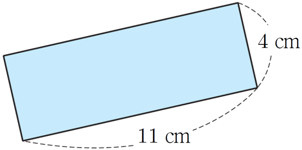
1.

직사각형의 넓이를 구하려고 합니다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.



$$(\text{넓이})=\boxed{}\times\boxed{}=\boxed{}(\text{cm}^2)$$

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 5

해설

2. 다음은 $y = 2x^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 0)$ 이다.

② y축에 대칭인 포물선이다.

③ 아래로 볼록한 모양이다.

④ y 의 값의 범위는 $y \le 0$ 이다.

⑤ $y = -2x^2$ 과 x축에 대하여 대칭이다.

해설

① 꼭짓점은 $(0, 0)$

④ y 의 값의 범위는 $y \ge 0$

3. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하였더니 $y = -x^2 + 4x + 2$가 되었다. $m + n$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$\begin{aligned} y &= -(x-m)^2 + n \\ &= -\left(x^2 - 2mx + m^2\right) + n \\ &= -x^2 + 2mx - m^2 + n \end{aligned}$$

$2m = 4$

$\therefore\ m = 2$

$-m^2 + n = 2$

$-4 + n = 2$

$\therefore\ n = 6$

$\therefore\ m + n = 2 + 6 = 8$

4. 이차함수 $y = -x^2 + 2x - 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 1$

해설

$y = -x^2 + 2x - 3$
$y = -(x - 1)^2 - 2$

따라서 꼭짓점이 $(1,\ -2)$ 인 위로 볼록한 그래프이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위는 $x > 1$

5. 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 후 다시 x축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 6 만큼 평행이동시켰더니 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프가 되었다. 이 때, apq 의 값은?

① 6 ② -6 ③ 8 ④ 9 ⑤ -9

해설

x축에 대하여 대칭이동하면

$y=-\frac{1}{2}x^2$

x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 6만큼 평행이동하면

$y=-\frac{1}{2}(x+3)^2+6$

$\therefore a=-\frac{1}{2},\ p=-3,\ q=6$

$\therefore apq=\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-3)\times 6=9$

6. 다음 중 주어진 조건을 모두 만족하는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?

보기

㉠ 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 폭이 같다.

㉡ 꼭짓점은 제 4 사분면 위에 있다.

㉢ 아래로 볼록하다.

㉣ y 절편이 양수이다.

① $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-1$
② $y=\frac{1}{2}(x+3)^2+1$
③ $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-3$
④ $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+3$
⑤ $y=-\frac{1}{2}(x-3)^2-3$

해설

㉠ 에서 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 폭이 같은 것은 이차항의 계수가 $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ 이다.
㉡ 꼭짓점의 x 좌표가 양수, y 좌표가 음수이다.
㉢ 아래로 볼록하므로 이차항의 계수가 양수이다.
㉣ y 절편이 양수이다.
이 조건을 만족하는 이차함수식은 ①이다.

7. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 3$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p + q$ 의 값은?

① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$$
\begin{aligned}
y &= -x^2 + 2x + 3 \\
&= -\left(x^2 - 2x + 1 - 1\right) + 3 \\
&= -(x-1)^2 + 4
\end{aligned}
$$

$\therefore\ p = 1,\ q = 4$

$\therefore\ p + q = 1 + 4 = 5$

8. $y = -2x^2 - 4x + 10$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x의 값의 범위는?

① $x > 1$ ② $x < 1$ ③ $x > 0$

④ $x > -1$ ⑤ $x < -1$

해설

$$y = -2x^2 - 4x + 10$$
$$= -2(x+1)^2 + 12$$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = -1$ 이므로

따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는 $\{x \mid x > -1\}$ 이다.

9. 두 함수 $(a^2-3a+2)y^2+2y-4x^2-1=0$과 $y=(2a^2-8)x^2-3x+1$이 모두 y 가 x 에 관한 이차함수가 되도록 상수 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

i) $(a^2-3a+2)y^2+2y-4x^2-1=0$이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2-3a+2=0$ 이어야 하므로 $(a-1)(a-2)=0$

$\therefore a=1$ 또는 $a=2$

ii) $y=(2a^2-8)x^2-3x+1$이 x에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2-8\neq 0$ 이어야 하므로 $a\neq \pm 2$

i), ii) 에 의하여 $a=1$ 이다.

10. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4,\ 8)$, $\left(b,\ \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 $(b,\ c)$ 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2 ② $-\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4,\ 8)$, $\left(b,\ \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

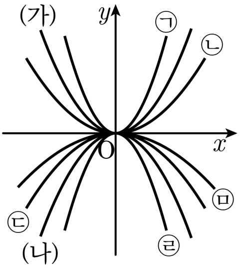
$a = \frac{1}{2}$, $b = -3$ 이다.

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 이고 $(-3, c)$ 를 지나므로

$\therefore\ c = -\frac{9}{2}$

11. 다음 그림은 모두 꼭짓점이 원점인 포물선이고, $y = x^2$ ⋯(가), $y = -x^2$ ⋯(나)이다. $-1 < a < 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프로 알맞은 것은?



① ㉠　　② ㉡　　③ ㉢

④ ㉣　　⑤ ㉤

해설

$0 < -a < 1$ 이므로 (가)와 x 축 사이에 있는 그래프를 찾으면 ㉡ 이다.

12. 이차함수 $y=-\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3},\ -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

① 4 ② 5 ③ -5 ④ -3 ⑤ -2

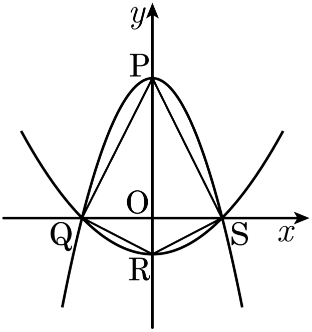
해설

$y=-\frac{2}{3}x^2+m$ 에 점 $(\sqrt{3},\ -5)$ 를 대입하면

$-5=-\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2+m$

$\therefore m=-3$

13. 함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하고, $y=\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그림을 나타낸 것이다. 이 때 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?



㉠ 점 $\mathrm{P}(0,4)$ 이고, 점 $\mathrm{R}(0,-1)$ 이다.
㉡ 점 $\mathrm{Q}(2,0)$ 이고, 점 $\mathrm{S}(-2,0)$ 이다.
㉢ $\overline{\mathrm{QS}}=8$ 이다.
㉣ $\triangle\mathrm{PRS}=5,\ \triangle\mathrm{QPR}=8$ 이다.
㉤ $\square\mathrm{PQRS}=12$ 이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-x^2+4$

함수 $y=\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{4}x^2-1$

$y=-x^2+4$ 에 $y=0$ 을 대입하면 점 $\mathrm{Q}(-2,0),\ \mathrm{S}(2,0)$ 이다.
$\overline{\mathrm{QS}}=4$
또, $\mathrm{P}(0,\ 4)$ 이고 $\mathrm{R}(0,\ -1)$
$\triangle\mathrm{PRS}=\triangle\mathrm{QPR}=5$
따라서 옳은 것은 ㉠이므로 1 개이다.

14. 이차함수 $y=\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 0)$ 이 되도록 평행이동하면 점 $(k,\ 6)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : -1

해설

이차함수 $y=\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 0)$ 이 되도록 평행이동하면 $y=\frac{2}{3}(x-2)^2$ 이다. 점 $(k,\ 6)$ 을 지나므로 대입하면 $6=\frac{2}{3}(k-2)^2,\ 9=(k-2)^2,\ k-2=\pm3$ 따라서 $k=5,\ -1$ 이다.

15. 이차함수 $y = 2(x+p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ a)$ 이고, 점 $\left(-\frac{1}{2},\ b\right)$ 를 지난다. 이 때, 상수 $a,\ b,\ p$ 의 곱 abp 의 값은?

① $\frac{11}{3}$　　② 13　　③ $-\frac{11}{3}$　　④ $\frac{13}{2}$　　⑤ $-\frac{13}{2}$

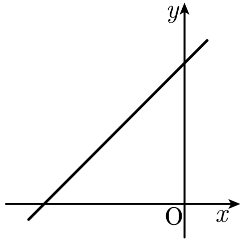
해설

$y = 2(x+p-1)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $\left(1-p,\ \frac{1}{2}\right)$ 이므로 $1-p=2,\ p=-1,\ \ a=\frac{1}{2}$ 이다.

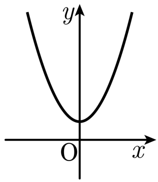
$y = 2(x-2)^2 + \frac{1}{2}$ 의 좌표가 점 $\left(-\frac{1}{2},\ b\right)$ 를 지나므로 $b = 2\left(-\frac{1}{2}-2\right)^2 + \frac{1}{2},\ \ b = 13$ 이다.

$\therefore\ abp = \frac{1}{2} \times 13 \times (-1) = -\frac{13}{2}$

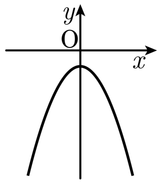
16. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?



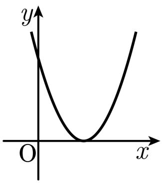
①



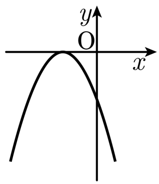
②



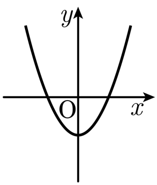
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서
$a > 0, b > 0$ 이다.

17. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y = -(x-2)^2$

② $y = \dfrac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③ $y = \dfrac{1}{3}x^2 + \dfrac{1}{3}$

④ $y = -3x^2 + x$

⑤ $y = -\dfrac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.
a 의 절댓값을 각각 구하면
① 1
② 2
③ $\dfrac{1}{3}$
④ 3
⑤ $\dfrac{5}{2}$
이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

18. 이차함수 $y = 3x^2 + 2x + a$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 + 2)$ 를 지나고 x 축과 두 점에서 만나도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$a^2 + 2 = 3a^2 + 2a + a,\ 2a^2 + 3a - 2 = 0,$

$(2a - 1)(a + 2) = 0$

$\therefore a = \frac{1}{2},\ \ -2$

x 축과 두 점에서 만나므로

$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot a > 0\ ,\ a < \frac{1}{3}$

$\therefore\ a = -2$

19. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 3)$ 일 때, 이 그래프가 제 2 사분면을 지나지 않을 a 의 값의 범위는? (단, $a \neq 0$ 임)

① $a < -\frac{4}{3}$ ② $a \leq -\frac{4}{3}$ ③ $a < \frac{3}{4}$
④ $a \leq -\frac{3}{4}$ ⑤ $a > \frac{4}{3}$

해설

a 의 부호에 따라 그래프의 모양이 다르므로 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 생각해야 한다면

$a > 0$ 이면 항상 제 2 사분면을 지난다.

$a < 0$ 이면 y 절편이 양수일 때에는 제 2 사분면을 지나고 y 절편이 음수이거나 0 일 때 제 2 사분면을 지나지 않는다.

꼭짓점이 $(2,\ 3)$ 이므로 $y = a(x-2)^2 + 3$ 이다.

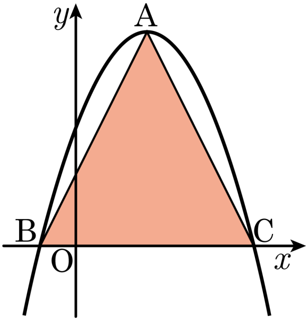
즉, $y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$ 이다.

여기서 y 절편은 $4a + 3$ 이다.

$4a + 3 \leq 0$

$\therefore a \leq -\frac{3}{4}$

20. 다음은 $y = a(x-2)^2 + 6$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 18 일 때, a 의 값을 구하면?



① -2　　② $-\frac{5}{3}$　　③ $-\frac{4}{3}$　　④ -1　　⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

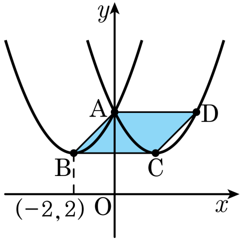
$18 = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 6,\ 18 = 3\ \overline{BC},\ \overline{BC} = 6$

따라서 점 B 의 좌표는 $(-1,\ 0)$ 이고, C 의 좌표는 $(5,\ 0)$ 이다.

$y = a(x-2)^2 + 6$ 에 $(5,\ 0)$ 을 대입하면 $9a + 6 = 0$ 이다.

$\therefore a = -\frac{2}{3}$

21. 다음 그림은 이차함수 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2+2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동시킨 것이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 점 B와 C는 두 포물선의 꼭짓점이다.)



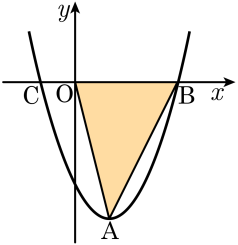
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y=\frac{1}{2}(x+2)^2+2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동시키면 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+2$ 이다. 꼭짓점이 $(-2,\ 2)$ 에서 $(2,\ 2)$ 로 변하였고 점 A의 좌표는 $(0,\ 4)$ 이므로 평행사변형의 가로의 길이는 4 , 높이는 2 이다. 따라서 넓이는 $4\times 2=8$ 이다.

22. 다음 포물선 $y=x^2-2x-3$ 의 꼭짓점을 A 라 하고, x 축과의 교점을 B, C 라 할 때, △ABO 의 넓이는?



① 16 ② 8 ③ 12

④ 6 ⑤ 10

해설

$y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$

A 의 좌표는 $(1,\ -4)$ 이다.

x 축과 교점은 $y=0$ 일 때이므로

$0=(x-1)^2-4$ 이다.

따라서 $x=-1$ 또는 $x=3$ 이다.

B 의 좌표는 $(3,\ 0)$ 이다.

$\therefore \triangle ABO=\dfrac{1}{2}\times 3\times 4=6$

23. 일차함수 $y = 2x + 5$ 와 이차함수 $y = x^2 + 6x - 7$ 의 그래프의 교점과 이차함수의 꼭짓점이 이루는 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$y = x^2 + 6x - 7$ 과 $y = 2x + 5$ 의 교점의 좌표를 구하면

$2x + 5 = x^2 + 6x - 7$

$x^2 + 4x - 12 = 0$

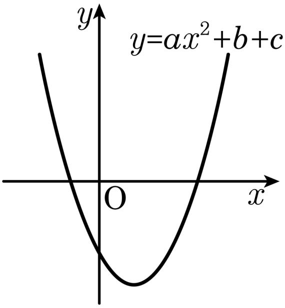
$(x + 6)(x - 2) = 0$

$\therefore\ (-6,\ -7),\ (2,\ 9)$

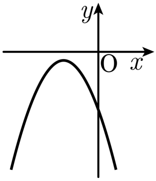
$y = x^2 + 6x - 7 = (x + 3)^2 - 16$ 이므로 꼭짓점은 $(-3,\ -16)$ 이다.

교점 $(-6,\ -7)$, $(2,\ 9)$ 과 꼭짓점 $(-3,\ -16)$ 이 이루는 삼각형의 넓이는 60 이다.

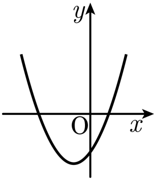
24. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프의 모양은 어느 것인가?



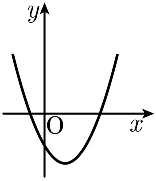
①



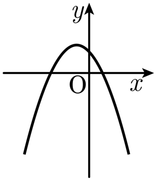
②



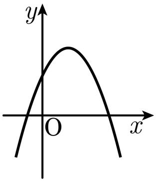
③



④



⑤



해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\dfrac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편 $c < 0$

따라서 $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 x 좌표 $-\dfrac{b}{2c} < 0$, y 절편 $a > 0$ 인 포물선이다.

25. 이차함수 $f(x)=x^2-3$에 대하여 $f^1(x)=f(x)$, $f^{n+1}=f(f^n(x))$라 할 때, $f^{1111}(1)$의 값을 구하여라.

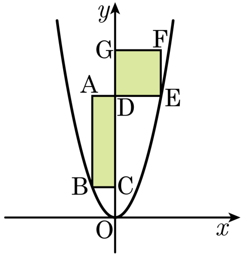
▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f^1(1)=-2$$
$$f^2(1)=f(-2)=1$$
$$f^3(1)=f(1)=-2$$
$$f^4(1)=f(-2)=1$$
$$\vdots$$
$$\therefore\ f^{1111}(1)=-2$$

26. 다음 그림에서 포물선은 $y=2x^2$ 이고, 직사각형 ABCD 의 넓이와 정사각형 DEFG 의 넓이는 같다. $\overline{DE}=2\overline{AD}$ 일 때, 점 E 의 x 좌표값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

점 E 의 x 좌표값을 p 라 하면 $\overline{DE}=2\overline{AD}=p$ 이다.

$\square ABCD=\square DEFG$ 에서 $\overline{AD}\times\overline{CD}=\overline{DE}^2$,

$\frac{1}{2}\overline{DE}\times\overline{CD}=\overline{DE}^2$

$\therefore\ \overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{CD}$, $\overline{CD}=2p\quad\cdots$㉠

또, $\overline{BC}=\overline{AD}=\frac{p}{2}$ 이므로 점 B$\left(-\frac{p}{2},\ \frac{p^2}{2}\right)$, $\overline{OC}=\frac{p^2}{2}$,

$\overline{DE}=p$ 에서 점 E$(p,\ 2p^2)$, $\overline{OD}=2p^2$

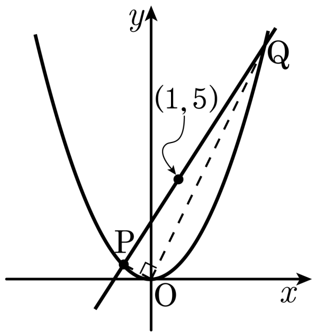
$\therefore\ \overline{CD}=\overline{OD}-\overline{OC}=2p^2-\frac{p^2}{2}=\frac{3}{2}p^2\quad\cdots$㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{3}{2}p^2=2p$, $p(3p-4)=0$

$\therefore\ p=\frac{4}{3}(\because\ p>0)$

따라서 점 E 의 x 좌표값은 $\frac{4}{3}$ 이다.

27. 다음 그림과 같이 점 $(1,\ 5)$를 지나는 직선이 포물선 $y=x^2$과 원점이 아닌 두 점 P, Q에서 만난다. $\angle\mathrm{POQ}=90°$ 일 때, 직선 PQ의 방정식은?



① $y=x+4$ ② $y=2x+3$ ③ $y=3x+2$

④ $y=4x+1$ ⑤ $y=\frac{1}{2}x+\frac{9}{2}$

해설

직선 PQ의 기울기를 a라 하면 점 $(1,\ 5)$를 지나므로 $y-5=a(x-1)$

$\therefore y=ax-a+5$

$y=x^2,\ y=ax-a+5$의 교점의 x좌표를 $\alpha,\ \beta$라 할 때,

$\alpha,\ \beta$는 방정식 $x^2=ax-a+5$, 즉 $x^2-ax+a-5=0\cdots\cdots$ ㉠

의 근이다.

점 $\mathrm{P}\left(\alpha,\ \alpha^2\right)$, $\mathrm{Q}\left(\beta,\ \beta^2\right)$이고, 직선 PO와 QO의 기울기는 각각

$\frac{\alpha^2}{\alpha}=\alpha,\ \frac{\beta^2}{\beta}=\beta$이고,

$\overline{\mathrm{PO}}\perp\overline{\mathrm{QO}}$이므로 $\alpha\beta=-1\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $a-5=-1$ ($\because$근과 계수관계)

$\therefore a=4$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=4x+1$

28. 이차함수 $y=\frac{4}{3}x^2$ 의 그래프와 직선 $y=48$ 사이에 둘러싸인 도형 내부의 좌표 중, x, y좌표의 값이 모두 자연수인 점의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 170 개

해설

$y=\frac{4}{3}x^2$ 의 그래프와 직선 $y=48$ 이 만나는 두 점은 각각 $(-6,\ 48)$, $(6,\ 48)$
둘러싸인 부분의 x 좌표의 범위는 $-6 \le x \le 6$ 이므로 이 범위 안의 자연수는 $1,\ 2,\ \cdots,\ 6$ 의 6 개가 있다.
(1) $y=16$ 위에 있는 자연수인 점은 $(1,\ 16)$, $(2,\ 16)$, $\cdots (6,\ 16)$ 로 6 개가 있다.
(2) $y=\frac{4}{3}x^2$ 의 그래프 위에 있는 자연수인 점은 $(3,\ 12)(6,\ 48)$ 의 2 개가 있다.
따라서
x 좌표가 6 일 때 : 1 개
x 좌표가 5 일 때 :
y 좌표는 34 부터 48 까지이므로 15 개
x 좌표가 4 일 때 :
y 좌표는 22 부터 48 까지이므로 27 개
x 좌표가 3 일 때 :
y 좌표는 12 부터 48 까지이므로 37 개
x 좌표가 2 일 때 :
y 좌표는 6 부터 48 까지이므로 43 개
x 좌표가 1 일 때 :
y 좌표는 2 부터 48 까지이므로 47 개
$\therefore\ 1+15+27+37+43+47=170$ (개)

29. $f(-3)=15,\ f(x^2)\cdot(x^2+x+3)=f(x)$ 를 만족하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(-9)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{125}{93}$

해설

$f(x^2)\cdot(x^2+x+3)=f(x)$ 에서 $x=-3$ 을 대입하면 $9f(9)=f(-3)=15$

$\therefore\ f(9)=\dfrac{5}{3}$

따라서

$f(x^2)\cdot(x^2+x+3)=f(x)$ 에서 $f(x^2)=\dfrac{f(x)}{(x^2+x+3)}$ 이고

$f(x^2)\cdot(x^2-x+3)=f(-x)$ 이므로

$$\begin{aligned} f(-x) &= f(x^2)\cdot(x^2-x+3) \\ &= \frac{f(x)}{(x^2+x+3)}\cdot(x^2-x+3) \end{aligned}$$

이 식에 $x=9$ 를 대입하면

$f(-9)=\dfrac{\frac{5}{3}}{93}\times 75=\dfrac{125}{93}$ 이다.

30. 이차함수 $y=-x^2-2x+p$ 의 그래프에서 x축과의 두 교점을 A, B라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=4$ 일 때, 꼭짓점의 x 좌표는?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y=-x^2-2x+p=-(x+1)^2+p+1$
축의 방정식이 $x=-1$ 이고 $\overline{\mathrm{AB}}=4$ 이므로
$\therefore \mathrm{A}(-3,\ 0), \mathrm{B}(1,\ 0)$
$\mathrm{B}(1,\ 0)$ 을 $y=-x^2-2x+p$ 에 대입하면 $-1^2-2+p=0, \ \therefore p=3$
$\therefore y=-(x+1)^2+4$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 4)$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 -1 이다.

31. 이차함수 $y = x^2 - 6kx + 9k^2 - 4$ 의 그래프의 꼭짓점을 A, y 절편을 B, x 절편을 각각 C, D 라 할 때, 사각형 ABCD 의 넓이가 36 가 되는 모든 k 의 값의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = x^2 - 6kx + 9k^2 - 4 = (x - 3k)^2 - 4$

$\therefore\ \mathrm{A}(3k,\ -4),\ \mathrm{B}(0,\ 9k^2 - 4)$

$y = x^2 - 6kx + 9k^2 - 4$ 에서 $x = 3k - 2$ 또는 $3k + 2$

$\therefore\ \mathrm{C}(3k - 2,\ 0),\ \mathrm{D}(3k + 2,\ 0)$

$k > 0$ 이므로 y 절편, 두 개의 x 절편 모두 0 보다 크다.

$$\begin{aligned}\therefore\ \square\mathrm{ABCD} &= \triangle\mathrm{CAD} + \triangle\mathrm{BCD} \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times (3k + 2 - 3k + 2) \\ &\quad + \frac{1}{2} \times (9k^2 - 4)(3k + 2 - 3k + 2) \\ &= 36\end{aligned}$$

이 식을 정리하면 $8 + 2 \times (9k^2 - 4) = 36$

$k^2 = 2 \qquad \therefore\ k = \pm\sqrt{2}$

따라서 k 값의 곱은 $\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$ 이다.

32. 다음 중 이차함수에 대한 설명이 옳지 않는 것은?

① $y = x^2$ 에서 $x > 0$ 일 때, x값이 증가하면 y값도 증가한다.

② $y = ax^2 + b(a \neq 0)$는 $x = b$를 축으로 하고 점 $(0,\ b)$를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

③ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.

④ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서 $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.

⑤ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때, a가 커지면 폭이 넓어진다.

해설

① 아래로 볼록이므로 축의 오른쪽(축보다 큰 범위)에서 x값이 증가하면 y값도 증가한다.
② $x = 0$(y축)을 축으로 하고, $(0,\ b)$를 꼭짓점으로 한다.
③ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.
④ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서의 $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.
⑤ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때 a가 커지면 $|a|$ 이 작아지므로 폭은 넓어진다.