

1. 다음 중 다항식의 계산결과가 잘못된 것은?

① $(5x - y) + (3x - 2y) = 8x - 3y$

② $(5x^3 + x^2 - 6x + 7) - (2x^3 - 4x^2 - 1) = 3x^3 + 5x^2 - 6x + 8$

③ $(xy + xy^2 - x^2) - (3x^2 - xy)$
 $= 2xy + xy^2 - 4x^2$

④ $(x^2 + 1)(3x^2 - 2x - 1)$
 $= 3x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 2x - 1$

⑤ $(x^3 - 3xy^2 - 2y^3) \div (x + y) = x^2 - xy - 2y^2$

해설

$$(x^2 + 1)(3x^2 - 2x - 1) = 3x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x - 1$$

2. 다음 복소수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① -5 의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}i$ 이다.
- ② $2+3i$ 의 실수부분은 2, 허수부분은 3 이다.
- ③ $-3i$ 는 순허수이다.
- ④ $1-2i$ 의 켤레 복소수는 $-1+2i$ 이다.
- ⑤ 두 실수 a, b 에 대하여 복소수 $a+bi$ 가 실수가 되려면 $b=0$ 이어야 한다.

해설

④ $1-2i$ 의 켤레 복소수는 $1+2i$ 이다.

3. 직선 $y = 2x + 3$ 을 x 축 방향으로 1, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행 이동한 도형의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 9 ② 7 ③ 5 ④ 3 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x + 3 \\ \Rightarrow y + 2 &= 2(x - 1) + 3 \\ \Rightarrow y &= 2x - 1 \\ \therefore a + b &= 1 \end{aligned}$$

4. 부등식 $4x-1 \leq 3x+1 < 2x+5$ 를 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$4x-1 \leq 3x+1 < 2x+5$ 는 $4x-1 \leq 3x+1$, $3x+1 < 2x+5$ 두 식으로 나뉜다.

각각을 정리하면 $x \leq 2$, $x < 4$ 이다.

$\therefore x \leq 2$

따라서 범위 안의 가장 큰 정수는 2 이다.

5. 연립부등식 $2 \leq \frac{x+1}{2} < 5$ 의 x 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 \leq x < 9$

해설

$$\begin{aligned} 2 &\leq \frac{x+1}{2} < 5, \\ 4 &\leq x+1 < 10 \\ \therefore 3 &\leq x < 9 \end{aligned}$$

6. 원 $x^2 + y^2 = 6$ 에 접하고 기울기가 2인 접선의 방정식을 구하면?

① $y = 2x \pm \sqrt{10}$ ② $y = 2x \pm 3\sqrt{2}$ ③ $y = 2x \pm 2\sqrt{5}$

④ $y = 2x \pm 2\sqrt{6}$ ⑤ $y = 2x \pm \sqrt{30}$

해설

기울기가 2 인 직선의 방정식은
 $y = 2x + k$ 직선이 원에 접하므로 직선과 원의
중심 사이 거리는 반지름과 같다.

$$\therefore \frac{|2 \times 0 + (-1) \times 0 + k|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{6}$$

$$\Rightarrow |k| = \sqrt{30}$$

$$\Rightarrow k = \pm \sqrt{30}$$

$$\therefore \text{접선의 방정식은 } y = 2x \pm \sqrt{30}$$

7. 직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 점 $(3, 1)$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $ax + by + 18 = 0$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 주어진 조건대로 대칭이동하면

$$3(6 - x) - 2(2 - y) + 4 = 0$$

$$-3x + 2y + 18 = 0$$

따라서, $a = -3$, $b = 2$

$$\therefore a + b = -1$$

8. 이차함수 $y = -x^2 + 2kx + 2k$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2kx + 2k \\ &= -(x^2 - 2kx) + 2k \\ &= -(x - k)^2 + k^2 + 2k \end{aligned}$$

$$\text{최댓값 } M = k^2 + 2k = (k + 1)^2 - 1$$

따라서 M 의 최솟값 -1 이다.

9. 방정식 $x^2 + 5y^2 + 4xy - 2y + 1 = 0$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하면?

① -7 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 7

해설

$x^2 + 5y^2 + 4xy - 2y + 1 = 0$ 에서
 $x^2 + 4xy + 4y^2 + y^2 - 2y + 1 = 0$
 $(x + 2y)^2 + (y - 1)^2 = 0$
 $x + 2y, y - 1$ 은 실수이므로 $x + 2y = 0, y - 1 = 0$
 $\therefore y = 1, x = -2y = -2$
 $\therefore x + y = -1$

10. 연립부등식 $\begin{cases} 0.8 + 0.3x \leq -0.1 \\ \frac{x-1}{3} < 2 \end{cases}$ 를 만족하는 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

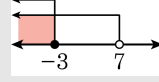
$$\begin{cases} 0.8 + 0.3x \leq -0.1 \\ \frac{x-1}{3} < 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8 + 3x \leq -1 \\ x - 1 < 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x < 7 \end{cases}$$

$$\therefore x \leq -3$$

가장 큰 정수는 -3 이다.



11. 민수는 각각 a , $a+2$, $a+4$ 인 막대로 삼각형을 만들려고 한다. 민수가 삼각형을 만들 수 있는 a 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a > 2$

해설

삼각형은 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로, $a+4 < a+(a+2)$ 이고 정리하면 $a > 2$ 이다.

12. 세 함수 $f(x) = -x^2 + x - 2$, $g(x) = ax + a$, $h(x) = x^2 + 4x + 4$ 가 임의의 실수 x 에 대하여 $f(x) \leq g(x) < h(x)$ 를 만족할 때, a 의 정수값은 몇 개 있는가?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 없다

해설

(i) $f(x) \leq g(x)$ 에서 $-x^2 + x - 2 \leq ax + a$,

$\therefore x^2 + (a-1)x + a + 2 \geq 0$

$D = (a-1)^2 - 4(a+2) = a^2 - 6a - 7 \leq 0$

$\therefore -1 \leq a \leq 7$

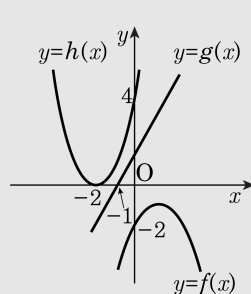
(ii) $g(x) < h(x)$ 에서 $ax + a < x^2 + 4x + 4$

$\therefore x^2 + (4-a)x + 4 - a > 0$

$D = (4-a)^2 - 4(4-a) = a^2 - 4a < 0$

$\therefore 0 < a < 4$

(i) 과 (ii) 로부터 $0 < a < 4$ 이고 정수는 3개



13. 세 점 $(-3, 1)$, $(5, 5)$, $(-2, 2)$ 를 꼭지점으로 하는 삼각형의 외접원의 중심(외심)의 좌표를 구하면?

① $(3, -1)$

② $(2, 1)$

③ $(4, 2)$

④ $(-3, -2)$

⑤ $(3, -2)$

해설

외접원의 방정식을

$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0 \cdots \textcircled{1}$ 이라 하면,

$\textcircled{1}$ 은 $(-3, 1)$, $(5, 5)$, $(-2, -2)$ 를 지나므로

$$\begin{cases} 10 - 3A + B + C = 0 \\ 50 + 5A + 5B + C = 0 \\ 8 - 2A - 2B + C = 0 \end{cases}$$

세 식을 연립하여 풀면

$A = -4$, $B = -2$, $C = -20$

따라서, 구하는 원은 $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$

즉, $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$ 이고 중심은 $(2, 1)$

14. 두 원 $x^2 + y^2 - 4x = 0$, $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 8 = 0$ 의 교점과 점 $(1, 0)$ 을 지나는 원의 방정식은?

- ① $x^2 + y^2 - 2x - 3y + 1 = 0$ ② $x^2 + y^2 - 5x - y + 4 = 0$
③ $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 5 = 0$ ④ $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 2 = 0$
⑤ $x^2 + y^2 - 5x + 4y + 3 = 0$

해설

두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은
 $x^2 + y^2 - 4x + k(x^2 + y^2 - 6x - 2y + 8) = 0$
($k \neq -1$ 인 실수)
이 원이 점 $(1, 0)$ 을 지나므로
 $1 - 4 + k(1 - 6 + 8) = 0$
 $-3 + 3k = 0 \quad \therefore k = 1$
따라서, 주어진 두 원의 교점을 지나는
원의 방정식은
 $x^2 + y^2 - 4x + x^2 + y^2 - 6x - 2y + 8 = 0$
 $\therefore x^2 + y^2 - 5x - y + 4 = 0$

15. 다항식 $f(x)$ 를 $ax + b(a \neq 0)$ 로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라고 한다. $xf(x)$ 를 $x + \frac{b}{a}$ 로 나눈 나머지를 구하면 ?

- ① $\frac{bR}{a}$ ② $\frac{b}{Ra}$ ③ $-\frac{b}{a}R$ ④ $\frac{aR}{b}$ ⑤ $-\frac{aR}{b}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (ax + b)Q(x) + R \\ &= a\left(x + \frac{b}{a}\right)Q(x) + R \\ \therefore x \cdot f(x) &= ax\left(x + \frac{b}{a}\right)Q(x) + Rx \\ &= ax\left(x + \frac{b}{a}\right)Q(x) + R\left(x + \frac{b}{a}\right) - \frac{b}{a}R \\ &= \left(x + \frac{b}{a}\right)\{axQ(x) + R\} - \frac{b}{a}R \end{aligned}$$

따라서, 구하는 몫은 $axQ(x) + R$
 나머지는 $-\frac{bR}{a}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (ax + b)Q(x) + R \text{에서} \\ \text{나머지 정리에 의해 } f\left(-\frac{b}{a}\right) &= R \\ x \cdot f(x) &= \left(x + \frac{b}{a}\right)Q'(x) + R' \text{이라 하면} \\ \text{나머지 정리에 의해 } -\frac{b}{a}f\left(-\frac{b}{a}\right) &= R' \\ f\left(-\frac{b}{a}\right) &= R \text{를 대입하면 } R' = -\frac{b}{a}R \end{aligned}$$

16. 두 다항식 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(x) + g(x)$ 를 $x^2 + 3x - 15$ 으로 나누면 나머지가 12이다. 또 $f(x) - g(x)$ 를 $x^2 + 3x - 15$ 로 나누면 나머지가 -2이다.

이때, $f(x)$ 를 $x^2 + 3x - 15$ 으로 나눈 나머지는?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$f(x) + g(x) = (x^2 + 3x - 15) Q_1(x) + 12 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(x) - g(x) = (x^2 + 3x - 15) Q_2(x) - 2 \cdots \textcircled{2}$$

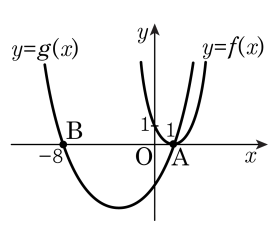
$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면

$$2f(x) = (x^2 + 3x - 15) (Q_1(x) + Q_2(x)) + 10$$

$$f(x) = \frac{1}{2} (x^2 + 3x - 15) (Q_1(x) + Q_2(x)) + 5$$

$\therefore$ 나머지는 5

17. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축과 점 $A(1, 0)$ 에서 접하고, 이차함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 x 축과 두 점 $A(1, 0)$, $B(-8, 0)$ 에서 만난다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 x^2 의 계수가 모두 1일 때, 방정식 $f(x) + 2g(x) = 0$ 의 근은?



- ① $x = 1$
 ② $x = -\frac{1}{3}$ 또는 $x = 1$
 ③ $x = -\frac{1}{5}$ 또는 $x = 3$
 ④ $x = -\frac{1}{5}$ 또는 $x = 1$
 ⑤ $x = -5$ 또는 $x = 1$

⑤ $x = -5$ 또는 $x = 1$

해설

$$f(x) = (x-1)^2, g(x) = (x+8)(x-1) \text{ 이므로}$$

$$f(x) + 2g(x) = (x-1)^2 + 2(x+8)(x-1) = 3x^2 + 12x - 15$$

따라서, 방정식 $f(x) + 2g(x) = 0$,

$$\text{즉 } 3x^2 + 12x - 15 = 0 \text{ 의 근은 } 3(x+5)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 1$$

18. 원 $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 13 = 0$ 에 외접하고, 동시에 점 $(-2, 0)$ 에서 x 축에 접하는 원의 둘레의 길이는?

- ① $\frac{14}{3}\pi$ ② 5π ③ $\frac{16}{3}\pi$ ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ $\frac{15}{4}\pi$

해설

x 축에 접하는 원의 방정식은
 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = b^2$
 $(-2, 0)$ 을 지나므로
 $(-2 - a)^2 + b^2 = b^2 \Rightarrow a = -2$
 $(x + 2)^2 + (y - b)^2 = b^2$
 $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 4$ 에 외접하므로 중심 사이의
거리는 반지름의 길이 합과 같다.
 $\Rightarrow \sqrt{(1 + 2)^2 + (4 - b)^2} = b + 2$
 $\Rightarrow b = \frac{7}{4}$
 $\therefore 2 \cdot \pi \cdot \frac{7}{4} = \frac{7}{2}\pi$

19. 두 원 $(x-a)^2 + (y-2)^2 = 9$, $(x-1)^2 + (y+a)^2 = 1$ 이 직교할 때 a 의 값의 합을 구하여라.

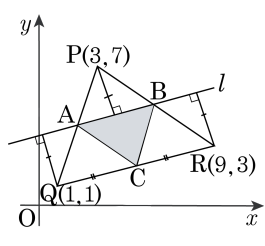
▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

두 원의 중심이 각각 $(a, 2)$, $(1, -a)$ 이므로
두 원의 중심 사이의 거리는 $\sqrt{(a-1)^2 + (2+a)^2}$ 이다.
두 원의 반지름은 각각 3, 1이므로
직교하기 위한 조건은
 $(a-1)^2 + (2+a)^2 = 3^2 + 1^2$
 $\therefore 2a^2 + 2a - 5 = 0$
근과 계수와의 관계로부터 두 근의 합은 -1

20. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 세 점 $P(3, 7)$, $Q(1, 1)$, $R(9, 3)$ 으로부터 같은 거리에 있는 직선 l 이 선분 PQ , PR 과 만나는 점을 각각 A , B 라 하자. 선분 QR 의 중점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표를 $G(x, y)$ 라 하면 $x + y$ 의 값은?



- ① $\frac{16}{3}$ ② 6 ③ $\frac{20}{3}$ ④ $\frac{22}{3}$ ⑤ 8

해설

세 점 P, Q, R 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 P', Q', R' 라 하면 $\triangle PAP' \equiv \triangle QAQ'$ ($\because$ ASA 합동)이므로

점 A 는 선분 PQ 의 중점이다.

마찬가지로 점 B 는 선분 PR 의 중점이다.

따라서, 세 점 A, B, C 는 각각 선분 PQ , 선분 PR , 선분 QR 의 중점이므로 $\triangle ABC$ 의 무게중심은 $\triangle PQR$ 의 무게중심과 일치한다.

$\triangle ABC$ 의 무게중심을 $G(x, y)$ 라 하면

$$x = \frac{3 + 1 + 9}{3} = \frac{13}{3}, y = \frac{7 + 1 + 3}{3} = \frac{11}{3}$$

$$\text{따라서, } x + y = \frac{13}{3} + \frac{11}{3} = 8$$

