

1. 평행이동 $(x, y) \Rightarrow (x+a, y+4)$ 에 의하여 점(2, 1)이 점 $(1, b)$ 로 옮겨질 때, $a+b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 2

④ 4

⑤ 5

해설

점 $(2, 1)$ 이 평행이동 $(x, y) \Rightarrow (x+a, y+4)$ 에 의하여 옮겨진 점이 $(1, b)$ 이므로

$$2+a=1, 1+4=b$$

$$\therefore a=-1, b=5$$

$$\therefore a+b=4$$

2. 방정식 $y = -3x + 1$ 이 나타내는 도형을 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하면?

- ① $y = -x + 4$ ② $y = -2x + 6$ ③ $y = -3x + 11$
④ $y = -4x + 9$ ⑤ $y = -5x + 13$

해설

$$y + 2 = -3(x - 4) + 1 \quad \therefore y = -3x + 11$$

3. 직선 $2x + 3y + 7 = 0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하면 직선 $2x + 3y + 2 = 0$ 이 된다. 이때, 상수 k 의 값은?

① -3 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

직선 $2x + 3y + 7 = 0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼,
 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하면,

$$2(x + 2) + 3(y - k) + 7 = 0$$

$$\therefore 2x + 3y + 11 - 3k = 0$$

이 직선이 $2x + 3y + 2 = 0$ 과 일치하므로

$$11 - 3k = 2 \quad \therefore k = 3$$

4. 원 $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 3$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은?

① $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 3$

② $(x+4)^2 + (y+3)^2 = 3$

③ $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 3$

④ $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 3$

⑤ $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 3$

해설

원점대칭은 x, y 부호를 각각 반대로 해주면 된다.
따라서 $x \rightarrow -x, y \rightarrow -y$ 를 대입한다.

5. 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼 평행이동한 다음 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동하면 처음 위치로 돌아온다. 이 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

먼저 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼
평행이동한 점의 좌표는
 $(-1 + 6, -2)$, 즉 $(5, -2)$
점 $(5, -2)$ 를 다시 직선 $x = a$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는
 $(2a - 5, -2)$
이 때, 이것이 $(-1, -2)$ 와 같으므로 $2a - 5 = -1$
 $\therefore a = 2$

6. 원 $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식이 $x^2 + y^2 + (2-b)x + (2a-4)y = 0$ 일 때, 상수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

원 $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ 을
 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은
 $(-x)^2 + y^2 + a(-x) + by = 0$
즉, $x^2 + y^2 - ax + by = 0$
이것이 $x^2 + y^2 + (2-b)x + (2a-4)y = 0$ 과
같으므로 계수를 비교하면
 $-a = 2-b, b = 2a-4$
두 식을 연립하여 풀면 $a = 6, b = 8$
 $\therefore a + b = 6 + 8 = 14$

7. 점 A $(-2, 3)$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 점을 B, 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 C 라 할 때, 두 점 B, C 를 지나는 직선의 방정식은?

① $y = 2x - 3$

② $y = 2x - 5$

③ $y = x - 1$

④ $y = x - 3$

⑤ $y = x - 5$

해설

점 A $(-2, 3)$ 을 원점에 대하여
대칭이동한 점 B 의 좌표는 $(2, -3)$ 이고,
점 A $(-2, 3)$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여
대칭이동한 점 C 의 좌표는 $(3, -2)$ 이다.
따라서, 두 점 B $(2, -3)$, C $(3, -2)$ 를 지나는
직선의 방정식은

$$y + 3 = \frac{-2 + 3}{3 - 2}(x - 2), y + 3 = x - 2$$

$$\therefore y = x - 5$$

8. 직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 점 $(3, 1)$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $ax + by + 18 = 0$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 주어진 조건대로 대칭이동하면

$$3(6 - x) - 2(2 - y) + 4 = 0$$

$$-3x + 2y + 18 = 0$$

따라서, $a = -3$, $b = 2$

$$\therefore a + b = -1$$

9. 다음은 점 $P(a, b)$ 의 직선 $y = x$ 에 대해 대칭인 점 Q 의 좌표 (x, y) 를 구하는 과정이다.

에 알맞은 말을 차례대로 써 넣어라.

(1) $\overline{PQ}$ 의 중점 $\left(\frac{x+a}{2}, \frac{y+b}{2}\right)$ 은 직선 $y=x$ 위에 있으므로 $\frac{y+b}{2} = \frac{x+a}{2}$
 $\therefore x-y = b-a \cdots \textcircled{1}$

(2) 직선 PQ 는 직선 $y=x$ 에 수직이므로 $\frac{y-b}{x-a} = -1$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 를 연립하여 x, y 를 구하면 $x = \frac{a+b}{2}, y = \frac{a-b}{2}$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

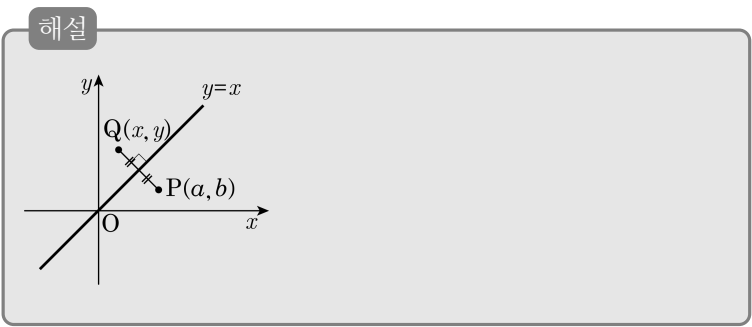
▶ 답 :

▷ 정답 : $y = x$

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : b

▷ 정답 : a



10. 좌표평면 위에서 원 $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 원의 중심거리는?

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ 3 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

원 $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$ 를
직선 $y = x$ 에 대하여
대칭이동 시킨 원의 방정식은
 $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$ 이고,
이 원의 중심은 $(3, 1)$ 이다.
두 원의 중심거리는
두 점 $(1, 3), (3, 1)$ 사이의 거리와 같으므로
 $\sqrt{(1-3)^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{2}$

11. 직선 l 을 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 다음 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하였더니 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $(-1, 2)$ 에서의 접선과 일치하였다. 이때, 직선 l 의 방정식은?

- ① $y = \frac{1}{2}x - 8$ ② $y = \frac{1}{2}x - 4$ ③ $y = 2x + \frac{1}{2}$
④ $y = 2x - 4$ ⑤ $y = 2x - 8$

해설

직선 l 의 방정식을 $y = ax + b$ ($a \neq 0$) 로 놓자.
이때, 이것을 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한
직선의 방정식은 $y = ax + b + 3$
다시 이것을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한
직선의 방정식은 $x = ay + b + 3$
즉, $x - ay - b - 3 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$
한편, 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $(-1, 2)$ 에서의
접선의 방정식은 $y = \frac{1}{2}(x + 1) + 2$
즉, $x - 2y + 5 = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}$ 과 $\textcircled{2}$ 이 일치하므로 계수를 비교하면
 $a = 2, -b - 3 = 5$
 $\therefore a = 2, b = -8$
따라서, 구하는 직선 l 의 방정식은 $y = 2x - 8$

12. 다음 중 원 $x^2 + y^2 + 8x + 8y + 4 = 0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

① $x^2 + y^2 = \frac{1}{5}$

② $x^2 + y^2 = 3$

③ $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 16$

④ $(x + 1)^2 + y^2 = 4$

⑤ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{3}$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면

반지름의 길이가 같아야 한다.

$$x^2 + y^2 + 8x + 8y + 16 = 0 \text{ 에서 } (x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 16$$

따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은

반지름의 길이가 4인 ③이다.

13. 원 $x^2 + (y - 1)^2 = 36$ 의 넓이를 이등분하는 직선 $y = mx + n$ 을 x 축의 방향으로 1만큼 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동하였더니 원 $(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 49$ 의 넓이를 이등분하였다. 실수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

원의 넓이를 이등분하려면
원의 중심을 지나야 하므로
 $y = mx + n$ 은 점 $(0, 1)$ 을 지난다.
 $1 = n \cdots \textcircled{1}$
직선 $y = mx + n$ 를 x 축의 방향으로 1만큼,
 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동하면
 $y - 2 = m(x - 1) + n$ 이 직선이
점 $(4, -3)$ 을 지나므로
 $-5 = 3m + n \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $m = -2, n = 1$
 $\therefore m + n = -2 + 1 = -1$

14. 원 $x^2 + y^2 - 8x + 4y = 0$ 을 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭 이동하면 원 $x^2 + y^2 = c$ 가 된다고 한다. 이 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -15 ② -13 ③ 12 ④ 17 ⑤ 22

해설

$$(x-2)^2 + (y+2)^2 = 20$$

$$y = ax + b \text{ 와 } (4, 2) \text{ } (0, 0)$$

선분은 서로 수직하므로

$$\frac{-2-0}{4-0} \times a = -1$$

$$\therefore a = 2$$

$y = ax + b$ 는 $(4, -2)$ 와 $(0, 0)$ 의 중점을 지나므로

$$\left(\frac{4+0}{2}, \frac{-2+0}{2} \right) = (2, -1)$$

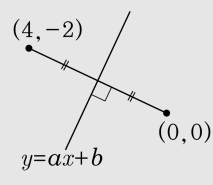
$$-1 = 2a + b$$

$$\therefore b = -5 \text{ } (\because a = 2)$$

원을 대칭해도 반지름은 변하지 않으므로

$$\therefore c = 20$$

$$\therefore a + b + c = 2 - 5 + 20 = 17$$



15. 두 점 A (3, 5), B (1, 1) 이 있을 때, x 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 가 최소가 되는 점 P 의 좌표와 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

① $P\left(\frac{5}{3}, 0\right), 2\sqrt{10}$

② $P\left(\frac{2}{3}, 0\right), \sqrt{10}$

③ $P(1, 0), 2\sqrt{10}$

④ $P\left(\frac{4}{3}, 0\right), \sqrt{10}$

⑤ $P\left(\frac{4}{3}, 0\right), 2\sqrt{10}$

해설

x 축 위의 점 P 에 대하여

$\overline{AP} + \overline{BP}$ 가 최소가 되기 위해서는

세 점이 일직선상에 있어야 한다.

따라서 점 B를 x 축에 대해 대칭 이동시킨다.

이동된 점 B' (1, -1) 과 점 A 와의 거리가

$\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값이다.

$$\sqrt{(3-1)^2 + (5-(-1))^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

이때 점 P 의 좌표는 점 B' 와 점 A 를 지나는

직선의 방정식의 x 절편이다.

$$\text{즉 직선 AB'} : y - 5 = \frac{5 - (-1)}{3 - 1} (x - 3)$$

$$\therefore y = 3x - 4$$

따라서 점 P 의 좌표는 $P\left(\frac{4}{3}, 0\right)$