1. 다음 중 다항식의 계산결과가 잘못된 것은?

① $(5x-y)+(3x-2y)=8x-3y$

② $(5x^3+x^2-6x+7)-(2x^3-4x^2-1)=3x^3+5x^2-6x+8$

③ $(xy+xy^2-x^2)-(3x^2-xy)$
$=2xy+xy^2-4x^2$

④ $(x^2+1)(3x^2-2x-1)$
$=3x^4-2x^3-2x^2+2x-1$

⑤ $(x^3-3xy^2-2y^3)\div(x+y)=x^2-xy-2y^2$

해설

$(x^2+1)(3x^2-2x-1)=3x^4-2x^3+2x^2-2x-1$

2. 다음 복소수에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① -5의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}i$이다.

② $2+3i$의 실수부분은 2, 허수부분은 3 이다.

③ $-3i$는 순허수이다.

④ $1-2i$의 켤레 복소수는 $-1+2i$이다.

⑤ 두 실수 $a,\ b$에 대하여 복소수 $a+bi$가 실수가 되려면 $b=0$ 이어야 한다.

해설

④ $1-2i$의 켤레 복소수는 $1+2i$이다.

3. 직선 $y = 2x + 3$ 을 x 축 방향으로 1 , y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 9 ② 7 ③ 5 ④ 3 ⑤ 1

해설

$y = 2x + 3$

$\Rightarrow \quad y + 2 = 2(x - 1) + 3$

$\Rightarrow \quad y = 2x - 1$

$\therefore \quad a + b = 1$

4. 부등식 $4x-1 \leq 3x+1 < 2x+5$ 를 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$4x-1 \leq 3x+1 < 2x+5$ 는 $4x-1 \leq 3x+1$, $3x+1 < 2x+5$ 두 식으로 나뉜다.

각각을 정리하면 $x \leq 2$, $x < 4$ 이다.

$\therefore \ x \leq 2$

따라서 범위 안의 가장 큰 정수는 2 이다.

5. 연립부등식 $2 \leq \frac{x+1}{2} < 5$의 x의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 \leq x < 9$

해설

$2 \leq \frac{x+1}{2} < 5,$

$4 \leq x+1 < 10$

$\therefore 3 \leq x < 9$

6. 원 $x^2 + y^2 = 6$ 에 접하고 기울기가 2인 접선의 방정식을 구하면?

① $y = 2x \pm \sqrt{10}$　② $y = 2x \pm 3\sqrt{2}$　③ $y = 2x \pm 2\sqrt{5}$

④ $y = 2x \pm 2\sqrt{6}$　⑤ $y = 2x \pm \sqrt{30}$

해설

기울기가 2 인 직선의 방정식은

$y = 2x + k$ 직선이 원에 접하므로 직선과 원의 중심 사이 거리는 반지름과 같다.

$$\therefore \quad \frac{|2 \times 0 + (-1) \times 0 + k|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{6}$$

$$\Rightarrow \quad |k| = \sqrt{30}$$

$$\Rightarrow \quad k = \pm\sqrt{30}$$

$\therefore$ 접선의 방정식은 $y = 2x \pm \sqrt{30}$

7. 직선 $3x-2y+4=0$ 을 점 $(3,\ 1)$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $ax+by+18=0$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

직선 $3x-2y+4=0$ 을 주어진 조건대로 대칭이동하면

$3(6-x)-2(2-y)+4=0$

$-3x+2y+18=0$

따라서, $a=-3$, $b=2$

$\therefore\ a+b=-1$

8. 이차함수 $y=-x^2+2kx+2k$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2+2kx+2k \\ &= -(x^2-2kx)+2k \\ &= -(x-k)^2+k^2+2k \end{aligned}$$

최댓값 $M=k^2+2k=(k+1)^2-1$

따라서 M 의 최솟값 -1 이다.

9. 방정식 $x^2+5y^2+4xy-2y+1=0$을 만족시키는 실수 x, y에 대하여 $x+y$의 값을 구하면?

① -7　② -1　③ 1　④ 3　⑤ 7

해설

$x^2+5y^2+4xy-2y+1=0$에서

$x^2+4xy+4y^2+y^2-2y+1=0$

$(x+2y)^2+(y-1)^2=0$

$x+2y$, $y-1$은 실수이므로 $x+2y=0$, $y-1=0$

$\therefore\ y=1,\ x=-2y=-2$

$\therefore\ x+y=-1$

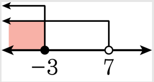
10. 연립부등식 $\begin{cases} 0.8+0.3x \le -0.1 \\ \dfrac{x-1}{3} < 2 \end{cases}$ 를 만족하는 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$\begin{cases} 0.8+0.3x \le -0.1 \\ \dfrac{x-1}{3} < 2 \end{cases}$



$\Rightarrow \begin{cases} 8+3x \le -1 \\ x-1 < 6 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x \le -3 \\ x < 7 \end{cases}$

$\therefore\ x \le -3$

가장 큰 정수는 -3 이다.

11. 민수는 각각 a, $a+2$, $a+4$ 인 막대로 삼각형을 만들려고 한다. 민수가 삼각형을 만들 수 있는 a 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a > 2$

해설

삼각형은 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로, $a+4 < a+(a+2)$ 이고 정리하면 $a > 2$ 이다.

12. 세 함수 $f(x) = -x^2 + x - 2$, $g(x) = ax + a$, $h(x) = x^2 + 4x + 4$ 가 임의의 실수 x 에 대하여 $f(x) \le g(x) < h(x)$ 를 만족할 때, a 의 정수값은 몇 개 있는가?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 없다

해설

(ⅰ) $f(x) \le g(x)$ 에서 $-x^2 + x - 2 \le ax + a$,

$\therefore\ x^2 + (a-1)x + a + 2 \ge 0$

$D = (a-1)^2 - 4(a+2) = a^2 - 6a - 7 \le 0$

$\therefore\ -1 \le a \le 7$

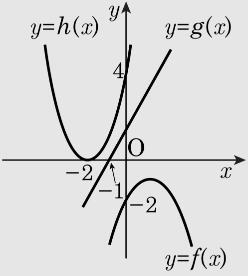
(ⅱ) $g(x) < h(x)$ 에서 $ax + a < x^2 + 4x + 4$

$\therefore\ x^2 + (4-a)x + 4 - a > 0$

$D = (4-a)^2 - 4(4-a) = a^2 - 4a < 0$

$\therefore\ 0 < a < 4$

(ⅰ)과 (ⅱ) 로부터 $0 < a < 4$ 이고 정수는 3개



13. 세 점$(-3,\ 1)$, $(5,\ 5)$, $(-2, 2)$ 를 꼭지점으로 하는 삼각형의 외접원의 중심(외심)의 좌표를 구하면?

① $(3,\ -1)$　　② $(2,\ 1)$　　③ $(4,\ 2)$

④ $(-3,\ -2)$　　⑤ $(3,\ -2)$

해설

외접원의 방정식을

$x^2+y^2+\mathrm{A}x+\mathrm{B}y+\mathrm{C}=0\cdots$ ㉠ 이라 하면,

㉠은 $(-3,\ 1)$, $(5,\ 5)$, $(-2,\ -2)$를 지나므로

$$\begin{cases} 10-3\mathrm{A}+\mathrm{B}+\mathrm{C}=0 \\ 50+5\mathrm{A}+5\mathrm{B}+\mathrm{C}=0 \\ 8-2\mathrm{A}-2\mathrm{B}+\mathrm{C}=0 \end{cases}$$

세 식을 연립하여 풀면

$\mathrm{A}=-4,\ \ \mathrm{B}=-2\ ,\ \mathrm{C}=-20$

따라서, 구하는 원은 $x^2+y^2-4x-2y-20=0$

즉, $(x-2)^2+(y-1)^2=25$ 이고 중심은 $(2,\ 1)$

14. 두 원 $x^2+y^2-4x=0$, $x^2+y^2-6x-2y+8=0$의 교점과 점 $(1,\ 0)$을 지나는 원의 방정식은?

① $x^2+y^2-2x-3y+1=0$ ② $x^2+y^2-5x-y+4=0$

③ $x^2+y^2-6x-4y+5=0$ ④ $x^2+y^2+4x+2y+2=0$

⑤ $x^2+y^2-5x+4y+3=0$

해설

두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은

$x^2+y^2-4x+k\left(x^2+y^2-6x-2y+8\right)=0$

($k \neq -1$인 실수)

이 원이 점 $(1,0)$을 지나므로

$1-4+k(1-6+8)=0$

$-3+3k=0 \quad \therefore k=1$

따라서, 주어진 두 원의 교점을 지나는

원의 방정식은

$x^2+y^2-4x+x^2+y^2-6x-2y+8=0$

$\therefore x^2+y^2-5x-y+4=0$

15. 다항식 $f(x)$를 $ax+b(a \neq 0)$로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R이라고 한다. $xf(x)$를 $x+\frac{b}{a}$로 나눈 나머지를 구하면 ?

① $\frac{bR}{a}$ ② $\frac{b}{Ra}$ ③ $-\frac{b}{a}R$ ④ $\frac{aR}{b}$ ⑤ $-\frac{aR}{b}$

해설

$f(x) = (ax+b)Q(x) + R$

$= a\left(x+\frac{b}{a}\right)Q(x) + R$

$\therefore\ x \cdot f(x)$

$= ax\left(x+\frac{b}{a}\right)Q(x) + Rx$

$= ax\left(x+\frac{b}{a}\right)Q(x) + R\left(x+\frac{b}{a}\right) - \frac{b}{a}R$

$= \left(x+\frac{b}{a}\right)\{axQ(x)+R\} - \frac{b}{a}R$

따라서, 구하는 몫은 $axQ(x)+R$

나머지는 $-\frac{bR}{a}$

해설

$f(x) = (ax+b)Q(x) + R$에서

나머지 정리에 의해 $f(-\frac{b}{a}) = R$

$x \cdot f(x) = \left(x+\frac{b}{a}\right)Q'(x) + R'$이라 하면

나머지 정리에 의해 $-\frac{b}{a}f(-\frac{b}{a}) = R'$

$f(-\frac{b}{a}) = R$를 대입하면 $R' = -\frac{b}{a}R$

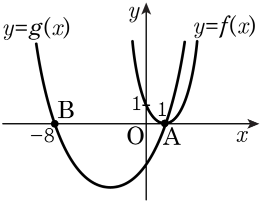
16. 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $f(x)+g(x)$를 $x^2+3x-15$으로 나누면 나머지가 12이다. 또 $f(x)-g(x)$를 $x^2+3x-15$로 나누면 나머지가 -2이다.
이때, $f(x)$를 $x^2+3x-15$으로 나눈 나머지는?

① 5　　② 10　　③ 15　　④ 20　　⑤ 24

해설

$$f(x)+g(x)=\left(x^2+3x-15\right)Q_1(x)+12 \cdots ㉠$$
$$f(x)-g(x)=\left(x^2+3x-15\right)Q_2(x)-2 \cdots ㉡$$
㉠ + ㉡을 하면
$$2f(x)=\left(x^2+3x-15\right)\left(Q_1(x)+Q_2(x)\right)+10$$
$$f(x)=\frac{1}{2}\left(x^2+3x-15\right)\left(Q_1(x)+Q_2(x)\right)+5$$
$\therefore$ 나머지는 5

17. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 x축과 점 A$(1,\ 0)$에서 접하고, 이차함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 x축과 두 점 A$(1,\ 0)$, B$(-8,\ 0)$에서 만난다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 x^2 의 계수가 모두 1일 때, 방정식 $f(x) + 2g(x) = 0$의 근은?



① $x = 1$

② $x = -\dfrac{1}{3}$ 또는 $x = 1$

③ $x = -\dfrac{1}{5}$ 또는 $x = 3$

④ $x = -\dfrac{1}{5}$ 또는 $x = 1$

⑤ $x = -5$ 또는 $x = 1$

해설

$f(x) = (x-1)^2$, $g(x) = (x+8)(x-1)$이므로

$f(x) + 2g(x) = (x-1)^2 + 2(x+8)(x-1) = 3x^2 + 12x - 15$

따라서, 방정식 $f(x) + 2g(x) = 0$,

즉 $3x^2 + 12x - 15 = 0$ 의 근은 $3(x+5)(x-1) = 0$

$\therefore x = -5$ 또는 $x = 1$

18. 원 $x^2+y^2-2x-8y+13=0$ 에 외접하고, 동시에 점 $(-2,\ 0)$ 에서 x 축에 접하는 원의 둘레의 길이는?

① $\frac{14}{3}\pi$　② 5π　③ $\frac{16}{3}\pi$　④ $\frac{7}{2}\pi$　⑤ $\frac{15}{4}\pi$

해설

x 축에 접하는 원의 방정식은

$(x-a)^2+(y-b)^2=b^2$

$(-2,\ 0)$ 을 지나므로

$(-2-a)^2+b^2=b^2 \ \Rightarrow\ a=-2$

$(x+2)^2+(y-b)^2=b^2$

$(x-1)^2+(y-4)^2=4$ 에 외접하므로 중심 사이의 거리는 반지름의 길이 합과 같다.

$\Rightarrow\ \sqrt{(1+2)^2+(4-b)^2}=b+2$

$\Rightarrow\ b=\frac{7}{4}$

$\therefore 2\cdot\pi\cdot\frac{7}{4}=\frac{7}{2}\pi$

19. 두 원 $(x-a)^2+(y-2)^2=9$, $(x-1)^2+(y+a)^2=1$이 직교할 때 a의 값의 합을 구하여라.

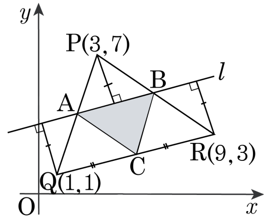
▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

두 원의 중심이 각각 $(a,\ 2)$, $(1,\ -a)$이므로
두 원의 중심 사이의 거리는 $\sqrt{(a-1)^2+(2+a)^2}$이다.
두 원의 반지름은 각각 3, 1이므로
직교하기 위한 조건은
$(a-1)^2+(2+a)^2=3^2+1^2$
$\therefore\ 2a^2+2a-5=0$
근과 계수와의 관계로부터 두 근의 합은 -1

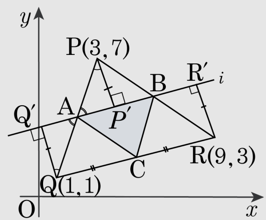
20. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{P}(3, 7)$, $\mathrm{Q}(1, 1)$, $\mathrm{R}(9, 3)$으로부터 같은 거리에 있는 직선 l이 선분 PQ, PR과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 선분 QR의 중점을 C라 할 때, △ABC의 무게중심의 좌표를 $\mathrm{G}(x,\ y)$라 하면 $x+y$의 값은?



① $\dfrac{16}{3}$　② 6　③ $\dfrac{20}{3}$　④ $\dfrac{22}{3}$　⑤ 8

해설

세 점 P, Q, R에서 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 P′, Q′, R′라 하면
△PAP′ ≡ △QAQ′ (∵ ASA 합동)이므로
점 A는 선분 PQ의 중점이다.
마찬가지로 점 B는 선분 PR의 중점이다.



따라서, 세 점 A, B, C는 각각 선분 PQ, 선분 PR, 선분 QR의 중점이므로 △ABC의 무게중심은 △PQR의 무게중심과 일치한다.

△ABC의 무게중심을 $\mathrm{G}(x, y)$라 하면

$$x=\frac{3+1+9}{3}=\frac{13}{3},\ y=\frac{7+1+3}{3}=\frac{11}{3}$$

따라서, $x+y=\dfrac{13}{3}+\dfrac{11}{3}=8$