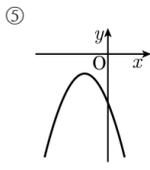
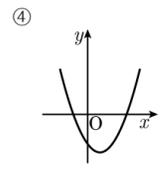
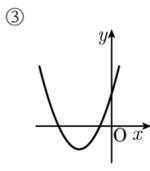
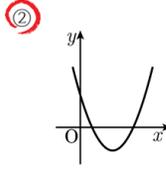
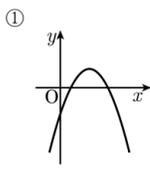
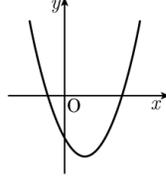


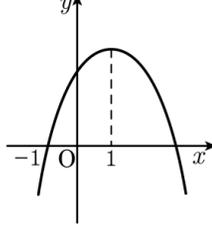
1. 이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?



해설

$y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이다.
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.
 따라서, $b < 0$ 이다.
 y 절편이 음수이므로 $-c < 0$, $c > 0$ 이다.
 $y = cx^2 + bx + a$ 에서
 $c > 0$ 이므로 아래로 볼록한 그래프이다.
 $b < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.
 $a > 0$ 이므로 y 절편은 양수이다.
 따라서 구하는 그래프는 ②이다.

2. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



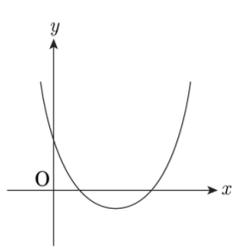
- ① $ab < 0$ ② $bc > 0$ ③ $ac > 0$
 ④ $abc < 0$ ⑤ $a + b + c > 0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$ 축이 y 축을 기준으로 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다. y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.

⑤ $y = ax^2 + bx + c$ 에서
 $x = 1$ 일 때, $a + b + c = y$ 이고
 y 좌표는 양수이므로 $a + b + c > 0$ 이다.

3. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b, c 의 부호를 정하여라.



- ▶ 답: 0
- ▶ 답: 0
- ▶ 답: 0
- ▶ 정답: $a > 0$
- ▶ 정답: $b < 0$
- ▶ 정답: $c > 0$

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이고, 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.
따라서 $b < 0$ 이다. y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.

4. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + kx - 6$ 의 그래프에서 $x > -3$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하고 $x < -3$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다. 이때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$y = -\frac{1}{3}x^2 + kx - 6 = -\frac{1}{3}(x^2 - 3kx) - 6 = -\frac{1}{3}\left(x - \frac{3k}{2}\right)^2 - 6 + \frac{3}{4}k^2$$

축의 방정식은 $x = -3$ 이므로 $\frac{3}{2}k = -3$, $k = -2$ 이다.

5. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$ 에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-2 > x$

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$ 축이 $x = -2$ 이므로 x 가 증가할 때, y 가 감소하는 범위는 $-2 > x$

6. 이차함수 $y = x^2 + px + 4$ 의 그래프가 점 $(1, 6)$ 을 지난다. 이 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값이 증가하는 범위가 될 수 있는 것은?

- ① $x < 1$ ② $x < -1$ ③ $x > \frac{1}{2}$
④ $x > -\frac{1}{2}$ ⑤ $x > 2$

해설

$(1, 6)$ 을 대입하여 p 의 값을 구하면 $p = 1$ 이다.

$p = 1$ 을 대입하면 $y = x^2 + x + 4 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 4 - \frac{1}{4}$ 이다.

따라서 축의 방정식은 $x = -\frac{1}{2}$ 이므로 $x > -\frac{1}{2}$ 일 때 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 증가한다. 따라서 ④이다.

7. 아래 이차함수 식 가운데 x 축과 교점이 한 개인 것은?

① $y = x^2 - x + 3$

② $y = x^2 + x - 2$

③ $y = x^2 + 1$

④ $y = x^2 - 3x + 4$

⑤ $y = 4x^2 - 4x + 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2개

$b^2 - 4ac = 0$: 1개

$b^2 - 4ac < 0$: 0개

⑤ $(-4)^2 - 4 \times 4 = 0$

따라서 x 축과 한 점에서 만난다.

8. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 만나지 않는 것은?

① $y = x^2 - 1$

② $y = x^2 - 2x - 3$

③ $y = x^2 + 4x + 4$

④ $y = x^2 - 2x$

⑤ $y = x^2 - 4x + 5$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2개

$b^2 - 4ac = 0$: 1개

$b^2 - 4ac < 0$: 0개

⑤ $(-4)^2 - 4 \times 5 = -4 < 0$

따라서 x 축과 만나지 않는다.

9. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + k$ 의 그래프가 x 축 아래에만 나타나도록 할 때, k 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k < -2$

해설

$f(x) = 0$ 이 해를 가지지 않을 조건과 같으므로

$$D/4 = 2^2 - (-2) \times k < 0$$

$$\therefore k < -2$$

10. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + a$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a > 2$

해설

$y = f(x)$ 가 x 축과 만나지 않는다. $\Leftrightarrow f(x) = 0$ 이 해가 없다.

$$D/4 = (-2)^2 - 2 \times a < 0$$

$$\therefore a > 2$$

11. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 한 점에서 만나는 것은?

① $y = x^2 + 1$

② $y = x^2 + 2x + 1$

③ $y = x^2 - 3x - 2$

④ $y = 2x^2 + 4x + 4$

⑤ $y = 3x^2 + 7x - 1$

해설

한 점에서 만나려면 증근을 가지므로 $D = 0$ 일 때이다.

12. 이차함수 $y = -2x^2 + x - 3a$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나도록 a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a < \frac{1}{24}$

해설

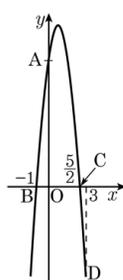
$y = f(x)$ 가 x 축과 두 점에서 만난다.

$\Leftrightarrow f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가진다.

$$D = 1^2 - 4 \times (-2) \times (-3a) = 1 - 24a > 0$$

$$\therefore a < \frac{1}{24}$$

13. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 $\frac{35}{2}$ 일 때, $\triangle BCD$ 의 넓이를 구하여라. (단, A, B, C, D는 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 위의 점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$A(0, c), B(-1, 0), C\left(\frac{5}{2}, 0\right), D(3, p), \triangle ABC = \frac{1}{2} \times$$

$$\left(1 + \frac{5}{2}\right) \times c = \frac{35}{2}, c = 10$$

$$A(0, 10)$$

$$y = ax^2 + bx + c = a(x+1)\left(x - \frac{5}{2}\right),$$

$$-\frac{5}{2}a = 10, a = -4$$

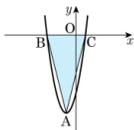
$$y = -4(x+1)\left(x - \frac{5}{2}\right) = -4x^2 + 6x + 10,$$

$$y = -4x^2 + 6x + 10 \text{ 에 } D(3, p) \text{ 를 대입하면}$$

$$p = -36 + 18 + 10 = -8, D(3, -8)$$

$$\therefore \triangle BCD = \frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{5}{2}\right) \times 8 = 14 \text{ 이다.}$$

14. 다음은 $y = a(x+1)^2 - 8$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 16 일 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$16 = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 8$$

$$16 = 4\overline{BC}$$

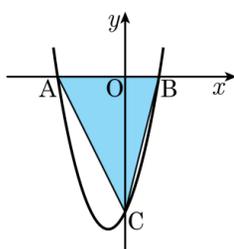
$$\overline{BC} = 4$$

따라서 B 의 좌표는 $(-3, 0)$ 이고, C 의 좌표는 $(1, 0)$ 이다.

$y = a(x+1)^2 - 8$ 에 $(1, 0)$ 을 대입하면 $4a - 8 = 0$ 이므로

$$\therefore a = 2$$

15. 다음 그림의 포물선은 $y = x^2 + 2x - 8$ 의 그래프이다. 이 포물선과 x 축과의 교점을 A, B 라 하고, y 축과의 교점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

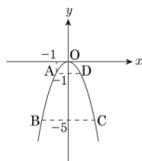


- ① 16 ② 24 ③ 30 ④ 32 ⑤ 48

해설

$$\begin{aligned} & C(0, -8) \\ & y = 0 \text{ 을 대입하면} \\ & x^2 + 2x - 8 = 0 \\ & (x + 4)(x - 2) = 0 \\ & x = -4 \text{ 또는 } x = 2 \\ & A(-4, 0), B(2, 0) \\ & \therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 \end{aligned}$$

16. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 네 꼭짓점이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. 사각형 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $4 + 4\sqrt{5}$

해설

$y = ax^2$ 가 점 $(-1, -1)$ 을 지나므로

$$-1 = a, a = -1$$

$$y = -x^2, y = -5 \text{ 일 때, } x = \pm\sqrt{5}$$

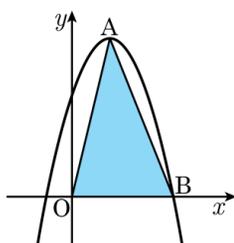
$$A(-1, -1), B(-\sqrt{5}, -5)$$

$$C(\sqrt{5}, -5), D(1, -1)$$

(□ABCD 의 넓이)

$$= (2 + 2\sqrt{5}) \times (5 - 1) \times \frac{1}{2} = 4 + 4\sqrt{5}$$

17. 다음 이차함수 $y = -x^2 + 3x + 4$ 의 그래프에서 점 A 는 꼭짓점, 점 B 는 x 축과의 교점일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이는?



- ① 3 ② 8 ③ $\frac{25}{2}$ ④ $\frac{25}{4}$ ⑤ $\frac{25}{8}$

해설

$$\begin{aligned}
 y &= -x^2 + 3x + 4 \\
 &= -\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) + 4 \\
 &= -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}
 \end{aligned}$$

따라서 A $\left(\frac{3}{2}, \frac{25}{4}\right)$

$y = 0$ 을 대입하면 $x^2 - 3x - 4 = 0$
 $(x+1)(x-4) = 0$ 이므로 x 절편은 $-1, 4$

$\therefore B(4, 0)$

$$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{25}{4} = \frac{25}{2}$$

18. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2(x < 0) \\ 3x^2(x \geq 0) \end{cases}$ 의 그래프 위의 점 P 와 점 A(2,0) 에 대하여 삼각형 POA 의 넓이가 24 일 때, 점 P 의 x 좌표들의 곱을 구하면?

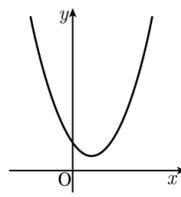
- ① $-6\sqrt{3}$ ② $-7\sqrt{3}$ ③ $-8\sqrt{3}$
 ④ $-9\sqrt{3}$ ⑤ $-10\sqrt{3}$

해설

점 $P(a, b)$ 라고 하면 $b > 0$ 이므로 (ΔPOA 의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 2 \times b = 24$ 이다.
 따라서 $b = 24$ 이다.
 $P(a, 24)$ 인 a 의 값을 구하면
 (i) $a < 0$ 일 때
 $y = x^2$ 에 $(a, 24)$ 를 대입하면
 $24 = a^2, a = -2\sqrt{6}$
 (ii) $a \geq 0$ 일 때
 $y = 3x^2$ 에 $(a, 24)$ 를 대입하면
 $24 = 3a^2, a = 2\sqrt{2}$
 (i), (ii) 에서 $P(-2\sqrt{6}, 24)$ 또는 $P(2\sqrt{2}, 24)$ 이다.
 따라서 점 P 의 x 좌표들의 곱은
 $-2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = -8\sqrt{3}$ 이다.

19. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 의 부호를 구하면?

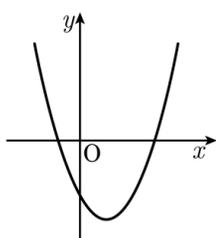
- ① $a > 0, b > 0, c > 0$
- ② $a > 0, b > 0, c < 0$
- ③ $a > 0, b < 0, c > 0$
- ④ $a < 0, b > 0, c > 0$
- ⑤ $a > 0, b < 0, c < 0$



해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a, b 는 다른 부호이므로 $b < 0$
 y 절편은 $c > 0$ 이다.

20. 이차함수 $y = ax^2 - 3x + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, c 의 부호는?

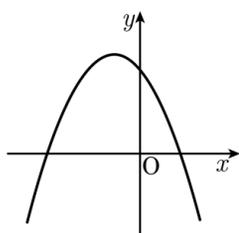


- ① $a > 0, c < 0$ ② $a > 0, c > 0$ ③ $a < 0, c > 0$
④ $a < 0, c < 0$ ⑤ $a > 0, c = 0$

해설

아래로 볼록한 그래피므로 $a > 0$
 y 절편이 음수이므로 $c < 0$

21. 이차함수 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 그래프가 아래의 그림과 같을 때, a, p, q 의 부호를 부등호를 사용하여 각각 나타내어라.



▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a < 0$

▷ 정답: $p > 0$

▷ 정답: $q > 0$

해설

그래프의 모양은 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표 $(-p, q)$ 는 제 2 사분면위에 있으므로 $a < 0, p > 0, q > 0$ 이다.

22. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$

② $y = 2(x-3)^2 + 4$

③ $y = 3x^2$

④ $y = -3x^2 + 3$

⑤ $y = -2x^2 - 3x - 1$

해설

위로 볼록하면 x^2 의 계수는 음수이고 폭이 좁으면 x^2 의 계수의 절댓값이 크다.

23. 포물선 $y = ax^2 + 2ax + a - 3$ 이 두 점 A(2,2), B(4,2) 를 잇는 선분 AB 와 만날 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{5} \leq a \leq \frac{5}{9}$

해설

$$y = ax^2 + 2ax + a - 3 \\ = a(x+1)^2 - 3$$

꼭짓점의 좌표가 (-1, -3) 이다.

(i) 포물선이 점 A 를 지날 때

$$2 = a \times 9 - 3, a = \frac{5}{9} \text{ 이다.}$$

(ii) 포물선이 점 B 를 지날 때

$$2 = a \times 25 - 3, a = \frac{1}{5} \text{ 이다.}$$

$$\therefore \frac{1}{5} \leq a \leq \frac{5}{9}$$

24. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -3x^2$

② $y = x^2 - 3$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

④ $y = \frac{3}{2}(x-3)^2$

⑤ $y = 5x^2 + 2x + 3$

해설

x^2 의 계수가 양수이면서 절댓값이 가장 작은 것을 찾는다.
따라서 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은 ②이다.