

1. 16의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 5개

▶ 정답: 5개

해설

16의 약수는 1, 2, 4, 8, 16이다.
따라서 5개이다.

2. 150 에 가장 가까운 9 의 배수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 153

해설

$9 \times 16 = 144$, $9 \times 17 = 153$ 이므로 150 에 가장 가까운 9 의 배수는 153 이다.

3. 다음 중 6의 배수는 어느 것인가?

① 134

② 176

③ 214

④ 288

⑤ 362

해설

6의 배수는 2와 3의 공배수이다.

4. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ 을 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것은?

① $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2}$

③ $\frac{1}{2^2} \times \frac{1}{3^2}$

⑤ $\frac{1}{2^3 \times 3^2}$

② $\frac{1}{2 \times 2 \times 2} \times \frac{1}{3 \times 3}$

④ $\frac{1}{2^2 \times 3^2}$

해설

$$\begin{aligned}& \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \\&= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \\&= \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} \\&= \frac{1}{2^3 \times 3^2}\end{aligned}$$

5. 5^2 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 10 과 같다.
- ② 5 의 제곱이다.
- ③ 지수는 5 이다.
- ④ 밑은 2 이다.
- ⑤ 2^5 보다 크다.

해설

- ① $5^2 = 5 \times 5 = 25$ 이므로 10 과 같지 않다.
- ③ 지수는 2 이다.
- ④ 밑은 5 이다.
- ⑤ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ 이므로 5^2 은 2^5 보다 작다.

6. 다음 중 소수는 모두 몇 개인가?

1, 19, 29, 39, 49, 51, 59, 89

- ① 1 개
- ② 2 개
- ③ 3 개
- ④ 4 개
- ⑤ 5 개

해설

1 의 약수 : 1

39 의 약수 : 1, 3, 13, 39

49 의 약수 : 1, 7, 49

51 의 약수 : 1, 3, 17, 51

따라서 소수는 19, 29, 59, 89 의 4개이다.

7. 다음 수 중에서 소수는 모두 몇 개인지 구하여라.

1 2 5 9 13 15 19 26 52



답:

개



정답: 4개

해설

주어진 수 중에서 소수는 2, 5, 13, 19 이다.

8. 다음 중 20이하의 소수가 아닌 것은?

① 2

② 3

③ 7

④ 17

⑤ 18

해설

20이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19이다.

9. 20 이하의 자연수 중 약수의 개수가 2개인 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 8

해설

구하고자 하는 수는 20 이하의 소수이다.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19로 총 8개이다.

10. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 1 은 소수이다.
- ㉡ 합성수는 약수가 3 개 이상인 수이다.
- ㉢ 6 의 배수 중 소수는 없다.
- ㉣ 10 이하의 소수는 모두 5 개이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 1 은 소수가 아니다.

㉣ 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이다.

11. 다음 중 240 을 바르게 소인수분해한 것은?

- ① $2^4 \times 3 \times 5$ ② $2^3 \times 3 \times 7$ ③ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$
- ④ $2^3 \times 3 \times 5^2$ ⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$$2) \underline{240}$$

$$2) \underline{120}$$

$$2) \underline{60}$$

$$2) \underline{30}$$

$$3) \underline{15}$$

$$5$$

$$\therefore 240 = 2^4 \times 3 \times 5$$

12. 264의 소인수를 바르게 구한 것은?

- ① 2, 3, 11
- ② 1, 2, 3, 11
- ③ 2^2 , 11
- ④ 2^3 , 3, 11
- ⑤ 2, 3, 5, 11

해설

$$264 = 2^3 \times 3 \times 11$$

13. 588 을 588 보다 작은 자연수 a 로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수 b 가 되었다. 가능한 b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 249

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b \text{ 라 하면,}$$

a 는 $3, 2^2 \times 3, 3 \times 7^2$ 이 가능하다.

$a = 3$ 일 때, $b = 14^2 = 196$

$a = 2^2 \times 3$ 일 때, $b = 7^2 = 49$

$a = 3 \times 7^2$ 일 때, $b = 2^2 = 4$

588보다 작다고 했으므로 $a = 2^2 \times 3 \times 7^2$ 일 때는 제외한다.

$$\therefore 196 + 49 + 4 = 249$$

14. $24 \times a = 90 \times b = c^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 c 의 값을 구하여라.
(단, a , b , c 는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▶ 정답 : 60

해설

$$24 \times a = 90 \times b = c^2$$

$24 \times a$ 와 $90 \times b$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$$

즉, c 는 24 과 90 의 공배수이므로 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.

그러므로 가장 작은 c^2 은 $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 이어야 한다.

$$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

15. 다음은 나예빼가 넌멋져에게 보낸 암호문이다. 아래 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $2^4 \times 3^3$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 나예빼와 넌멋져가 만나는 시간이 나타난다. 나예빼와 넌멋져가 몇 시에 만나는지 구하여라.

| | | |
|------------------|---------------------------|------------------|
| 2×3 | 12 | $2^2 \times 3$ |
| 11 | $2 \times 3^3 \times 5^2$ | $2^4 \times 3^3$ |
| $2^3 \times 3^2$ | 2×3^3 | 1 |
| $3^2 \times 11$ | 100 | 2×3^2 |
| 8 | 3^3 | $2^3 \times 3$ |

▶ 답 : 시

▷ 정답 : 3시

해설

2^4 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 이고 3^3 의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3 이다. 표의 수들을 소인수분해하여 나타내면 $12 = 2^2 \times 3$, $8 = 2^3$, $100 = 2^2 \times 5^2$ 이다. $2^4 \times 3^3$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

| | | |
|------------------|---------------------------|------------------|
| 2×3 | 12 | $2^2 \times 3$ |
| 11 | $2 \times 3^3 \times 5^2$ | $2^4 \times 3^3$ |
| $2^3 \times 3^2$ | 2×3^3 | 1 |
| $3^2 \times 11$ | 100 | 2×3^2 |
| 8 | 3^3 | $2^3 \times 3$ |

따라서 나예빼와 넌멋져가 만나는 시간은 3 시이다.

16. 다음 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 한글 자음 중 하나가 나타난다.
그 한글 자음은 무엇인지 찾아라.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄹ
- ⑤ ㅁ

| | | |
|-------------------|----------------|-------------------|
| $3^4 \times 11$ | 11 | 3×11 |
| $3^2 \times 11^2$ | 16 | 3×11^2 |
| 33 | 2×3^2 | $3^4 \times 11^5$ |
| $3^2 \times 11$ | 121 | $3^3 \times 11^5$ |

해설

3^4 의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3 , 3^4 이고 11^5 의 약수는 1, 11, 11^2 , 11^3 , 11^4 , 11^5 이다.

표의 수들을 소인수분해하면 $16 = 2^4$, $121 = 11^2$, $33 = 3 \times 11$ 이다.

$3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

| | | |
|-------------------|----------------|-------------------|
| $3^4 \times 11$ | 11 | 3×11 |
| $3^2 \times 11^2$ | 16 | 3×11^2 |
| 33 | 2×3^2 | $3^4 \times 11^5$ |
| $3^2 \times 11$ | 121 | $3^3 \times 11^5$ |

17. 다음 중 약수의 개수가 다른 하나는?

① 3^{11}

② $2^3 \times 3^2$

③ $3^3 \times 7^2$

④ $3^2 \times 5 \times 7$

⑤ $2^5 \times 5^2$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $11 + 1 = 12$ (개)

② $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

③ $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

④ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

⑤ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)

18. 18의 약수의 개수는?

- ① 2개
- ② 3개
- ③ 5개
- ④ 6개
- ⑤ 8개

해설

$$18 = 2 \times 3^2$$

약수의 개수는 $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개)이다.

19. $7^1 + 7^2 + 7^3 + \cdots + 7^{1023}$ 을 10 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

7^1 의 일의 자릿수=7,

7^2 의 일의 자릿수=9,

7^3 의 일의 자릿수=3,

7^4 의 일의 자릿수=1 이므로,

4 번 거듭제곱을 한 수의 일의 자릿수를 모두 더하면 0 이 되는 것을 알 수 있다.

$7^1 + 7^2 + 7^3 + \cdots + 7^{1023}$ 의 일의 자릿수=9

$\therefore 7^1 + 7^2 + 7^3 + \cdots + 7^{1023}$ 을 10 으로 나누었을 때의 나머지=9

20. 360 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$$2 \overline{)360}$$

$$2 \overline{)180}$$

$$2 \overline{)90}$$

$$3 \overline{)45}$$

$$3 \overline{)15}$$

$$\begin{array}{r} \\ 5 \end{array}$$

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore 3 + 2 + 1 = 6$$

21. $60 \times 2^3 \times x$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: 30

해설

$$60 \times 2^3 \times x = 2^5 \times 3 \times 5 \times x \text{ 이므로}$$

$$\text{가장 작은 } x \text{ 는 } 2 \times 3 \times 5 = 30$$

22. $\frac{140}{x} = y^2$ 을 만족할 때, $x + y$ 의 최솟값을 구하여라. (단, x, y 는 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$$\frac{140}{x} = y^2 \text{에서}$$

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

$$x = 5 \times 7$$

$$2^2 = y^2$$

$$2 = y$$

$$\therefore x + y = 35 + 2 = 37$$

23. $3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수가 72 의 약수의 개수와 같을 때, 자연수 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 72 의 약수의 개수:

$$(3+1) \times (2+1) = 12 \text{ (개)}$$

$3^2 \times 5 \times 7^x$ 의 약수의 개수:

$$(2+1) \times (1+1) \times (x+1) = 12 \text{ (개)}$$

$$\therefore x = 1$$

24. $2^2 \times \square$ 는 약수의 개수가 12 개인 자연수이다. 다음 중 \square 안에 알맞은 수 중 가장 작은 자연수는?

- ① 4 ② 8 ③ 15 ④ 30 ⑤ 32

해설

$12 = (2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1)$ 이므로

$\square = a \times b$ (a, b 는 소수),

$a \neq 2, b \neq 2$ 이므로 가장 작은 소수는 3×5 ,

$\therefore \square = 15$

25. 1부터 50 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3 개인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 4개

해설

자연수 n 의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는 1 과 n 이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로 자연수 n 은 소수의 완전제곱수이어야 한다.

따라서 1부터 50 까지의 완전제곱수를 구하면

$$7^2 = 49 < 50 \text{ 이고 } 11^2 = 121 > 50 \text{ 이므로}$$

50 이하인 소수의 완전제곱수는

$$2^2, 3^2, 5^2, 7^2 \text{ 이다.}$$