1. 다음 중 그 값이 다른 것을 고르면?

① 13 의 제곱근

② $(-\sqrt{13})^2$ 의 제곱근

③ $x^2 = 13$ 을 만족시키는 수 x

④ 제곱근 13

⑤ $\sqrt{13^2}$ 의 제곱근

해설

①, ②, ③, ⑤ $\pm\sqrt{13}$

④ (제곱근 13) = (13 의 양의 제곱근) = $\sqrt{13}$

2. 9 의 제곱근과 25 의 제곱근의 합의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

9 의 제곱근 : $-3,\ 3$

25 의 제곱근 : $-5,\ 5$

$(-3)+(-5)=-8$

3. 다음 보기 중 제곱수인 것의 개수를 구하여라.

보기

$-3,\ \sqrt{121},\ 121,\ 0,\ 36,\ -\sqrt{16},\ \sqrt{16}$

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 4 개

해설

제곱수는 $121,\ 0,\ 36,\ \sqrt{16}$ 이다.
121 은 11 의 제곱, 0 은 0 의 제곱, 36 은 6 의 제곱, $\sqrt{16}$ 은 2 의 제곱이다.

4. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\sqrt{a^2} = a$ ② $(-\sqrt{a})^2 = a$ ③ $-\sqrt{(-a)^2} = a$

④ $(\sqrt{a})^2 = a$ ⑤ $-\sqrt{a^2} = -a$

해설

$a > 0$ 일 때,

① $\sqrt{a^2} = |a| = a$

② $(-\sqrt{a})^2 = a$

③ $-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -|a| = -a$

④ $(\sqrt{a})^2 = a$

⑤ $-\sqrt{a^2} = -|a| = -a$

5. $a < 0$ 일 때, $2\sqrt{a^2} - \sqrt{(-3a)^2} + \sqrt{25a^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-4a$

해설

$2\sqrt{a^2} - \sqrt{(-3a)^2} + \sqrt{25a^2}$

$= 2\sqrt{a^2} - \sqrt{9a^2} + \sqrt{25a^2}$

$= 2|a| - |3a| + |5a|$

$= -2a + 3a - 5a = -4a$

6. $\sqrt{10+x}$ 의 값이 가장 작은 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$\sqrt{10+x}=4$

$\therefore x=6$

7. 다음 중 무리수를 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{3}$ ㉡ $\sqrt{13}$ ㉢ $\sqrt{2}+\sqrt{9}$

㉣ $-\sqrt{(-3)^2}$ ㉤ $\sqrt{\frac{9}{16}}$ ㉥ $\sqrt{(99+1)}$

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉢, ㉣

④ ㉢, ㉣, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤, ㉥

해설

㉠ $\sqrt{3}$: 무리수

㉡ $\sqrt{13}$: 무리수

㉢ $\sqrt{2}+\sqrt{9}=\sqrt{2}+3$: 무리수

㉣ $-\sqrt{(-3)^2}=-\sqrt{9}=-3$: 유리수

㉤ $\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4}$: 유리수

㉥ $\sqrt{(99+1)}=\sqrt{100}$: 유리수

8. 다음 중 유리수인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① π

② $\sqrt{1.21}$

③ $\sqrt{0.1}$

④ $0.01001000100001\ldots$

⑤ $0.\dot{1}2\dot{1}$

해설

① π 는 순환하지 않는 무한소수이다.(무리수이다.)

② $\sqrt{1.21} = \frac{11}{10}$ 의 분수꼴로 나타낼 수 있기 때문에 유리수이다.

③ $\sqrt{0.1}$ 는 순환하지 않는 무한소수이다.(무리수이다.)

④ $0.01001000100001\ldots$ 비순환소수다.(무리수이다.)

⑤ $0.\dot{1}2\dot{1} = \frac{121}{900}$ 의 분수꼴로 나타낼 수 있기 때문에 유리수이다.

9. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 두 정수 0 과 1 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

② 두 무리수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

③ 모든 유리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.

④ 모든 실수는 수직선 위의 모든 점과 일대일 대응된다.

⑤ 수직선은 유리수에 대응하는 점으로 완전히 메워져 있다.

해설

⑤ 수직선은 실수에 대응하는 점으로 완전히 메워져 있다.

10. x 가 11 의 제곱근일 때, x 와 11 의 관계식을 바르게 나타낸 것은?

① $11 = \sqrt{x}$ ② $11^2 = x$ ③ $x^2 = 11$

④ $11 = \pm\sqrt{x}$ ⑤ $x = \sqrt{11}$

해설

x 는 제곱해서 11 이 되는 수이므로 $x^2 = 11$ 이다.

$x = \pm\sqrt{11}$

11. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① $3.\dot{9}$ 의 제곱근은 ± 2 이다.

② $\sqrt{36}$ 은 ± 6 이다.

③ -4 의 제곱근은 없다.

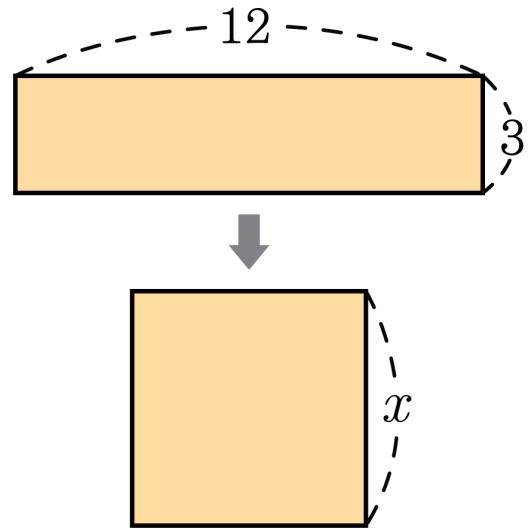
④ 음이 아닌 모든 수의 제곱근은 양수와 음수 2개가 있다.

⑤ 제곱근 $\sqrt{81}$ 은 3 이다.

해설

② $\sqrt{36}$ =(제곱근 36) $= 6$
④ 0 의 제곱근은 0 이므로 1 개이다.

12. 다음 그림과 같이 가로가 12 이고 세로가 3 인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 그리려고 한다. 이 정사각형의 한 변 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 6$

해설

직사각형의 넓이를 구해보면 $12 \times 3 = 36$ 이 된다. 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 만들려면 $x^2 = 36$ 을 만족하여야 한다. 즉, 36 의 제곱근을 구하면 되는 것이다. 36 의 제곱근은 ± 6 이다. 그러므로 정사각형 한 변 x 의 길이는 6 이 된다.

13. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{10}$ 은 $\sqrt{2}$ 의 5 배이다.

② 25 의 제곱근은 5 이다.

③ $-\sqrt{(-3)^2}$ 은 -3 이다.

④ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 ± 4 이다.

⑤ -8 의 음의 제곱근은 $-\sqrt{8}$ 이다.

해설

① $\sqrt{10}$ 은 $\sqrt{2}$ 의 $\sqrt{5}$ 배이다.
② 25 의 제곱근은 ± 5 이다.
④ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 ± 2 이다.
⑤ 음수의 제곱근은 없다.

14. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\sqrt{75} < 9$

② $-\sqrt{3} < -\sqrt{2}$

③ $0.3 > \sqrt{0.3}$

④ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\sqrt{\frac{1}{4}}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{\sqrt{4}}$

해설

$\sqrt{0.09} < \sqrt{0.3}$ 이므로 $0.3 < \sqrt{0.3}$ 이다.

15. 다음 식 중에서 x 의 값이 무리수인 것은?

① $x^2 = 25$ ② $x^2 = \frac{81}{49}$ ③ $x^2 = 0.0016$

④ $x^2 = \frac{3}{27}$ ⑤ $x^2 = \frac{49}{1000}$

해설

⑤ $x^2 = \frac{49}{1000}$

$x = \frac{\pm 7}{10\sqrt{10}}$: 무리수

① $x = \pm 5$: 유리수

② $x = \pm\frac{9}{7}$: 유리수

③ $x = \pm 0.04$: 유리수

④ $x = \pm\sqrt{\frac{3}{27}} = \pm\sqrt{\frac{1}{9}} = \pm\frac{1}{3}$: 유리수

16. 다음 설명 중 옳지 <u>않는</u> 것을 모두 고르면?

① 무한소수는 모두 무리수이다.

② 근호가 벗겨지는 수는 유리수이다.

③ $\sqrt{99} = 33$ 이므로 유리수이다.

④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.

⑤ $\dfrac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$ 꼴로 나타낼 수 있는 수는 모두 유리수이다.

해설

① 반례로 $0.\dot{1}\dot{1} = \dfrac{11}{99} = \dfrac{1}{9}$ 이므로 유리수이다.

③ $\sqrt{99} = 3\sqrt{11}$ 이므로 무리수이다.

17. 다음 중 옳은 것은?

① 무한소수는 무리수이다.

② 유리수는 유한소수이다.

③ 순환소수는 유리수이다.

④ 유리수가 되는 무리수도 있다.

⑤ 근호로 나타내어진 수는 무리수이다.

해설

① 무한소수 중 순환하는 소수는 유리수이다.
② 유리수 중에는 유한소수도 있고, 무한소수(순환소수)도 있다.
④ 유리수이면서 무리수가 되는 수는 없다.
⑤ $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$ 같은 수는 근호로 나타내었어도 유리수이다.

18. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 는 자연수가 아니다.
㉡ $3\sqrt{4}$ 는 무리수이다.
㉢ $\sqrt{0.01}$ 는 정수가 아닌 유리수이다.
㉣ $\sqrt{9} \times \frac{\sqrt{4}}{4}$ 는 자연수이다.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉢

해설

㉠ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 는 무리수이다.

㉡ $3\sqrt{4}$ 는 6이므로 자연수이므로 무리수가 아니다.

㉢ $\sqrt{0.01} = 0.1$ 이므로 정수가 아닌 유리수이다.

㉣ $\sqrt{9} \times \frac{\sqrt{4}}{4} = 3 \times \frac{2}{4} = \frac{3}{2}$ 이므로 자연수가 아니다.

19. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.

④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.

⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

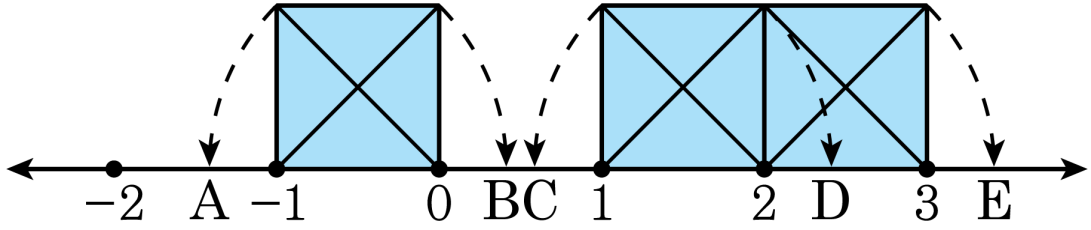
해설

③ $\sqrt{4}$와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.

④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$

20. 다음 수직선 위의 네 점 중에서 $2-\sqrt{2}$ 를 나타내는 대응점으로 알맞은 것을 고르면?



① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

각 사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다. 즉 C 의 위치는 $2-\sqrt{2}$ 를 나타내고 있다.

21. 다음 두 수의 대소를 비교한 것 중 옳은 것은?

① $4 > \sqrt{3} + 2$
② $\sqrt{11} - 3 > \sqrt{11} - \sqrt{8}$
③ $3 > \sqrt{13}$
④ $\sqrt{\frac{1}{2}} < \frac{1}{3}$
⑤ $2 + \sqrt{2} > 2 + \sqrt{3}$

해설

① $4 - \sqrt{3} - 2 = 2 - \sqrt{3} > 0$
$\therefore \ 4 > \sqrt{3} + 2$

② $\sqrt{11} - 3 - (\sqrt{11} - \sqrt{8}) = -3 + \sqrt{8}$
$= -\sqrt{9} + \sqrt{8} < 0$
$\therefore \ \sqrt{11} - 3 < \sqrt{11} - \sqrt{8}$

③ 양변을 제곱하면
(좌변)$= 3^2 = 9$, (우변)$= (\sqrt{13})^2 = 13$
$\therefore \ 3 < \sqrt{13}$

④ 양변을 제곱하면
(좌변)$= \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$, (우변)$= \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$
$\therefore \ \sqrt{\frac{1}{2}} > \frac{1}{3}$

⑤ $2 + \sqrt{2} - (2 + \sqrt{3}) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$
$\therefore \ 2 + \sqrt{2} < 2 + \sqrt{3}$

22. 다음 보기 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $\sqrt{11}-2>-2+\sqrt{10}$

㉡ $\sqrt{20}-4>1$

㉢ $\sqrt{15}-\sqrt{17}>-\sqrt{17}+4$

㉣ $2-\sqrt{3}<\sqrt{5}-\sqrt{3}$

㉤ $-\sqrt{7}-\sqrt{2}>-\sqrt{7}-1$

㉥ $\frac{1}{2}-\sqrt{5}<-\sqrt{5}+\frac{\sqrt{2}}{4}$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉣

해설

㉡ $\sqrt{20}-4-1=\sqrt{20}-5=\sqrt{20}-\sqrt{25}<0$

$\therefore \sqrt{20}-4<1$

㉢ $\sqrt{15}-\sqrt{17}-(-\sqrt{17}+4)=\sqrt{15}-4$

$=\sqrt{15}-\sqrt{16}<0$

$\therefore \sqrt{15}-\sqrt{17}<-\sqrt{17}+4$

㉤ $-\sqrt{7}-\sqrt{2}-(-\sqrt{7}-1)=-\sqrt{2}+1$

$=-\sqrt{2}+1<0$

$\therefore -\sqrt{7}-\sqrt{2}<-\sqrt{7}-1$

㉥ $\frac{1}{2}-\sqrt{5}-\left(-\sqrt{5}+\frac{\sqrt{2}}{4}\right)=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}$

$=\frac{2-\sqrt{2}}{4}>0$

$\therefore \frac{1}{2}-\sqrt{5}>-\sqrt{5}+\frac{\sqrt{2}}{4}$

23. 다음에 주어진 수를 크기가 작은 것부터 차례로 나열할 때, 세 번째에 해당하는 것은?

① $\sqrt{5}+\sqrt{2}$ ② $-\sqrt{5}$ ③ -2

④ $\sqrt{5}+1$ ⑤ $-2-\sqrt{5}$

해설

양수는 음수보다 크므로 양수는 양수끼리, 음수는 음수끼리 비교한다.

i) $-\sqrt{5}-(-2)=-\sqrt{5}+\sqrt{4}<0$

$\therefore\ -\sqrt{5}<-2$

ii) $-\sqrt{5}-(-2-\sqrt{5})=2>0$

$\therefore\ -\sqrt{5}>-2-\sqrt{5}$

iii) $\sqrt{5}+\sqrt{2}-(\sqrt{5}+1)=\sqrt{2}-1>0$

$\therefore\ \sqrt{5}+\sqrt{2}>\sqrt{5}+1$

따라서 주어진 수의 순서는

$-2-\sqrt{5}<-\sqrt{5}<-2<\sqrt{5}+1<\sqrt{5}+\sqrt{2}$

24. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0$, $0 < b < 1$ 이다. $\sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$ 을 간단히 하였을 때 a, b 의 계수와 상수항의 합은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$a < 0, 0 < b < 1$ 이므로

$a - b < 0,\ 1 - b > 0$

$\therefore \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$

$= |-2a| - |a-b| + |1-b|$

$= -2a + a - b + 1 - b$

$= -a - 2b + 1$

따라서 구하는 값은 $-1 - 2 + 1 = -2$ 이다.

25. $\sqrt{19+x}$ 와 $\sqrt{120x}$ 가 모두 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\sqrt{19+x}$ 가 자연수가 되려면 $19+x = 25, 36, 49, \cdots$ $\therefore x = 6, 17, 30 \cdots$ $\cdots$ ㉠

$\sqrt{120x} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5 \times x}$ 가 자연수가 되려면 $\therefore x = 2 \times 3 \times 5, 2^3 \times 3 \times 5, \cdots$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 가장 작은 자연수 x는 30 이다.