

1. 중심이  $(2, -1)$  이고 원점을 지나는 원의 방정식을 구하면?

①  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$

②  $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 7$

③  $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 8$

④  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$

⑤  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 10$

### 해설

구하는 원의 방정식을

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = r^2 \quad \dots \textcircled{1} \text{으로 놓으면}$$

이 원이 원점  $(0,0)$  을 지나므로

$$(0-2)^2 + (0+1)^2 = r^2$$

$$\therefore r^2 = 5$$

이것을  $\textcircled{1}$ 에 대입하면 구하는 원의 방정식은

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$$

2. 중심이 원점이고, 반지름의 길이가 3 인 원의 방정식은?

①  $x^2 + y^2 = 3$

②  $x^2 + y^2 = 1$

③  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 3^2$

④  $x^2 + y^2 = 3^2$

⑤  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 3$

해설

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 3^2 \Rightarrow \therefore x^2 + y^2 = 9$$

3. 중심이  $(2, -1)$  이고, 반지름의 길이가  $\sqrt{5}$  인 원의 방정식은?

①  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 5$

②  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{5}$

③  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$

④  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{5}$

⑤  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5^2$

해설

중심이  $(2, -1)$  ,  $r : \sqrt{5}$  인 원

$$\Rightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$$

4. 원  $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$ 의 중심이  $(a, b)$ , 반지름의 길이가  $r$ 일 때,  $a + b + r$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$  을 표준형으로 나타내면

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16$$

따라서, 중심은  $(2, 3)$

반지름의 길이가 4 이므로

$$a = 2, b = 3, r = 4$$

$$\therefore a + b + r = 9$$

5. 다음 방정식  $x^2 + y^2 + 2x - 8y - 8 = 0$  이 나타내는 원의 중심의 좌표를  $(a, b)$ , 반지름의 길이를  $r$  이라 할 때,  $a + b + r$  의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

### 해설

방정식  $x^2 + y^2 + 2x - 8y - 8 = 0$  을 정리하면

$(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 5^2$  이다.

따라서 방정식  $x^2 + y^2 + 2x - 8y - 8 = 0$  이 나타내는 원의 중심의 좌표는  $(-1, 4)$  이고, 반지름의 길이는 5 이다.

$\therefore a + b + r = 8$

6. 원  $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 1 = 0$ 의 중심의 좌표를  $(a, b)$  반지름의 길이를  $r$ 라 할 때,  $a + b + r$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

### 해설

주어진 원의 방정식을 표준형으로 고치면

$$(x^2 - 10x + 25) + (y^2 - 2y + 1) = 25$$

$$\therefore (x - 5)^2 + (y - 1)^2 = 5^2$$

따라서 중심의 좌표는  $(a, b) = (5, 1)$

반지름의 길이는  $r = 5$ 이므로

$$a + b + r = 5 + 1 + 5 = 11$$

7.  $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 1 = 0$  과 중심이 같고, 원점을 지나는 원의 반지름의 길이를 구하면?

① 4

② 5

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$x^2 + y^2 + 8x - 6y - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 26$$

중심 :  $(-4, 3)$

$$\therefore (x + 4)^2 + (y - 3)^2 = r^2,$$

$(0, 0)$  을 지나므로

$$r = 5 (\because r > 0)$$

8. 방정식  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 11 = 0$  은 어떤 도형을 나타내는가?

- ① 중심이 (2, 1) 이고 반지름의 길이가 1 인 원
- ② 중심이 (2, -1) 이고 반지름의 길이가 2 인 원
- ③ 중심이 (-2, 1) 이고 반지름의 길이가 2 인 원
- ④ 중심이 (2, -1) 이고 반지름의 길이가 4 인 원
- ⑤ 중심이 (-2, 1) 이고 반지름의 길이가 4 인 원

해설

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 11 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 16$$

$\therefore$  중심은 (2, -1) 이고,  
반지름은 4 이다.

9. 원  $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$  의 중심의 좌표는?

①  $(2, -4)$

②  $(2, 4)$

③  $(-2, -3)$

④  $(-2, 3)$

⑤  $(4, -4)$

해설

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$$

$$\Rightarrow \text{중심은 } (-2, 3)$$

10. 좌표평면에서  $(-5, 0)$ 과  $(25, 0)$ 을 지름의 양 끝으로 하는 원이 있다.  
 $(x, 15)$ 가 원 위의 점일 때,  $x$ 는?



① 10

② 12.5

③ 15

④ 17.5

⑤ 20

### 해설

두 점  $(-5, 0)$ 과  $(25, 0)$ 의 중점  $(10, 0)$ 이 중심이고  
반지름은 15인 원이므로

$$(x - 10)^2 + y^2 = 225$$

$(x, 15)$ 가 이 방정식을 만족시키므로 대입하면,

$$(x - 10)^2 + 15^2 = 225 \quad \therefore x = 10$$

11. 점  $(a, 1)$  을 중심으로 하고 점  $(0, -3)$  을 지나는 원의 반지름의 길이가 5 일 때, 양수  $a$  의 값은?

① 2

②  $2\sqrt{2}$

③ 3

④  $2\sqrt{3}$

⑤ 4

해설

점  $(a, 1)$  을 중심으로 하고 반지름의 길이가 5 인

원의 방정식은  $\therefore (x - a)^2 + (y - 1)^2 = 5^2$

이 점  $(0, -3)$  을 지나므로  $(0 - a)^2 + (-3 - 1)^2 = 25$

$a^2 = 9 \quad \therefore a = 3, (\because a > 0)$

12. A(2, 0), B(0, 2)에서의 거리의 제곱의 합이 12인 점 P(x, y)의 자취를 나타내는 식은?

①  $x^2 + y^2 + 2x + 2y = 2$

②  $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 2$

③  $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 2$

④  $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 2$

⑤  $x^2 + y^2 + x - y = 2$

해설

$$(\overline{PA})^2 = (x - 2)^2 + y^2$$

$$(\overline{PB})^2 = x^2 + (y - 2)^2$$

$$\therefore (x - 2)^2 + y^2 + x^2 + (y - 2)^2 = 12$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 2x - 2y = 2$$

13. 원  $x^2 + y^2 - 2kx + ky + 3k = 0$ 의 중심이  $(4, -2)$  일 때, 이 원의 반지름의 길이는?

①  $\sqrt{6}$

②  $2\sqrt{2}$

③  $3\sqrt{2}$

④  $4\sqrt{2}$

⑤  $5\sqrt{2}$

해설

원의 반지름의 길이를  $r$ 라 하면 중심이  $(4, -2)$  이므로

$$(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 - 8x + 4y + 20 - r^2 = 0 \quad \cdots \textcircled{7}$$

이때, 원  $\textcircled{7}$ 과 원  $x^2 + y^2 - 2kx + ky + 3k = 0$ 이 같으므로

$$-2k = -8, \quad k = 4$$

$$3k = 20 - r^2$$

$$\therefore k = 4, \quad r = 2\sqrt{2} \quad (\because r > 0)$$

따라서, 반지름의 길이는  $2\sqrt{2}$

14.  $x, y$  에 대한 이차방정식  $x^2 + y^2 - 2kx + 2ky + 3k^2 - 4k + 2 = 0$  이 반지름의 길이가 1 인 원의 방정식일 때, 상수  $k$  값의 합을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

### 해설

주어진 방정식을 변형하면

$$(x - k)^2 + (y + k)^2 = -k^2 + 4k - 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

반지름의 길이가 1 이므로

$$\textcircled{1} \text{에서 } -k^2 + 4k - 2 = 1 \leftarrow r^2 = 1$$

$$k^2 - 4k + 3 = 0, (k - 1)(k - 3) = 0$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } k = 3$$

따라서 합은 4이다.

15. 원  $x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$ 과 중심이 같고, 점  $(1, 1)$ 을 지나는 원의 방정식은?

①  $x^2 + y^2 - 2y = 0$

②  $x^2 + y^2 - 2x + 1 = 0$

③  $x^2 + y^2 - 2y - 1 = 0$

④  $x^2 + y^2 - 2x + 3 = 0$

⑤  $x^2 + y^2 - 2y + 1 = 0$

해설

$x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$ 과 중심이 같은 원의 방정식은  
 $x^2 + y^2 - 2y + k = 0$ 의 꼴이다.

또, 점  $(1, 1)$ 을 지나므로

$$1 + 1 - 2 + k = 0 \quad \therefore k = 0$$

따라서, 구하는 방정식은  $x^2 + y^2 - 2y = 0$

16. 원  $x^2 + y^2 - 4x - 6y - c = 0$  이  $y$  축과 만나고  $x$  축과는 만나지 않을 때, 정수  $c$  의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

### 해설

원의 방정식

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y - c = 0$$

을 표준형으로 바꾸면

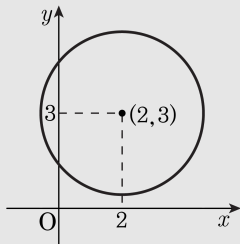
$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = c + 13 \text{ 이므로}$$

중심이  $(2, 3)$  반지름의 길이가  $\sqrt{c + 13}$  인 원이 된다.

다음 그림과 같이  $y$  축과는 만나고,  
 $x$  축과는 만나지 않으므로

$$2 \leq \sqrt{c + 13} < 3 \text{ 에서 } -9 \leq c < -4$$

$\therefore$  정수  $c$  의 개수는  $-9, -8, -7, -6, -5$  의 5 개



17. 원  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 1 = 0$  과 같은 중심을 갖고, 점  $(1, 2)$  를 지나는 원의 반지름을  $r$  이라 할 때,  $r^2$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

준 식에서  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 14$  이므로

중심은  $(2, -3)$  이다.

구하는 원의 반지름을  $r$  라 하면

$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = r^2$  이고,

이 원이 점  $(1, 2)$  를 지나므로

$(1 - 2)^2 + (2 + 3)^2 = r^2$

$\therefore r^2 = 26$

18. 두 점 A(-3, 4), B(1, -2) 를 지름의 양끝으로 하는 원의 방정식을 구하면?

①  $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 13$

②  $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 13$

③  $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 10$

④  $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 10$

⑤  $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 9$

해설

A(-3, 4), B(1, -2)가 지름의 양 끝점이므로  
 $\overline{AB}$ 의 중점이 원의 중심 O(-1, 1) 이고,

$$\frac{1}{2}\overline{AB} = \overline{OA} = \overline{OB} = r$$

$$\begin{aligned}\text{반지름 } r &= \overline{OA} = \sqrt{(-3+1)^2 + (4-1)^2} \\ &= \sqrt{4+9} = \sqrt{13}\end{aligned}$$

∴ 원의 방정식은  $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 13$

19. 두 점 A(1, 2), B(-1, 4)를 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

①  $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$

②  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 8$

③  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$

④  $x^2 + (y-3)^2 = 2$

⑤  $x^2 + y^2 = 2$

해설

원의 중심 :  $\left( \frac{1+(-1)}{2}, \frac{2+4}{2} \right) = (0, 3)$

반지름 :  $\frac{\sqrt{2^2 + 2^2}}{2}$

$\therefore$  원의 방정식 :  $x^2 + (y-3)^2 = (\sqrt{2})^2$

20. 두 점 (2, 1), (-3, -1)을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

- ①  $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 29$       ②  $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{29}{4}$   
③  $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 29$       ④  $x^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{29}{4}$   
⑤  $x^2 + y^2 = 4$

해설

원의 중심은  $\left(\frac{2-3}{2}, \frac{1-1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}, 0\right)$  이고,

반지름은  $\frac{\sqrt{(2+3)^2 + (1+1)^2}}{2} = \frac{\sqrt{29}}{2}$  이다.

$$\therefore \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{29}{4}$$

21. 두 점  $A(1, 5)$ ,  $B(-3, -1)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

①  $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 13$

②  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 52$

③  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 13$

④  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 13$

⑤  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 52$

해설

원의 중심은 두 점  $A$ ,  $B$ 의 중점이므로,

$$\left(\frac{1-3}{2}, \frac{5-1}{2}\right) = (-1, 2) \text{ 이다.}$$

또, 원의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\sqrt{(-3-1)^2 + (-1-5)^2} = \sqrt{13}$$

따라서 구하는 원의 방정식은

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 = 13$$

22. 두 점  $A(-5, 1)$ ,  $B(3, 7)$  을 지름의 양끝으로 하는 원의 중심을  $(a, b)$ , 반지름의 길이를  $r$  이라 할 때,  $a + b + r$  의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

### 해설

$A(-5, 1)$   $B(3, 7)$  이 지름의 양끝이므로  
 $\overline{AB}$ 의 중점은 중심의 좌표와 같다.

중점

$$M = \left( \frac{-5 + 3}{2}, \frac{1 + 7}{2} \right) = (-1, 4) = (a, b)$$

반지름

$$r = \sqrt{(-5 + 1)^2 + (1 - 4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore a + b + r = -1 + 4 + 5 = 8$$

23. 원  $x^2 + y^2 + 4x - 10y + 28 = 0$ 의 중심과 점  $(4, -1)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식을  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 이라고 할 때,  $a + b + r^2$ 의 값은?

① 13

② 15

③ 17

④ 19

⑤ 21

해설

$$x^2 + y^2 + 4x - 10y + 28 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 1$$

$\therefore$  구하는 원은  $(-2, 5)$ 와  $(4, -1)$ 을 지름의 양 끝으로 하는 원이다.

$$\text{이 원은 중심이 } \left( \frac{-2+4}{2}, \frac{5-1}{2} \right) = (1, 2)$$

$$\text{반지름이 } \frac{1}{2} \sqrt{(4+2)^2 + (-1-5)^2} = 3\sqrt{2}$$

이므로 원의 방정식은

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18$$

$$\therefore a = 1, b = 2, r^2 = 18$$

$$\therefore a + b + r^2 = 21$$

24. 두 점 A(-3, 8), B(7, -4) 를 지름의 양 끝으로 하는 원의 방정식을 구하면?

①  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 18$

②  $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 32$

③  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 7$

④  $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 22$

⑤  $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 61$

### 해설

구하는 원의 중심을 C 라고 하면

C 는  $\overline{AB}$  의 중점이므로

$$C\left(\frac{-3+7}{2}, \frac{8-4}{2}\right)$$

$$\therefore C(2, 2)$$

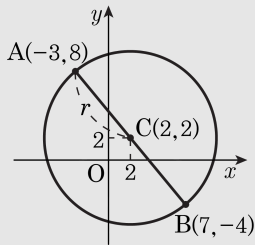
반지름의 길이를  $r$  라고 하면

$r$  는  $\overline{AB}$  의 길이의  $\frac{1}{2}$  이므로

$$r = \frac{1}{2}\overline{AB} = \overline{AC} = \sqrt{(2+3)^2 + (2-8)^2} = \sqrt{61}$$

따라서, 구하는 원의 방정식은

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 61$$



25. 좌표평면 위의 두 점  $A(1, 0)$ ,  $B(5, 0)$  에 대하여 선분  $AB$  의 중점과 선분  $AB$  를  $1 : 3$  으로 외분하는 점을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

①  $(x - 1)^2 + y^2 = 4$

②  $x^2 + y^2 = 4$

③  $(x - 1)^2 + y^2 = 2$

④  $x^2 + (y - 4)^2 = 16$

⑤  $x^2 + (y - 1)^2 = 2$

해설

선분  $AB$  의 중점은  $(3, 0)$  이고,  
선분  $AB$  를  $1 : 3$  으로 외분하는 점은  $(-1, 0)$  ,  
이 두 점을 지름의 양 끝점으로 하는  
원의 방정식은 중심이  $M(1, 0)$ , 반지름  $2$  인 원이다.  
따라서  $(x - 1)^2 + y^2 = 4$

26. 두 점  $(-2, 1)$ ,  $(6, 5)$  을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식을 구하면?

①  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 7 = 0$

②  $x^2 + y^2 + 4x + 8y - 15 = 0$

③  $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 5 = 0$

④  $x^2 + y^2 + 4x + 8y + 15 = 0$

⑤  $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 7 = 0$

해설

i) 원의 중심은 두 점의 중점과 같다.

$$\Rightarrow \left( \frac{-2+6}{2}, \frac{1+5}{2} \right) = (2, 3)$$

ii) 반지름 길이는 중심과 한 점 사이의 거리와 같다.

$$\Rightarrow \sqrt{(2-6)^2 + (3-5)^2} = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore \text{원의 방정식은 } (x-2)^2 + (y-3)^2 = (2\sqrt{5})^2$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 6y - 7 = 0$$