

1. 다음 중 집합이 아닌 것을 모두 찾아라.

① 7 보다 작은 자연수의 모임

② 키가 큰 나무의 모임

③ 월드컵을 개최한 나라의 모임

④ 우리 반에서 농구를 잘 하는 학생의 모임

⑤ 15의 약수의 모임

해설

‘키가 큰’, ‘농구를 잘하는’ 은 그 대상을 분명히 알 수 없으므로 집합이 아니다.

2. 다음 보기는 제주도의 숙박시설들의 모임이다. 호텔의 모임을 A , 콘도의 모임을 B , 펜션의 모임을 C 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

보기

호텔 : 으뜸 호텔, 오떼 호텔

콘도 : 카나 콘도, 자연 파크 리조트

펜션 : 지중해 펜션, 삼다도 펜션, 차구도 펜션, 월령 코지

① 오떼 호텔 $\in A$

② 카나 콘도 $\notin A$

③ 으뜸 호텔 $\notin A$

④ 삼다도 펜션 $\in C$

⑤ 월령 코지 $\notin B$

해설

으뜸 호텔 $\in A$

3. 다음 중 틀린 것은?

① $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$

② $\{1, 2\} \supset \{1, 2, 3\}$

③ $\{2, 4\} \subset \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$

④ $\{5, 10\} \not\subset \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

⑤ $2 \in \{1, 2, 3, 4\}$

해설

② $\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3\}$

4. 집합 $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 진부분집합 중 a 와 b 를 반드시 포함하는 진부분집합의 개수는?

- ① 15 개 ② 16 개 ③ 31 개 ④ 32 개 ⑤ 63 개

해설

(a, b) 를 뺀 $\{c, d, e, f\}$ 로 이루어진 부분집합의 개수를 구하면
 $2^4 = 16$ 이므로,
 $\therefore$ 진부분집합의 개수는 $16 - 1 = 15$ (개)

5. 두 양수 a, b 에 대하여 $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right)$ 의 최솟값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

a, b 는 양수이므로

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right) = ab + 4 + 1 + \frac{4}{ab}$$

$$= 5 + ab + \frac{4}{ab} \geq 5 + 2\sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}}$$

$$= 5 + 4 = 9$$

$\therefore$ 최솟값은 9

6. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A = \{1, 3\}$ 일 때, $n(A) = 2$

② $n(\emptyset) = 0$

③ $n(\{2, 4, 5\}) = 3$

④ $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 3$

⑤ $n(\{2, 5, 7\}) - n(\{2, 5\}) = 1$

해설

④ $A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로 $n(A) = 4$

7. 두 집합 $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 4개

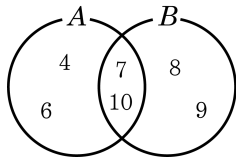
④ 8개

⑤ 16개

해설

집합 X 의 개수는 원소 1, 2를 포함하는 집합 B 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$

8. 다음 벤 다이어그램에서 $A \cup B$ 의 원소의 합을 구하여라.



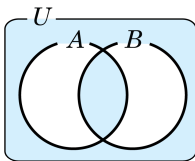
▶ 답 :

▶ 정답 : 44

해설

$A \cup B$ 은 A 에 속하거나 B 에 속하는 원소를 합한 집합이다.
그러므로 벤 다이어그램에서 보는 것과 같이 $A \cup B = \{4, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.
 $A \cup B$ 의 원소의 합은 $4 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 44$

9. 다음 벤다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



① $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$

② $(A \cup B) \cup (A \cap B)$

③ $(A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$

④ $(A \cup B) \cap (A^c \cap B^c)$

⑤ $(A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$

해설

벤다이어그램은 $(A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 을 나타낸다. $(A \cap B) \cup (A \cup B)^c = (A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$

10. 세 집합 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{3, 4, 8, 9\}$, $C = \{1, 2, 3, 5\}$ 에 대하여 $(A \cap B) - C$ 는?

① $\{4\}$

② $\{2, 4\}$

③ $\{4, 8\}$

④ $\{2, 8\}$

⑤ $\{2, 4, 8\}$

해설

$$(A \cap B) - C = \{4, 8\} - \{1, 2, 3, 5\} = \{4, 8\} \text{ 이다.}$$

11. 조건 $x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은?

① $x < 1$ 그리고 $x > 2$

② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \geq 1$ 또는 $x \leq 2$

④ $x \leq 1$ 그리고 $x \geq 2$

⑤ $1 \leq x \leq 2$

해설

$x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은 $1 \leq x \leq 2$ 이다.

12. 다음은 명제에 대한 설명이다. 옳은 것은?

- ① 어떤 명제가 참이면 그 역도 반드시 참이다.
- ② 어떤 명제가 참이면 그 명제의 대우도 참이다.
- ③ 어떤 명제의 역, 대우는 참, 거짓이 항상 일치한다.
- ④ 어떤 명제가 참이라고 해서 그 대우가 반드시 참인 것은 아니다.
- ⑤ 어떤 명제의 역의 역은 대우이다.

해설

명제가 참이면 그 명제의 대우도 항상 참이고, 명제가 거짓이면 그 명제의 대우도 항상 거짓이다.

13. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① 공집합은 집합 A 의 부분집합이 아니다.
- ② 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 는 집합 A 의 부분집합이 아니다.
- ③ $\{2, 3, 4\}$ 는 집합 A 의 부분집합이다.
- ④ $n(A) = n(B)$ 를 만족하는 집합 B 는 하나만 존재한다.
- ⑤ 집합 $B = \{1, 2, 3, 6, 12\}$ 일 때, $A = B$ 이다.

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이다.

- ① 공집합은 모든 집합의 부분집합이다.
- ② 집합 $B = \{1, 2, 4\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합이다.
- ③ $\{2, 3, 4\} \subset A$ 이다.
- ④ $n(A) = 4$ 이고, $n(B) = 4$ 인 집합은 무수히 많이 존재한다.
- ⑤ $4 \notin B$ 이므로 $A \neq B$ 이다.

14. 세 집합 $A = \{1, 5, 7, 11\}$, $B = \{x | x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $C = \{x | x \text{는 } 10 \text{미만의 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(B \cap (A \cup C))$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$,
 $C = \{2, 4, 6, 8\}$ 이다.

$(A \cup C) = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 11\}$ 이고 이것과 B 의 교집합을 구하면
 $\{1, 2, 4, 6\}$ 이다.

따라서 원소의 개수는 4 개이다.

15. $A = \{5, 9, 12, 14\}$, $B = \{3, 5, a, a + 3\}$ 이고 $A \cap B = \{5, 9\}$ 일 때 집합 B 의 원소의 합은?

① 19

② 20

③ 21

④ 22

⑤ 23

해설

$A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로 $a = 9$ 이거나 $a + 3 = 9$ 이어야한다.

i) $a = 9$ 일 때

$B = \{3, 5, 9, 12\}$, 교집합의 원소 중 12는 존재하지 않으므로 성립하지 않는다.

ii) $a + 3 = 9$ 즉, $a = 6$ 일 때

$B = \{3, 5, 6, 9\}$

따라서 원소들의 합은 23이다.

16. 두 집합 A, B 가 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 골라라. (단, $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$)

보기

㉠ $A \cup B = A$

㉡ $A \cap B = A$

㉢ $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

㉣ $n(A) = n(A \cap B)$

㉤ $n(A - B) = n(B - A)$

㉥ $n(A) - n(B) = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A = B$

㉢ $n(A \cup B) = n(A) = n(B)$

㉤ $n(A - B) = n(B - A) = 0$

17. 두 집합 $A = \{2, 5, 9, a\}$, $B = \{3, 7, b+2, b-2\}$ 에 대하여 $A - B = \{2, 8\}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

집합 A 에서 $a = 8$ 이고,

$A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로

(i) $b + 2 = 5$ 일 때, $b = 3$ 이므로

$B = \{1, 3, 5, 7\} \Rightarrow A \cap B = \{5\}$ (×)

(ii) $b - 2 = 5$ 일 때, $b = 7$ 이므로

$B = \{3, 5, 7, 9\} \Rightarrow A \cap B = \{5, 9\}$ (○)

$\therefore a - b = 8 - 7 = 1$

18. 전체 집합 U 의 세 부분 집합 A, B, C 에 대하여 다음 <보기> 중 항상 옳은 것을 바르게 고른 것은?

보기

㉠ $(A \cap B) \cup (A - B) = A$

㉡ $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = U$

㉢ $(A - B) - C = A \cap B^c \cap C^c$

㉣ $A \cap (A^c \cup B) = A \cup B$

① ㉠, ㉡

② ㉡

③ ㉡, ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉣

해설

㉠ $(A \cap B) \cup (A \cup B^c) = A \cap (B \cup B^c) = A \cap U = A$

㉡ $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = (A \cup B \cap A) \cup (A \cup B \cap B^c) = A \cup A = A$

㉢ $(A - B) - C = (A \cap B^c) - C = A \cap B^c \cap C^c$

㉣ $A \cap (A^c \cup B) = (A \cap A^c) \cup (A \cap B) = A \cap B$

19. 100 이하의 자연수의 부분집합 중 자연수 k 의 배수의 집합을 A_k 라고 할 때, $n(A_2 \cap (A_3 \cup A_9))$ 의 값은?

① 5

② 11

③ 16

④ 22

⑤ 33

해설

$$A_2 \cap (A_3 \cup A_9) = A_2 \cap A_3 = A_6$$

$$n(A_6) = 16$$

20. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 60$, $n(A) = 36$, $n(B) = 29$, $n(A^c \cap B^c) = 8$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값은?

① 13

② 17

③ 19

④ 21

⑤ 23

해설

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A^c \cap B^c) = 60 - 8 = 52$$

이므로

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 36 + 29 - 52 = 13$$

$$\therefore n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 36 - 13 = 23$$

21. 우리 반에서 여름방학 중 바다로 여행을 간 학생이 20명, 산으로 여행을 간 학생이 13명이고 두 곳 모두 여행을 간 학생이 9명이었다. 이때 두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수를 구하여라.

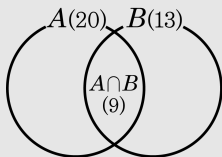
▶ 답 :

명

▶ 정답 : 15 명

해설

바다로 여행을 간 학생의 집합을 A , 산으로 여행을 간 학생의 집합을 B 라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램에 그리면 다음과 같다.



두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수는

$n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B))$ 이다.

$n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B))$

$= (20 - 9) + (13 - 9) = 11 + 4 = 15$

따라서 두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수는 15명이다.

22. 실수 x 에 대하여 다음 명제가 참일 때, a 의 최솟값을 구하여라.

$$x > a \text{ 이면 } |x - 2| > 4$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

주어진 명제가 참이므로

대우 ' $|x - 2| \leq 4$ 이면 $x \leq a$ 이다.' 가 참이다.

$|x - 2| \leq 4$ 에서

$-4 \leq x - 2 \leq 4$, $-2 \leq x \leq 6$ 이므로

$\therefore a \geq 6$

따라서 a 의 최솟값은 6이다.

23. 다음 ()에 『필요, 충분, 필요충분』 중에서 알맞은 것을 차례대로 써 넣어라.

$x = 2$ 는 $x^2 = 4$ 이기 위한 ()조건이다. 평행사변형은 직사각형이기 위한 ()조건이다.

▶ 답: 조건

▶ 답: 조건

▶ 정답 : 충분조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$x = 2$ 는 $x^2 = 4$ 이기 위한 충분 조건이다. 평행사변형은 직사각형이기 위한 필요 조건이다.

24. 다음 중 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것을 모두 고른 것은? (단, x, y 는 임의의 실수)

㉠ $p : x^2 \leq 0 \quad q : x = 0$

㉡ $p : x^2 + y^2 = 0 \quad q : xy = 0$

㉢ $p : a, b$ 는 유리수 $q : a + b, ab$ 는 유리수

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 필요충분조건이다. ($\because x$ 가 실수이다.)

㉡ $q \Rightarrow p$ (반례) : $x = 0, y = 1 \therefore$ 충분조건이다

㉢ $q \Rightarrow p$ (반례) : $a = 1 + \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2}$

$\therefore$ 충분조건이다.

25. 두 실수 x, y 의 제곱의 합이 10일 때, $x + 3y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. 이 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

코시-슈바르츠 부등식에 의해

$$(1^2 + 3^2)(x^2 + y^2) \geq (x + 3y)^2$$

$$x^2 + y^2 = 10 \text{ 이므로 } 100 \geq (x + 3y)^2$$

$$\therefore -10 \leq x + 3y \leq 10$$

$$\therefore M = 10, m = -10$$

$$\therefore M - m = 10 - (-10) = 20$$