

1. 등식 $(x-2)(ax-3) = 4x^2 + bx + c$ 가 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 구하면?

① $a = 4, b = 5, c = 6$

② $a = 2, b = -10, c = 5$

③ $a = 4, b = -11, c = 6$

④ $a = 2, b = -10, c = 6$

⑤ $a = 2, b = -9, c = 5$

해설

(좌변) $= ax^2 - (2a+3)x + 6$ 이므로

$$ax^2 - (2a+3)x + 6 = 4x^2 + bx + c$$

계수를 비교하면 $a = 4, -2a - 3 = b, 6 = c$

이것을 풀면 $a = 4, b = -11, c = 6$

2. 부등식 $4 - x \leq 3x - 4 < 2x + 2$ 를 풀면?

① $x \leq 2$

② $x \geq 2$

③ $2 \leq x < 6$

④ $x \leq 6$

⑤ $x \geq 6$

해설

$$4 - x \leq 3x - 4 < 2x + 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4 - x \leq 3x - 4 \\ 3x - 4 < 2x + 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x - 3x \leq -4 - 4 \\ 3x - 2x < 2 + 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4x \leq -8 \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < 6 \end{cases}$$

$$\therefore 2 \leq x < 6$$

3. 두 점 A(2, 3), B(4, 1) 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 에 대하여 원점 O 에서 점 P 까지의 거리는?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 2

해설

x 축 위의 점 P 의 좌표를 $P(a, 0)$ 이라 하면 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$$\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$(2-a)^2 + (3-0)^2 = (4-a)^2 + (1-0)^2$$

$$a^2 - 4a + 13 = a^2 - 8a + 17, 4a = 4, a = 1 \therefore \overline{OP} = 1$$

4. 두 점 A(-5, -1), B(4, -5)에서 같은 거리에 있는 $y = -x$ 위에 있는 점의 좌표는?

- ① $\left(\frac{15}{26}, \frac{15}{26}\right)$ ② $\left(\frac{13}{26}, -\frac{13}{26}\right)$ ③ $\left(\frac{13}{26}, -\frac{15}{26}\right)$
④ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{13}{26}\right)$ ⑤ $\left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$

해설

구하는 점을 P(a , $-a$) 라 하면, ($\because y = -x$)

$$\overline{PA} = \overline{PB} \Rightarrow \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$(a+5)^2 + (-a+1)^2 = (a-4)^2 + (-a+5)^2$$

$$a^2 + 10a + 25 + a^2 - 2a + 1$$

$$= a^2 - 8a + 16 + a^2 - 10a + 25$$

$$\Rightarrow 26a = 15 \Rightarrow a = \frac{15}{26}$$

$$\therefore P(a, -a) = \left(\frac{15}{26}, -\frac{15}{26}\right)$$

5. 두 점 $A(a, 1)$, $B(2, b)$ 에 대하여 선분 AB의 중점 M의 좌표가 $(5, -3)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 점 $A(a, 1)$, $B(2, b)$ 에 대하여

선분 AB의 중점 M의 좌표가 $(5, -3)$ 이므로

$$\frac{a+2}{2} = 5, \frac{1+b}{2} = -3$$

$$\therefore a = 8, b = -7$$

$$\therefore a + b = 1$$

6. 다항식 $x^3 - 2$ 를 $x^2 - 2$ 로 나눈 나머지는?

① 2

② -2

③ $-2x - 2$

④ $2x + 2$

⑤ $2x - 2$

해설

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 2} = \frac{x^3 - 2x + 2x - 2}{x^2 - 2} = x + \frac{2x - 2}{x^2 - 2}$$

∴ 몫은 x , 나머지는 $2x - 2$

7. $f(x) = x^2 - ax + 1$ 이 $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

8. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - 2mx + (m+2) = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 실수 m 의 값과 그 때의 중근을 α 라 할 때, $m + \alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

주어진 방정식이 이차방정식이므로 $m \neq 1$ 이고, x 의 계수가 $2m$ 이므로

$$\frac{D}{4} = m^2 - (m-1)(m+2) = 0$$

정리하면, $-m+2=0 \quad \therefore m=2$

$m=2$ 를 준식에 대입하면

$$x^2 - 4x + 4 = 0, (x-2)^2 = 0$$

$\therefore x=2$ (중근 α)

$$\therefore m + \alpha = 2 + 2 = 4$$

9. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서
 $x^2 = t$ 로 놓으면
 $t^2 - 13t + 36 = 0, (t - 4)(t - 9) = 0$
 $\therefore t = 4$ 또는 $t = 9$
(i) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$
 $\therefore x = \pm 2$
(ii) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$
 $\therefore x = \pm 3$
따라서 모든 해의 합은
 $(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

10. x 의 범위가 $-2, -1, 0, 1$ 일 때, 부등식 $2x \leq 5x-3$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$2x \leq 5x - 3, -3x \leq -3$$

$$\therefore x \geq 1$$

따라서 이 부등식을 만족하는 해는 1이다.

11. 연립부등식 $\begin{cases} x-10 < 4x+5 \\ 2(x-5) \leq 3(2-2x) \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 A , 가장 작은 자연수를 B 라 할 때, $A-B$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

i) $x-10 < 4x+5$
 $\Rightarrow x > -5$
ii) $2(x-5) \leq 3(2-2x)$
 $\Rightarrow 2x-10 \leq 6-6x$
 $\Rightarrow 2x+6x \leq 6+10$
 $\Rightarrow x \leq 2$
 $-5 < x \leq 2$ 이므로 $A=2, B=1$
 $\therefore A-B=2-1=1$

12. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A = x^2 + ax + 2$, $B = x^2 + bx + c$ 이고 A, B 의 최대공약수가 $x + 1$, 최소공배수가 $x^3 + 2x^2 - x - 2$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은 ?

① -1

② 0

③ 2

④ -2

⑤ 3

해설

$A = m(x + 1)$, $B = n(x + 1)$ 이라 놓으면

$$mn(x + 1) = x^3 + 2x^2 - x - 2$$

$$\therefore mn = x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$$

$$\therefore m = x + 2, n = x - 1 \text{ 또는 } m = x - 1, n = x + 2$$

$$A = (x + 1)(x + 2) = x^2 + 3x + 2$$

$$B = (x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$$

$$\text{여기서, } a = 3, b = 0, c = -1$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

13. 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx - 3 = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}i$ 일 때, 두 실수 a, b 의 곱 ab 는? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① 10
- ② 5
- ③ 0
- ④ -10
- ⑤ -15

해설

계수가 실수이므로 주어진 방정식의 다른 허근은 $1 - \sqrt{2}i$ 이다.
이때, 또 다른 한 근을 α 라고 하면 삼차방정식의 근과 계수와의
관계에서
 $(1 - \sqrt{2}i)(1 + \sqrt{2}i)\alpha = 3 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $(1 - \sqrt{2}i) + (1 + \sqrt{2}i) + \alpha = -a \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 $(1 - \sqrt{2}i)(1 + \sqrt{2}i) + (1 - \sqrt{2}i)\alpha + (1 + \sqrt{2}i)\alpha = b \cdots \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉠}$ 에서 $3\alpha = 3$
 $\therefore \alpha = 1$
 $\textcircled{㉡}$ 에서 $2 + \alpha = -a$
 $\therefore a = -3$
 $\textcircled{㉢}$ 에서 $3 + 2\alpha = b$
 $\therefore b = 5$
따라서 $ab = -15$

14. 연립부등식 $ax + 3 \leq -4x + 7$, $5x - 2 \leq 6x + b$ 의 해가 $x = 2$ 일 때, $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

두 식을 정리하면

$$ax + 3 \leq -4x + 7 \quad \therefore x \leq \frac{4}{a+4}$$

$$5x - 2 \leq 6x + b \quad \therefore x \geq -b - 2$$

해가 $x = 2$ 가 되기 위해서는 $\frac{4}{a+4} = 2$, $-b - 2 = 2$ 이어야 한다.

$$\therefore a = -2, b = -4$$

$$\therefore a \times b = (-2) \times (-4) = 8$$

15. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근 α, β 가 $-1 < \alpha < 0, 1 < \beta < 2$ 일 때 다음 중 옳은 것을 모두 고르면 ? (단, $a < 0$)

☐ ㉠ $c < 0$	☐ ㉡ $ab < 0$
☐ ㉢ $a - b + c < 0$	☐ ㉣ $a + 2b + 4c > 0$

- ☐ ① ㉠
 ☐ ② ㉡, ㉢
 ☐ ③ ㉢, ㉣
- ☐ ④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉣
 ☒ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉣

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c(a < 0)$ 로 놓으면
 $-1 < \alpha < 0, 1 < \beta < 2$ 에서
 ㉠) $f(0) = c > 0$
 ㉡) 꼭짓점의 x 좌표가 양이므로 $-\frac{b}{2a} > 0 \therefore ab < 0$
 ㉢) $f(-1) = a - b + c < 0$
 ㉣) $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{a}{4} + \frac{b}{2} + c > 0, \frac{1}{4}(a + 2b + 4c) > 0$
 $\therefore a + 2b + 4c > 0$

16. 세 점 $O(0,0)$, $A(3,6)$, $B(6,3)$ 와 선분 AB 위의 점 $P(a,b)$ 에 대하여 삼각형 OAP 의 넓이가 삼각형 OBP 의 넓이의 2배일 때, $a-b$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 6

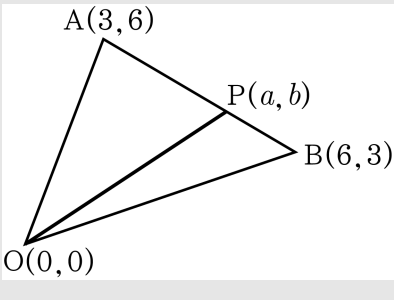
해설

다음 그림에서 $\triangle OAB$ 와 $\triangle OAP$ 의 넓이가 같으므로 $\triangle OAP = 2\triangle OBP$ 이려면 P 는 두 점 A, B 를 $2:1$ 로 내분하여야 한다.

따라서 $P\left(\frac{12+3}{3}, \frac{6+6}{3}\right)$

즉 $P(5,4)$ 이므로 $a=5, b=4$

$\therefore a-b=1$



17. x, y 에 대한 연립방정식 $2x + (a + 2)y - 1 = 0$, $(a - 3)x - 2y + 2 = 0$ 이 해를 갖지 않을 때, 상수 a 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$2x + (a + 2)y - 1 = 0$, $(a - 3)x - 2y + 2 = 0$ 이 평행해야 한다.

따라서 평행할 조건을 구하면,

$$\frac{2}{a-3} = \frac{a+2}{-2} \neq -\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{a-3} = \frac{a+2}{-2} \text{에서}$$

$$a^2 - a - 2 = 0, (a - 2)(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -1$$

1) $a = 2$ 일 때,

$$\frac{2}{-1} = \frac{4}{-2} \neq -\frac{1}{2} \quad \therefore \text{평행}$$

2) $a = -1$ 일 때,

$$\frac{2}{-4} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2} \quad \therefore \text{일치}$$

따라서, 1), 2)에 의하여 $a = 2$

18. 모든 실수 k 에 대하여 직선 $(1+k)x+y-2k=0$ 에 대칭이고, 반지름의 길이가 3 인 원의 방정식을 구하면?

- ① $(x+2)^2+(y-2)^2=9$ ② $(x-2)^2+(y+2)^2=9$
③ $(x-1)^2+(y-2)^2=9$ ④ $(x+1)^2+(y+2)^2=9$
⑤ $(x-1)^2+(y+2)^2=9$

해설

$(1+k)x+y-2k=0$
 $x+kx+y-2k=0$ (k 는 임의의 실수)
 $x+y+k(x-2)=0$
이 직선은 항상 $(2, -2)$ 를 지난다.
따라서 이와 같은 모든 직선에 대칭인 원의 중심은 $(2, -2)$ 이다.
 $\therefore (x-2)^2+(y+2)^2=9$

19. $(1, 2)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 그은 접선 중 y 축에 평행하지 않는 직선의 방정식은?

① $3x + 4y + 5 = 0$

② $3x + 4y - 5 = 0$

③ $3x - 4y + 5 = 0$

④ $3x - 4y - 5 = 0$

⑤ $3x + y + 1 = 0$

해설

점 $(1, 2)$ 를 지나는 접선의 기울기를 m 이라 하면

$$y = m(x - 1) + 2 \quad \cdots \text{㉠}$$

㉠과 원 중심사이 거리는 반지름과 같으므로

$$\frac{|-m + 2|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1$$

$$(m - 2)^2 = m^2 + 1$$

$$m = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{접선의 방정식은 } y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}, \quad 3x - 4y + 5 = 0$$

20. 직선 $y = 2x + 4$ 를 x 축을 따라 α 만큼 평행이동시킨 직선을 l , l 을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 직선을 m , m 을 y 축에 대하여 대칭이동시킨 직선을 n 이라고 할 때, 직선 l 이 n 과 일치하도록 상수 α 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

직선 $y = 2x + 4$ 를 x 축 방향으로 α 만큼
평행이동시킨 직선 l 은
 $l : y = 2(x - \alpha) + 4$
이것을 x 축에 대하여 대칭이동시킨 직선 m 은
 $m : (-y) = 2(x - \alpha) + 4$
 n 은 m 을 y 축에 대하여 대칭이동시킨 것이므로
 $n : (-y) = 2(-x - \alpha) + 4$
이것을 정리하면 $y = 2x + 2\alpha - 4$ 이므로
 l 과 n 이 일치하려면
 $-2\alpha + 4 = 2\alpha - 4$ 가 되어 $\alpha = 2$ 이다.

21. $a^2 - b^2 = 1$ 일 때, $\{(a + b)^n + (a - b)^n\}^2 - \{(a + b)^n - (a - b)^n\}^2$ 의 값은? (단, n 은 자연수)

- ① 2
- ② $2(a + b)^n$
- ③ 4
- ④ $4(a + b)^n$
- ⑤ $4(a - b)^n$

해설

$(A)^2 - (B)^2$ 형태이므로
합차공식을 사용하여 정리하면
(준식) $= 4(a + b)^n(a - b)^n = 4(a^2 - b^2)^n = 4$

22. 복소수 $\alpha = a + bi$ (a, b 는 실수)에 대하여 $\alpha^* = b + ai$ 로 나타낸 다. $\alpha = \frac{4+3i}{5}$ 일 때, $5\alpha^5(\alpha^*)^4$ 의 값을 구하면?

① $4 + 3i$

② $3 + 3i$

③ $2 + 3i$

④ $1 + 3i$

⑤ $-1 + 3i$

해설

$$\begin{aligned}\alpha\alpha^* &= (a+bi)(b+ai) \\ &= ab+a^2i+b^2i-ab=(a^2+b^2)i \\ \alpha &= \frac{4+3i}{5} \text{ 이므로 } \alpha\alpha^* = \left\{ \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 \right\} i = i \\ \therefore 5\alpha^5(\alpha^*)^4 &= 5\alpha(\alpha\cdot\alpha^*)^4 \\ &= 5\cdot\frac{4+3i}{5}\cdot i^4 \\ &= 4+3i\end{aligned}$$

23. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 최댓값이 9 이고 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -2, 4 일 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① -10 ② -12 ③ -14 ④ -16 ⑤ -18

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -2, 4 이므로

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + bx + c \\ &= a(x+2)(x-4) \\ &= a(x^2 - 2x - 8) \\ &= a(x-1)^2 - 9a \end{aligned}$$

최댓값이 9 이므로 $-9a = 9$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수는 $y = -x^2 + 2x + 8$ 이고

$b = 2, c = 8$ 이다.

$$\therefore abc = -1 \times 2 \times 8 = -16$$

24. $0 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 이 항상 성립되게 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 4

② 3

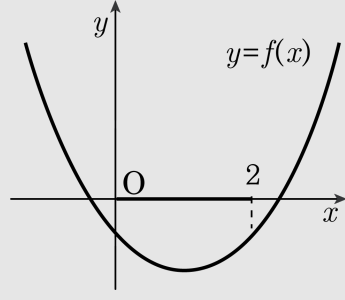
③ 2

④ 1

⑤ -1

해설

$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 4$ 로 놓을 때
주어진 부등식의 해가 0, 2 를 포함 하려면
 $f(0) \leq 0, f(2) \leq 0$ 이어야 한다.



$$f(0) = a^2 - 4 \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(2) = -2a + a^2 \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②의 공통 범위는 $0 \leq a \leq 2$

따라서 $M = 2, m = 0$ 이므로 $M - m = 2$

25. 세 변의 길이가 $x, x+1, x+2$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되는 x 의 범위가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$x > 0 \dots\dots \textcircled{㉠}$
 $x+2$ 가 최대변이므로
 $x+2 < (x+1) + x \quad \therefore x > 1 \dots\dots \textcircled{㉡}$
둔각삼각형이 되는 조건은
 $(x+2)^2 > (x+1)^2 + x^2$
 $\therefore -1 < x < 3 \dots\dots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}, \textcircled{㉢}$ 에서 공통범위를 구하면
 $1 < x < 3$
 $\therefore \alpha = 1, \beta = 3$
 $\therefore \alpha + \beta = 4$