1. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① 작은 짝수의 모임

② 우리나라 광역시의 모임

③ 10 보다 작은 자연수의 모임

④ 흥미로운 교과목의 모임

⑤ 우리나라에서 인구수가 많은 도시의 모임

해설

① '작은' 이라는 단어는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 될 수 없다.

④ '흥미로운' 이라는 단어는 개인에 따라 기준이 달라지므로 집합이 될 수 없다.

⑤ '많은' 이라는 단어는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 될 수 없다.

2. 다음 보기는 제주도의 숙박시설들의 모임이다. 호텔의 모임을 A , 콘도의 모임을 B , 펜션의 모임을 C 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

보기

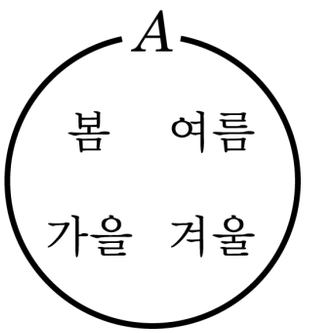
호텔 : 으뜸 호텔, 오떼 호텔
콘도 : 카나 콘도, 자연 파크 리조트
펜션 : 지중해 펜션, 삼다도 펜션, 차구도 펜션, 월령 코지

① 오떼 호텔 $\in A$
② 카나 콘도 $\notin A$
③ 으뜸 호텔 $\notin A$
④ 삼다도 펜션 $\in C$
⑤ 월령 코지 $\notin B$

해설

으뜸 호텔 $\in A$

3. 다음 벤 다이어그램을 보고, 집합 A 의 원소를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 봄

▷ 정답 : 여름

▷ 정답 : 가을

▷ 정답 : 겨울

해설

집합 A 의 원소는 '봄, 여름, 가을, 겨울' 이다.

4. 다음 중 무한집합을 모두 고르면?

① $\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,100\}$

② $\{x \mid x$는 짝수$\}$

③ $\{0\}$

④ $\{x \mid x$는 1보다 작은 자연수$\}$

⑤ $\{x \mid x$는 0과 1사이의 수$\}$

해설

②$\{2,\ 4,\ 6,\ \cdots\}$

⑤ $\{0.1,\ 0.01,\ 0.001,\ \cdots\}$

5. 다음 중에서 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $n(\varnothing) + n(\{1\}) = 1$

② $n(\{2,4\}) + n(\{1,2\}) = 4$

③ $n(\{5,6,7\}) - n(\{5,7\}) = 6$

④ $n(\{1,2\}) - n(\{1\}) = 1$

⑤ $n(\{0,2\}) + n(\{1\}) = 3$

해설

③ $n(\{5,6,7\}) = 3$, $n(\{5,7\}) = 2$ 이므로 $3 - 2 = 1$ 이다.

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $10 \in A$ ② $9 \notin A$ ③ $A \subset B$

④ $\{3\} \subset B$ ⑤ $B \not\subset A$

해설

① $10 \notin A$

② $9 \in A$

③ $A \not\subset B$

⑤ $B \subset A$

7. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 일 때, 다음 중 A 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\{1, 2, 3\}$ ② $\{0\}$ ③ ϕ

④ $\{0, 1, 2, 3\}$ ⑤ $\{2, 3, 4\}$

해설

⑤ $4 \notin A$

8. 두 집합 $A = \{a, b, \square\}, B = \{b, c, \triangle\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $\square$, $\triangle$ 안에 각각 들어갈 알파벳을 차례로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : c

▷ 정답 : a

해설

$A = B$ 이면 집합 A, B 의 모든 원소가 같아야 한다.
집합 A 의 $\square = c$ 이고, 집합 B 의 $\triangle = a$ 이다.

9. 집합 $A = \{1,\ 10\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$A = \{1,\ 10\}$ 이므로 A 의 부분집합의 개수는 원소의 개수만큼 2 를 곱한 값과 같다.
따라서 A 의 부분집합의 개수는 $2^2 = 2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

10. 집합 $A = \{x \mid x$는 14 의 약수$\}$ 에서 원소 7을 반드시 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면
$\{1, 2, 7, 14\}$ 이고, 원소 7을 반드시
포함하는 부분집합의 개수를 구하면
$\{7\}, \{1, 7\}, \{2, 7\}, \{7, 14\}, \{1, 2, 7\}, \{1, 7, 14\},$
$\{2, 7, 14\}, \{1, 2, 7, 14\}$ 이며 총 8 개 이다.

11. 다음 중 유한집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $\{\varnothing\}$

② $\{x \mid x$는 두 자리의 자연수$\}$

③ $\{x \mid x$는 분자가 1인 분수$\}$

④ $\{x \mid x$는 3으로 나누었을 때 나머지가 2인 자연수$\}$

⑤ $\{x \mid x$는 100보다 크고 101보다 작은 자연수$\}$

해설

③ $\left\{\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \cdots\right\}$: 무한집합

④ $\{2,\ 5,\ 8 \cdots\}$: 무한집합

12. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $B = \{0\}$ 이면 $n(B) = 1$ 이다.

② $C = \{x \mid x$는 10의 약수$\}$ 이면 $n(C) = 4$ 이다.

③ $D = \{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$ 이면 $n(D) = 4$ 이다.

④ $E = \{x \mid x$는 9보다 작은 홀수$\}$ 이면 $n(E) = 5$ 이다.

⑤ $n(\varnothing) = 0$이다.

해설

④ $E = \{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$이므로 $n(E) = 4$이다.

13. 집합 $A = \{1,\ 3,\ 5\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 집합 B 가 될 수 없는 것은? (단, 소수는 1 보다 큰 자연수 중에 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.)

① $\{x|x$는 10이하의 홀수$\}$
② $\{x|x$는 15의 약수$\}$
③ $\{x|x$는 10이하의 자연수$\}$
④ $\{x|x$는 10이하의 소수$\}$
⑤ $\{x|x$는 5이하의 홀수$\}$

해설

① $\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$
② $\{1,\ 3,\ 5,\ 15\}$
③ $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$
④ $\{2,\ 3,\ 5,\ 7\}$
⑤ $\{1,\ 3,\ 5\}$

14. 세 집합 A, B, C 가 $A \subset B \subset C$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? (단, $A \neq B \neq C$ 이다.)

① $\varnothing \subset A$ ② $A \subset C$ ③ $C \not\subset B$

④ $B \subset A$ ⑤ $C^C \subset B^C$

해설

④ $A \neq B$ 이므로 $B \not\subset A$ 이다.

15. 두 집합

$A = \{x \mid x$는 28의 약수$\}$,

$B = \{1,\ 2,\ 14,\ 28,\ a,\ b\}$

에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

$A = \{1,\ 2,\ 4,\ 7,\ 14,\ 28\}$ 이고

$B = \{1,\ 2,\ 14,\ 28,\ a,\ b\}$ 이므로

$a + b = 4 + 7 = 11$ 이다.

16. 다음 두 집합 A, B 에 대하여 $A = B$ 인 것은?

① $A = \{a,\ b,\ c\}$, $B = \{b,\ c,\ d\}$

② $A = \{x \mid x$는 100보다 작은 홀수$\}$,
$B = \{x \mid x$는 10보다 큰 홀수$\}$

③ $A = \{1,\ 2,\ 2\times 2,\ 2\times 2\times 2,\ 2\times 2\times 2\times 2\}$,
$B = \{x \mid x$는 16의 약수$\}$

④ $A = \{\varnothing\}$, $B = \{0\}$

⑤ $A = \{6,\ 12,\ 18,\ 24,\ \cdots\}$,
$B = \{x \mid x$는 20 보다 작은 6의 배수$\}$

해설

① $A = \{a,\ b,\ c\}$, $B = \{b,\ c,\ d\}$이므로 포함 관계 없음.

② $A = \{1,\ 3,\ \cdots,\ 99\}$, $B = \{11,\ 13,\ 15,\ \cdots\}$이므로 포함 관계 없음.

③ $A = \{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16\}$, $B = \{1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16\}$이므로 $A = B$

④ $A = \{\varnothing\}$, $B = \{0\}$이므로 포함 관계 없음.

⑤ $A = \{6,\ 12,\ 18,\ 24,\ \cdots\}$, $B = \{6,\ 12,\ 18\}$이므로 $B \subset A$

17. 두 집합 A, B에 대하여 $A = \{a^2 + 1,\ 2\}$, $B = \{a - 1,\ 10\}$이고 $A = B$일 때, 실수 a의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$A = B$ 이므로 두 집합의 원소는 서로 같다.

$a - 1 = 2$ 에서 $a = 3$,

이것은 $a^2 + 1 = 10$ 을 만족한다.

$\therefore\ a = 3$

18. 집합 $A = \{2, x+2\}, B = \{4, 2y\}$ 일 때, $A = B$ 를 만족시키는 x, y 에 대하여 $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x - y = 1$

해설

$A = \{2, x+2\}, B = \{4, 2y\}$ 일 때, $A = B$ 이므로 $x+2 = 4, 2y = 2$

$\therefore \ x = 2, y = 1$

$\therefore x - y = 2 - 1 = 1$

19. 두 집합 $A = \{x-2 \mid -4 < x \le 3\}$, $B = \{x+a \mid -1 \le x < 7\}$에 대하여 $A \subset B$가 되게 하는 실수 a의 값의 범위는?

① $-4 \le a < -3$ ② $-4 < a \le -3$ ③ $-6 \le a < -5$

④ $-6 < a \le -5$ ⑤ $-7 \le a \le -5$

해설

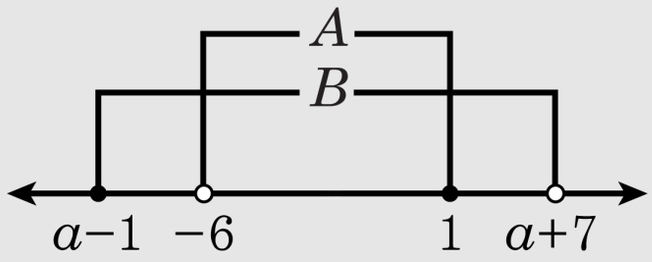
$-4 < x \le 3$ 에서 $-6 < x-2 \le 1$

$\therefore A = \{x \mid -6 < x \le 1\}$

$-1 \le x < 7$에서 $a-1 \le x+a \le 7+a$

$\therefore B = \{x \mid a-1 \le x \le 7+a\}$

이때, $A \subset B$를 만족하도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



즉, $a-1 \le -6$, $7+a > 1$

$\therefore -6 < a \le -5$

20. 집합 $A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$에 대하여 $\{1, 2\} \subset X$이고 $X \subset A$를 만족하는 집합 X가 될 수 없는 것은?

① $\{1, 2\}$
② $\{1, 2, 4\}$
③ $\{2, 4, 8\}$
④ $\{1, 2, 4, 8\}$
⑤ $\{1, 2, 4, 8, 16\}$

해설

$\{1, 2\} \subset X$이고 $X \subset A$이므로 A의 부분집합 중 1, 2를 항상 포함하여야 한다.
그러므로 1을 포함하지 않은 $\{2, 4, 8\}$이 집합 X가 될 수 없다.

21. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 에 대하여 원소 3, 6, 12 를 포함하는 부분집합의 개수는?

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 4 개 ⑤ 8 개

해설

집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 에서 원소 3, 6, 12 를 포함한 부분집합의 개수는 원소 3, 6, 12 를 뺀 $\{1, 2, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8$(개) 이다.

22. 집합 $A = \{x | 1 \leq x \leq 10,\ x$는 자연수$\}$의 부분집합 중에서 홀수는 반드시 포함하고, 4의 배수는 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

① 4개 ② 8개 ③ 16개 ④ 32개 ⑤ 64개

해설

$2^{10-5-2} = 2^3 = 8$(개)

23. 집합 $A = \{1, 2, \cdots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 8 개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2^n = 8 \ \therefore n = 3$

24. 원소의 개수가 3 인 집합 A 가 다음 조건을 만족한다.

(가) $5 \in A$

(나) $x \in A$ 이면 $\dfrac{1}{1-x} \in A$

이 때 집합 A 의 모든 원소의 곱은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$5 \in A$ 이므로 $\dfrac{1}{1-5} = -\dfrac{1}{4} \in A$

또 $\dfrac{1}{1-\left(-\dfrac{1}{4}\right)} = \dfrac{1}{\dfrac{5}{4}} = \dfrac{4}{5} \in A$

$\dfrac{1}{1-\dfrac{4}{5}} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{5}} = 5 \in A$

$A = \left\{-\dfrac{1}{4}, \dfrac{4}{5}, 5\right\}$ 에서 A 의 모든 원소의 곱은 $-\dfrac{1}{4} \times \dfrac{4}{5} \times 5 = -1$

이다.

25. 집합 S 는 다음 조건을 만족한다고 한다.

(i) $2 \notin S$, $a \in S$ 이면 $\dfrac{1}{2-a} \in S$
(ii) 3은 집합S 의 원소이다.

이때, 집합 S 의 원소 중 정수인 것을 구하여라. (단, 3은 제외)

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$3 \in S$ 이므로 조건에 대입하면

$\dfrac{1}{2-3} \in S$ 에서 $-1 \in S$ 이다.

또 $\dfrac{1}{2-(-1)} = \dfrac{1}{3} \in S$ 이고,

다시 대입하면 $\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{3}} = \dfrac{3}{5} \in S$

또 다시 대입하면 $\dfrac{1}{2-\dfrac{3}{5}} = \dfrac{5}{7} \in S, \cdots$

계속하면 $\dfrac{2n-1}{2n+1}$ $(n = 1, 2, 3 \cdots)$ 꼴의 수만 나타난다.