$

7. 다음 그림의 $\square ABCD$ 가 원에 내접할 때 $\angle BAC$ 의 크기는?



① 30°

② 40°

③ 50°

④ 60°

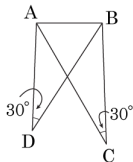
⑤ 70°

해설

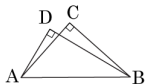
한 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로
 $\angle BAC = \angle BDC = 60^\circ$

8. 다음 그림 중에서 네 점 A,B,C,D 가 한 원 위에 있지 않은 것은?

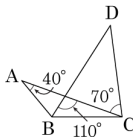
①



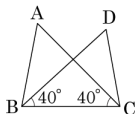
②



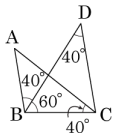
③



④



⑤



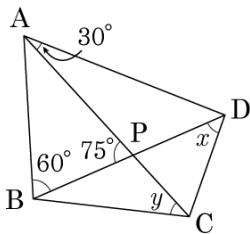
해설

③ $\angle BDC = 40^\circ$

⑤ $\angle BAC = 40^\circ$

$\Rightarrow$ 5.0pt $\widehat{BC}$ 에 대한 원주각이 같다.

9. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답: °

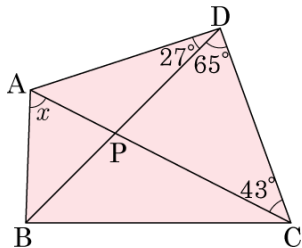
▶ 정답: 90°

해설

$$\begin{aligned} \angle BAC &= \angle BDC = x^\circ \text{ 이므로 } x^\circ = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ) = 45^\circ \\ \angle DAC &= \angle DBC = 30^\circ \text{ 이므로 } y^\circ = 180^\circ - (45^\circ + 60^\circ + 30^\circ) = 45^\circ \end{aligned}$$

$$\therefore x + y = 45 + 45 = 90$$

10. 다음 그림에서 $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라. (단, $\square ABCD$ 는 원에 내접한다.)



▶ 답: $\quad \quad \quad ^\circ$

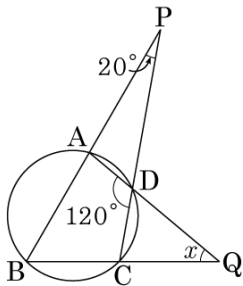
▷ 정답: $65 \quad \quad$

해설

$$\angle BDC = \angle BAC = 65^\circ$$

11. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원에 내접하고 $\angle BPC = 20^\circ$, $\angle BQA = x^\circ$, $\angle ADC = 120^\circ$ 일 때, x 의 값을 구하면?

- ① 20° ② 25° ③ 35°
 ④ 40° ⑤ 45°



해설

$\angle PBC = 60^\circ$ ($\because \angle ADC$ 의 대각) 이고

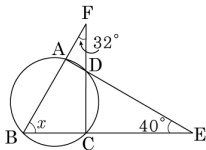
$\angle DCQ = \angle BPC + \angle PBC = 20^\circ + 60^\circ = 80^\circ$

$\triangle DCQ$ 에서 한 외각의 크기의 합은 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$$120^\circ = 80^\circ + x^\circ$$

$$\therefore x^\circ = 40^\circ$$

12. 다음 $\square ABCD$ 가 원에 내접할 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 50°

② 52°

③ 54°

④ 56°

⑤ 58°

해설

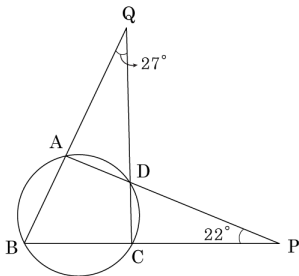
$$\angle x = \angle ADF = \angle CDE$$

$$\angle BAD = \angle x + 32^\circ = \angle DCE$$

$$\triangle DCE \text{ 에서 } \angle x + 32^\circ + \angle x + 40^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x = 54^\circ$$

13. 다음 그림에서 $\angle P = 22^\circ$, $\angle Q = 27^\circ$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°

▷ 정답 : 114.5°

해설

$$\angle B = x \text{ 라면 } \angle DCP = 27^\circ + x$$

$$\angle ADC = 22^\circ + 27^\circ + x$$

$$\therefore \angle ADC = 22^\circ + 27^\circ +$$

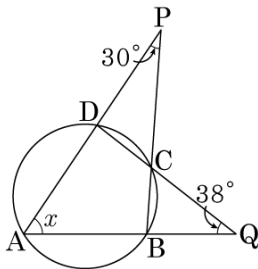
$$\angle B + \angle ADC = 180^\circ$$

$$\therefore x + 22^\circ + 27^\circ + x = 180^\circ, \quad x = 65.5^\circ$$

$$65.5^\circ = 114.5^\circ$$

14. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원에 내접하고 $\angle P = 30^\circ$, $\angle Q = 38^\circ$ 일 때, $\angle PAQ$ 의 크기는?

- ① 38° ② 50° ③ 54°
 ④ 56° ⑤ 68°



해설

$\triangle PAB$ 에서

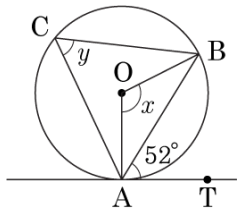
$$\angle BCQ = \angle A = x$$

$$\angle CBQ = x + 30^\circ (\because \text{삼각형의 외각})$$

$$\triangle CBQ \text{ 에서 } x + x + 30^\circ + 38^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore x = 56^\circ$$

15. 다음 그림에서 점 A가 원 O의 접점이고 $\angle BAT = 52^\circ$ 이다. $\angle x - \angle y = (\quad)^\circ$ 에서 $(\quad)$ 에 알맞은 값은?



① 50

② 51

③ 52

④ 53

⑤ 54

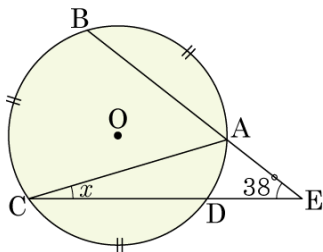
해설

$$\angle y = 52^\circ$$

$$\angle x = 2 \times \angle y = 2 \times 52^\circ = 104^\circ$$

$$\therefore \angle x - \angle y = 104^\circ - 52^\circ = 52^\circ$$

16. 다음 그림에서 원 위에 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 인 점 A, B, C, D 를 잡고, 직선 AB 와 직선 CD 의 교점을 E 라 한다. $\angle E = 38^\circ$ 일 때, $\angle ACD$ 의 크기를 구하여라.



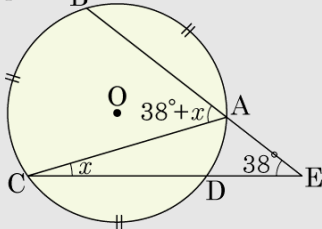
▶ 답 :

—
°

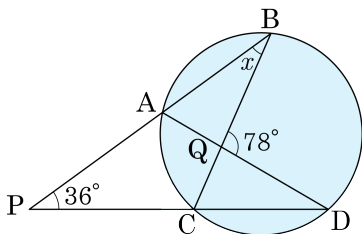
▷ 정답 : 16.5°

해설

$5.0\text{pt}\widehat{AB}$, $5.0\text{pt}\widehat{BC}$, $5.0\text{pt}\widehat{CD}$, $5.0\text{pt}\widehat{AD}$ 의 원주각의 합은
 $3(38^\circ + x) + x = 180^\circ$,
 $114^\circ + 3x + x = 180^\circ$
 $4x = 66^\circ$
 $\therefore x = 16.5^\circ$



17. 다음 그림에서 점 P는 두 현 AB, CD의 연장선의 교점이고 $\angle APC = 36^\circ$, $\angle BQD = 78^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 21° ② 22° ③ 23°
 ④ 24° ⑤ 25°

해설

5.0pt $\widehat{AC}$ 에 대한 원주각이므로

$$\angle ABC = \angle ADC = \angle x$$

$\triangle BPC$ 에서

$$\angle QCD = 36^\circ + \angle x$$

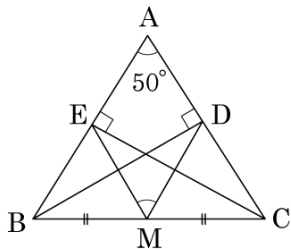
$\triangle QCD$ 에서

$$\angle QCD + \angle QDC = 78^\circ$$

$$36^\circ + \angle x + \angle x = 78^\circ$$

$$\therefore \angle x = 21^\circ$$

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \perp \overline{CE}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다. $\angle A = 50^\circ$ 일 때, $\angle EMD$ 의 크기를 구하면?



① 40°

② 50°

③ 80°

④ 85°

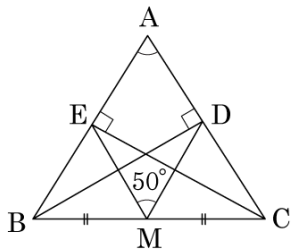
⑤ 90°

해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고,
 $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\triangle ABD$ 에서
 $\angle ABD = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$

따라서 $\angle EMD = 2\angle EBD = 2 \times 40^\circ = 80^\circ$ 이다.

19. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AB} \perp \overline{CE}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다. $\angle EMD = 50^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하면?



① 25°

② 30°

③ 45°

④ 50°

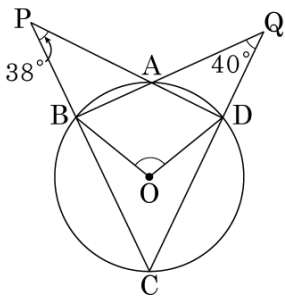
⑤ 65°

해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\angle EMD = 2\angle EBD = 50^\circ$ 이므로 $\angle EBD = 25^\circ$ 이다.

따라서 $\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ 이다.

20. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원 O 에 내접하고 $\angle DPC = 38^\circ$, $\angle BQC = 40^\circ$ 일 때, $\angle BOD$ 의 크기는?



① 78°

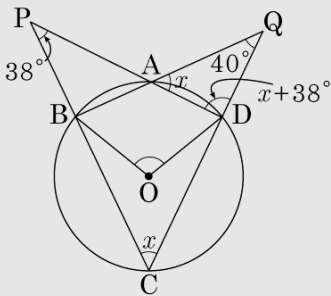
② 82°

③ 90°

④ 98°

⑤ 102°

해설



$\angle BCD = \angle x$ 라 하면 $\angle ADQ = \angle x + 38^\circ$,

$\angle DAQ = \angle BCD = x$

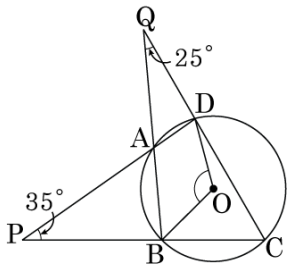
$\triangle ADQ$ 의 세 내각의 크기의 합은

$$\angle x + (\angle x + 38^\circ) + 40^\circ = 180^\circ$$

$\therefore \angle x = 51^\circ$ 이다.

따라서 $\angle BOD = 2\angle BCD = 2 \times 51^\circ = 102^\circ$

21. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원 O 에 내접하고 $\angle DPC = 35^\circ$, $\angle BQC = 25^\circ$ 일 때, $\angle BOD$ 의 크기는?



① 100°

② 110°

③ 120°

④ 135°

⑤ 150°

해설

$\angle BCD = x$ 라 하면, $\angle DAQ = x$

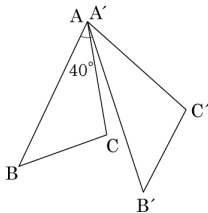
$\angle ADQ = x + 35^\circ$ (삼각형의 외각)

$\triangle QAD$ 에서 $x + 25^\circ + (x + 35^\circ) = 180^\circ$

$\therefore x = 60^\circ$

따라서 $\angle BOD = 2\angle BCD = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$ 이다.

22. $\triangle A'B'C'$ 은 점 A 를 중심으로 $\triangle ABC$ 를 40° 회전시킨 것이다. 점 A, B, B', C' 이 한 원주 위에 있을 때, $\angle ACB$ 의 크기는?



① 100°

② 105°

③ 110°

④ 115°

⑤ 120°

해설

$\triangle ABB'$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AB'}$ 이므로 $\angle ABB' = \angle AB'B = \frac{1}{2}(180^\circ -$

$40^\circ) = 70^\circ$, $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ 이므로

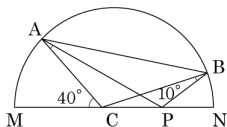
$\angle ACB = \angle A'C'B'$

$\square ABB'C'$ 이 한 원 위에 있으므로 대각의 크기의 합이 180°

즉, $\angle ABB' + \angle AC'B' = 70^\circ + \angle AC'B' = 180^\circ$

$\therefore \angle AC'B = \angle ACB = 110^\circ$

23. A, B 는 지름이 $\overline{MN}$, 중심이 C 인 반원 위의 점이고, P 는 반지름 $\overline{CN}$ 위의 점이다. $\square ACPB$ 가 반원에 내접할 때, $\angle CAP = \angle CBP = 10^\circ$, $\angle APC = 30^\circ$ 일 때, $\angle BCN$ 는?



① 10°

② 15°

③ 20°

④ 25°

⑤ 30°

해설

네 점 A, C, P, B 는 한 원 O 위에 있고,

$$\angle APC = 30^\circ,$$

$$\angle AOC = 2\angle APC = 60^\circ \text{ (원주각과 중심각),}$$

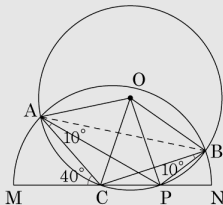
$$\angle COP = 2\angle CAP = 20^\circ \text{ (원주각과 중심각)}$$

$\overline{CA} = \overline{CB}$ (반지름) 이므로 현의 길이가 같으면 중심각의 크기도 같고,

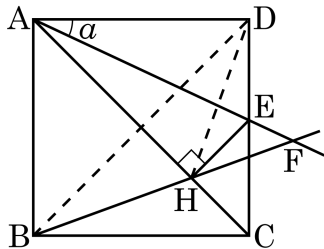
$$\therefore \angle AOC = \angle COB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOP = 60 - 20 = 40^\circ$$

$$\therefore \angle BCN = \angle BCP = \frac{1}{2}\angle BOP = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$$



24. 정사각형 ABCD 의 변 CD 위의 점 E 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 H , 두 선분 AE 와 BH 의 연장선이 만나는 점을 F 라고 하고 $\angle DAE = a$ 라고 할 때, $\angle EHF$ 의 크기를 구하여라.



① $5a^\circ$

② $4a^\circ$

③ $3a^\circ$

④ $2a^\circ$

⑤ a°

해설

$\angle AHE = \angle ADE = 90^\circ$ 이므로 네 점 A, H, E, D 는 한 원 위에 있다. 따라서 호 $\widehat{DE}$ 에 대한 원주각은 모두 같으므로, $\angle DAE = \angle DHE = a$ 이다.

$\overline{BD} // \overline{HE}$ 이므로

$$\angle BDC = \angle HEC = 45^\circ, \angle DHE = \angle HDB$$

또한, $\overline{HD} = \overline{HB}$ 이므로 $\angle HBD = \angle HDB = a$

$$\therefore \angle EHF = \angle HDB = a$$

25. 다음 중 $\square ABCD$ 가 원에 내접하는 경우가 아닌 것은?

① $\angle A = \angle C$

② $\angle B = \angle C, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$

③ $\angle BAC = \angle BDC$

④ $\angle A + \angle C = 180^\circ$

⑤ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점 P에 대하여 $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$

해설

① $\angle A = 180^\circ - \angle C$ 일 때, 원에 내접한다.

② $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle A + \angle B = 180^\circ$

또, $\angle B = \angle C$ 이므로 $\angle A + \angle C = 180^\circ$

따라서 $\square ABCD$ 는 원에 내접한다.

26. 다음 중 $\square ABCD$ 가 원에 내접하는 경우가 아닌 것을 골라라.

보기

㉠ $\angle A + \angle C = 180^\circ$

㉡ $\angle B = \angle C, \overline{AC} \parallel \overline{BD}$

㉢ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점 P에 대하여 $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$

㉣ $\angle B = 180^\circ - \angle D$

㉤ $\angle BAC = \angle BDC$

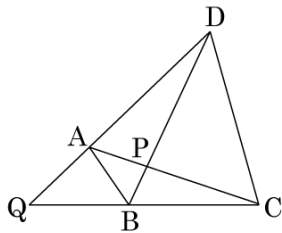
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

㉡ $\angle B = \angle C, \overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\square ABCD$ 가 원에 내접한다.

27. 다음 중 $\square ABCD$ 가 원에 내접하는 조건인 것을 골라라.



㉠ $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$

㉡ $\angle ACD = \angle ABC$

㉢ $\angle BAD = \angle BCD$

㉤ $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉤

해설

㉠ $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$

㉡ $\angle ACD = \angle ABD$

㉢ $\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$

28. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{CD}$ 는 원 O의 접선이다. $\overline{AB}$ 가 원의 지름이고 $\overline{CD} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?

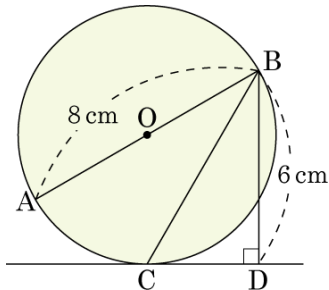
① 2cm

② 4cm

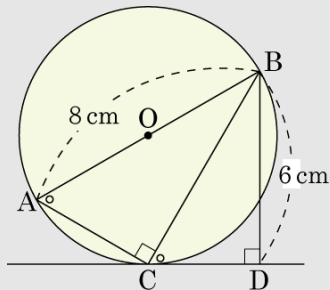
③ $2\sqrt{3}$ cm

④ $3\sqrt{2}$ cm

⑤ $4\sqrt{2}$ cm



해설



$\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = \angle BCD$ 이므로

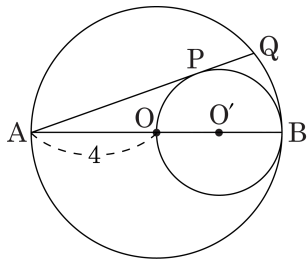
$\triangle ABC \sim \triangle CBD$ (AA 닮음)

$$\therefore 8 : \overline{BC} = \overline{BC} : 6$$

$$\overline{BC}^2 = 48, \overline{BC} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{AC} = \sqrt{8^2 - (4\sqrt{3})^2} = 4 \text{ cm}$$

29. 다음 그림에서 원 O' 는 원 O 의 반지름 OB 를 지름으로 하는 원이고, $\overline{AQ}$ 는 원 O' 와 점 P 에서 접한다. 선분 AQ 의 길이는?



- ① $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
 ③ $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ ④ $\frac{12\sqrt{2}}{3}$
 ⑤ $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

해설

$$\overline{AP}^2 = 4 \times 8$$

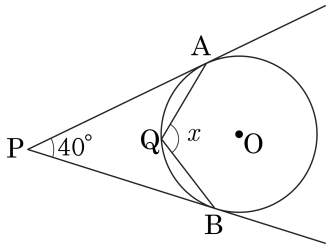
$$\overline{AP} = 4\sqrt{2}$$

$\triangle APO' \sim \triangle AQB$ 에서

$$6 : 8 = 4\sqrt{2} : \overline{AQ}$$

$$\overline{AQ} = \frac{8 \times 4\sqrt{2}}{6} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$$

30. 다음 그림과 같이 원 위의 두 점 A, B에서 그은 접선의 교점을 P 라 하자.
 $\angle APB = 40^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 90° ② 95° ③ 105° ④ 110° ⑤ 120°

해설

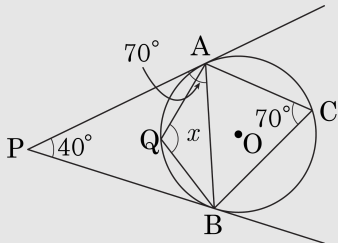
다음 그림과 같이 보조선을 이용하면

$$\angle PAB = \angle PBA = 70^\circ (\because \overline{PA} = \overline{PB}) \text{ 이고}$$

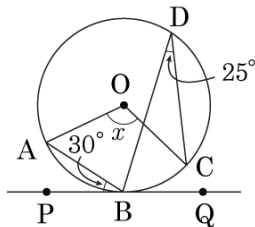
또한, 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부의 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

$$\angle PAB = \angle ACB = 70^\circ$$

따라서, 사각형이 원에 내접하므로 대각의 합 $\angle x + 70^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle x = 110^\circ$ 이다.



31. 다음 그림에서 직선 PQ가 원 O의 접선이고 점 B가 접점일 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하여라.

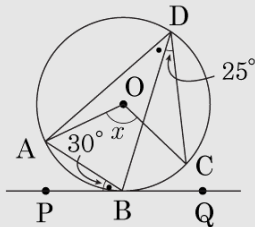


▶ 답: °

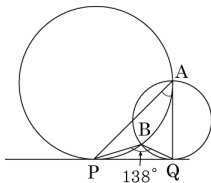
▶ 정답: 110°

해설

점 A와 D에 보조선을 그으면
 $\angle ABP = \angle ADB = 30^\circ$ 이므로
 $\angle ADC = 55^\circ$
 $\therefore \angle x = 55^\circ \times 2 = 110^\circ$



32. 다음 그림에서 직선 PQ 는 두 원에 동시에 접한다. $\angle PBQ = 138^\circ$ 일 때, $\angle PAQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

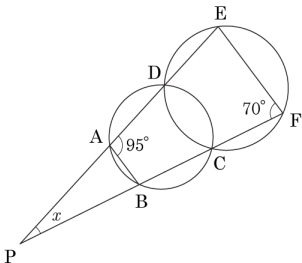
°
_

▷ 정답 : 42_

해설

$\overline{AB}$ 를 그으면 $\angle QPB = \angle BAP$, $\angle PQB = \angle BAQ$ 이므로
 $\angle PAQ = \angle QPB + \angle PQB = 180^\circ - 138^\circ = 42^\circ$

33. 다음 그림에서 두 원은 두 점 C, D 에서 만나고, $\angle EFC = 70^\circ$, $\angle BAD = 95^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 20°

② 25°

③ 30°

④ 35°

⑤ 40°

해설

보조선 CD 를 연결하면 내접하는 사각형의 성질에 의해 $\angle DAB = \angle DCF = 95^\circ$ 이고 대각의 합 $\angle DEF = 180^\circ - \angle DCF = 85^\circ$ 이다.

따라서 $\angle x = 180^\circ - 70^\circ - 85^\circ = 25^\circ$ 이다.