

1. 실수 전체의 집합에 대하여 공집합이 아닌 부분집합  $X$ 를 정의역으로 하는 두 함수  $f(x) = 2x^2 - 10x - 5, g(x) = -x^2 + 2x + 10$ 이 서로 같을 때, 집합  $X$ 의 개수는 몇 개인가?

① 0개      ② 1개      ③ 2개      ④ 3개      ⑤ 4개

해설

$f(x) = g(x)$  이므로  
 $2x^2 - 10x - 5 = -x^2 + 2x + 10$ 에서  
 $3x^2 - 12x - 15 = 0, 3(x^2 - 4x - 5) = 0$   
 $(x - 5)(x + 1) = 0$   
 $\therefore x = 5, -1$   
즉,  $x = 5$  또는  $x = -1$  일 때  $f(x) = g(x)$  이다.  
 $\therefore X = \{-1\}, \{5\}, \{-1, 5\}$

2. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 1) \\ ax + b & (x > 1) \end{cases} \text{가 일대일대응이 되도록 하는 두 상수 } a, b$$

의 값으로 적당한 것은 무엇인가?

- ①  $a = 1, b = -1$       ②  $a = 1, b = 1$       ③  $a = 2, b = -1$   
④  $a = 2, b = 0$       ⑤  $a = -1, b = 2$

해설

$f$ 가 일대일대응이 되려면

$y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같아야 한다.

즉, 직선  $y = ax + b$ 가

점  $(1, 1)$ 을 지나야 하므로

$$a + b = 1 \quad \cdots \textcircled{1}$$

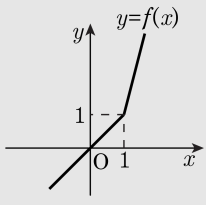
또, 직선  $y = x$ 의 기울기가 양이므로 직선

$y = ax + b$ 의 기울기도 양이어야 한다.

$$\therefore a > 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

따라서 주어진 보기 중 ①, ②을

모두 만족시키는 것은 ③이다.



3. 두 함수  $f(x) = 3x - 5$ ,  $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여  $(g \circ f)(2)$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\therefore (g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(1) = 2$$

4. 두 함수  $f(x) = 3x - 1$ ,  $g(x) = 4 - 3x$ 에 대하여  $h \circ f = g$ 를 만족하는 일차함수  $h(x)$ 는?

①  $h(x) = \frac{1}{3}(x + 1)$

②  $h(x) = 3x - 1$

③  $h(x) = x - 3$

④  $h(x) = 3 - x$

⑤  $h(x) = x + 3$

해설

$(h \circ f)(x) = 4 - 3x$ 에서

$f(x) = t$ 라 하면  $t = 3x - 1$ ,  $3x = t + 1$

$x = \frac{1}{3}(t + 1)$ 을 대입하면

$$h(t) = 4 - 3 \times \frac{1}{3}(t + 1) = 3 - t$$

$$\therefore h(x) = 3 - x$$

5. 실수 전체의 집합  $R$  에서  $R$  로의 함수  $f$  가  $f : x \rightarrow x + 1$  로 주어질 때,  $f^{2006}(2)$  의 값은 얼마인가? (단,  $f^1 = f$ ,  $f^{n+1} = f \circ f^n$ ,  $n$  은 자연수)

① 2002      ② 2004      ③ 2006      ④ 2008      ⑤ 2010

해설

$$f^2(x) = f(f(x)) = (x + 1) + 1 = x + 2$$

$$f^3(x) = f(f^2(x)) = (x + 2) + 1 = x + 3$$

$$f^4(x) = f(f^3(x)) = (x + 3) + 1 = x + 4$$

$\vdots$

이상에서  $f^n(x) = x + n$  이므로

$$f^{2006}(x) = x + 2006$$

$$\therefore f^{2006}(2) = 2 + 2006 = 2008$$

6. 실수 전체의 집합  $R$  에서  $R$  로의 함수  $f(x) = ax + b$  에 대하여  $f(1) = 4$  ,  $f^{-1}(6) = 2$  가 성립할 때,  $a^2 + b^2$  의 값을 구하여라. (단,  $a, b$  는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$f(x) = ax + b$  에 대하여  $f(1) = 4$  이므로

$$a + b = 4 \cdots \textcircled{1}$$

$f^{-1}(6) = 2$  에서  $f(2) = 6$  이므로

$$2a + b = 6 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면  $a = 2$  ,  $b = 2$

$$\therefore a^2 + b^2 = 8$$

7. 다음에서  $f = f^{-1}$  를 만족시키는 함수를 모두 고른 것은?

|                        |                   |
|------------------------|-------------------|
| ㉠ $f(x) = x + 2$       | ㉡ $f(x) = -x - 1$ |
| ㉢ $f(x) = \frac{1}{x}$ | ㉣ $f(x) = 2x$     |

- ① ㉠, ㉡    ② ㉠, ㉢    ③ ㉠, ㉣    ④ ㉡, ㉢    ⑤ ㉡, ㉣

해설

$(f \circ f)(x) = x$  인지 확인한다.  
㉠  $(f \circ f)(x) = x + 4$   
㉡  $(f \circ f)(x) = x$   
㉢  $(f \circ f)(x) = x$   
㉣  $(f \circ f)(x) = 4x$   
따라서  $f = f^{-1}$  를 만족시키는 함수는 ㉡, ㉢이다.

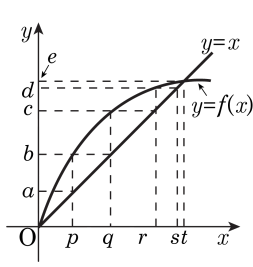
8. 림은  $y = f(x)$  와  $y = x$  의 그래프이다. 이를 이용하여  $(f \circ f)(x) = d$  를 만족시키는  $x$  의 값은 얼마인가?

- ①  $p$

②  $q$

③  $r$
- ④  $s$

⑤  $t$



해설

$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = d \cdots \cdots \textcircled{1}$   
 그런데, 주어진 그래프에서  $f(r) = d$  이므로  
 $\textcircled{1}$ 에서  $f(x) = r$   
 $\therefore r = c$  에서  $f(x) = r = c$   
 $\therefore x = q$

9. 세 함수  $f, g, h$  에 대하여  $f(x) = x + 4$ ,  $g(x) = -2x + 3$  이고  $(f^{-1} \circ g^{-1} \circ h)(x) = f(x)$  가 성립할 때,  $h^{-1}(5)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-9$

해설

두 함수  $f(x) = x + 4$ ,  $g(x) = -2x + 3$  에 대하여

$f^{-1} \circ g^{-1} \circ h = f$  이므로

$g^{-1} \circ h = f \circ f$ ,  $h = g \circ f \circ f$

$\therefore h(x) = g(f(f(x)))$   
 $= g(f(x + 4))$   
 $= g((x + 4) + 4)$   
 $= g(x + 8)$   
 $= -2(x + 8) + 3 = -2x - 13$

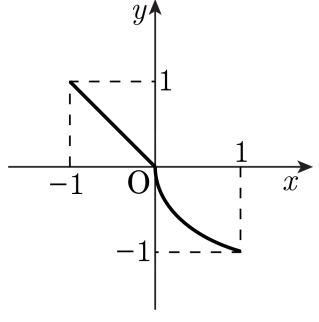
$h^{-1}(5) = a$  라고 하면  $h(a) = 5$

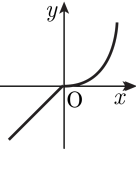
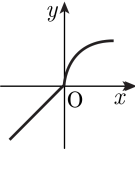
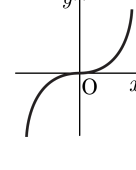
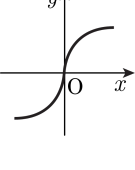
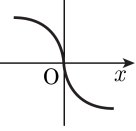
$-2a - 13 = 5$ ,  $-2a = 18$

$\therefore a = -9$

$\therefore h^{-1}(5) = -9$

10.  $-1 \leq x \leq 1$  에서 정의된 함수  $f$  를  $f(x) = \begin{cases} -x & (-1 \leq x \leq 0) \\ -\sqrt{x} & (0 \leq x \leq 1) \end{cases}$  로 정의하고,  $g = f \circ f$  라 할 때, 다음 중  $g^{-1}(x)$  의 그래프를 그리면?



- ① 
- ② 
- ③ 
- ④ 
- ⑤ 

#### 해설

$-1 \leq x \leq 0$  일 때,  $f(x) = -x \geq 0$  이므로  
 $g(x) = f(f(x)) = f(-x) = -\sqrt{-x}$  이다.  
 $0 \leq x \leq 1$  일 때  $f(x) = -\sqrt{x} < 0$  이므로  
 $g(x) = f(f(x)) = f(-\sqrt{x}) = -(-\sqrt{x}) = \sqrt{x}$

$g(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & (0 \leq x \leq 1) \\ -\sqrt{-x} & (-1 \leq x \leq 0) \end{cases}$  이므로

$y = g(x)$  의 그래프는 ④이다.

또한  $y = g^{-1}(x)$  의 그래프는  $y = g(x)$  의 그래프를 직선  $y = x$  에 대하여 대칭이동한 것이므로 ③이다.