

1. 평행이동 $(x, y) \Rightarrow (x+a, y+4)$ 에 의하여 점(2, 1) 이 점 $(1, b)$ 로 옮겨질 때, $a+b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 2

④ 4

⑤ 5

해설

점 $(2, 1)$ 이 평행이동 $(x, y) \Rightarrow (x+a, y+4)$ 에 의하여 옮겨진 점이 $(1, b)$ 이므로

$$2+a=1, 1+4=b$$

$$\therefore a=-1, b=5$$

$$\therefore a+b=4$$

2. 방정식 $y = -3x + 1$ 이 나타내는 도형을 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $y = -x + 4$

② $y = -2x + 6$

③ $y = -3x + 11$

④ $y = -4x + 9$

⑤ $y = -5x + 13$

해설

$$y + 2 = -3(x - 4) + 1 \quad \therefore y = -3x + 11$$

3. 직선 $2x + 3y + 7 = 0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하면 직선 $2x + 3y + 2 = 0$ 이 된다. 이때, 상수 k 의 값은?

① -3

② -2

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

직선 $2x + 3y + 7 = 0$ 을 x 축의 방향으로 -2 만큼,
 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하면,

$$2(x + 2) + 3(y - k) + 7 = 0$$

$$\therefore 2x + 3y + 11 - 3k = 0$$

이 직선이 $2x + 3y + 2 = 0$ 과 일치하므로

$$11 - 3k = 2 \quad \therefore k = 3$$

4. 원 $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 3$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은?

① $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 3$

② $(x+4)^2 + (y+3)^2 = 3$

③ $(x+3)^2 + (y+4)^2 = 3$

④ $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 3$

⑤ $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 3$

해설

원점대칭은 x, y 부호를 각각 반대로 해주면 된다.
따라서 $x \rightarrow -x, y \rightarrow -y$ 를 대입한다.

5. 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼 평행이동한 다음 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동하면 처음 위치로 돌아온다. 이 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

먼저 점 $(-1, -2)$ 를 x 축의 방향으로 6 만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(-1 + 6, -2)$, 즉 $(5, -2)$

점 $(5, -2)$ 를 다시 직선 $x = a$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

$(2a - 5, -2)$

이 때, 이것이 $(-1, -2)$ 와 같으므로 $2a - 5 = -1$

$\therefore a = 2$

6. 원 $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식이 $x^2 + y^2 + (2 - b)x + (2a - 4)y = 0$ 일 때, 상수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 14

해설

원 $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ 을

y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$$(-x)^2 + y^2 + a(-x) + by = 0$$

$$\text{즉, } x^2 + y^2 - ax + by = 0$$

이것이 $x^2 + y^2 + (2 - b)x + (2a - 4)y = 0$ 과

같으므로 계수를 비교하면

$$-a = 2 - b, \quad b = 2a - 4$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = 6, b = 8$

$$\therefore a + b = 6 + 8 = 14$$

7. 점 A(-2, 3) 을 원점에 대하여 대칭이동한 점을 B, 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 C 라 할 때, 두 점 B, C 를 지나는 직선의 방정식은?

① $y = 2x - 3$

② $y = 2x - 5$

③ $y = x - 1$

④ $y = x - 3$

⑤ $y = x - 5$

해설

점 A(-2, 3) 을 원점에 대하여
대칭이동한 점 B 의 좌표는 (2, -3) 이고,
점 A(-2, 3) 을 직선 $y = x$ 에 대하여
대칭이동한 점 C 의 좌표는 (3, -2) 이다.
따라서, 두 점 B(2, -3), C(3, -2) 를 지나는
직선의 방정식은

$$y + 3 = \frac{-2 + 3}{3 - 2}(x - 2), y + 3 = x - 2$$

$$\therefore y = x - 5$$

8. 직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 점 $(3, 1)$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $ax + by + 18 = 0$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 주어진 조건대로 대칭이동하면

$$3(6 - x) - 2(2 - y) + 4 = 0$$

$$-3x + 2y + 18 = 0$$

따라서, $a = -3$, $b = 2$

$$\therefore a + b = -1$$

9. 다음은 점 $P(a, b)$ 의 직선 $y = x$ 에 대해 대칭인 점 Q 의 좌표 (x, y) 를 구하는 과정이다.

에 알맞은 말을 차례대로 써 넣어라.

(1) $\overline{PQ}$ 의 중점 $\left(\frac{x+a}{2}, \frac{y+b}{2}\right)$ 은 직선

위에 있으므로 $\frac{y+b}{2} = \frac{x+a}{2}$

$\therefore x - y = b - a \cdots \textcircled{1}$

(2) 직선 PQ 는 직선 $y = x$ 에 수직이므로

$\frac{y-b}{x-a} = \text{$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 를 연립하여 x, y 를 구하면

$x = \text{}, y = \text{$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

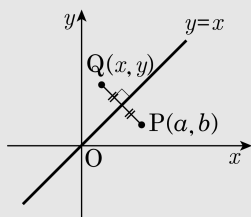
▷ 정답 : $y = x$

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : b

▷ 정답 : a

해설



10. 좌표평면 위에서 원 $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$ 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 원의 중심거리는?

① $\sqrt{2}$

② 2

③ 3

④ $2\sqrt{2}$

⑤ $3\sqrt{2}$

해설

원 $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$ 를

직선 $y=x$ 에 대하여

대칭이동 시킨 원의 방정식은

$(x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$ 이고,

이 원의 중심은 $(3,1)$ 이다.

두 원의 중심거리는

두 점 $(1,3), (3,1)$ 사이의 거리와 같으므로

$$\sqrt{(1-3)^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{2}$$

11. 직선 l 을 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 다음 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하였더니 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $(-1, 2)$ 에서의 접선과 일치하였다. 이때, 직선 l 의 방정식은?

① $y = \frac{1}{2}x - 8$

② $y = \frac{1}{2}x - 4$

③ $y = 2x + \frac{1}{2}$

④ $y = 2x - 4$

⑤ $y = 2x - 8$

해설

직선 l 의 방정식을 $y = ax + b$ ($a \neq 0$) 로 놓자.

이때, 이것을 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한

직선의 방정식은 $y = ax + b + 3$

다시 이것을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한

직선의 방정식은 $x = ay + b + 3$

즉, $x - ay - b - 3 = 0 \cdots \cdots \textcircled{7}$

한편, 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $(-1, 2)$ 에서의

접선의 방정식은 $y = \frac{1}{2}(x + 1) + 2$

즉, $x - 2y + 5 = 0 \cdots \cdots \textcircled{8}$

$\textcircled{7}$ 과 $\textcircled{8}$ 이 일치하므로 계수를 비교하면

$$a = 2, -b - 3 = 5$$

$$\therefore a = 2, b = -8$$

따라서, 구하는 직선 l 의 방정식은 $y = 2x - 8$

12. 다음 중 원 $x^2 + y^2 + 8x + 8y + 4 = 0$ 을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

① $x^2 + y^2 = \frac{1}{5}$

② $x^2 + y^2 = 3$

③ $x^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 16$

④ $(x + 1)^2 + y^2 = 4$

⑤ $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = \frac{1}{3}$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면
반지름의 길이가 같아야 한다.

$x^2 + y^2 + 8x + 8y + 16 = 0$ 에서 $(x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 16$
따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은
반지름의 길이가 4인 ③이다.

13. 원 $x^2 + (y-1)^2 = 36$ 의 넓이를 이등분하는 직선 $y = mx + n$ 을 x 축의 방향으로 1만큼 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동하였더니 원 $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 49$ 의 넓이를 이등분하였다. 실수 m, n 에 대하여 $m + n$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

원의 넓이를 이등분하려면

원의 중심을 지나야 하므로

$y = mx + n$ 은 점 $(0, 1)$ 을 지난다.

$$1 = n \cdots \textcircled{7}$$

직선 $y = mx + n$ 를 x 축의 방향으로 1만큼,

y 축의 방향으로 2만큼 평행이동하면

$y - 2 = m(x - 1) + n$ 이 직선이

점 $(4, -3)$ 을 지나므로

$$-5 = 3m + n \cdots \textcircled{8}$$

⑦, ⑧을 연립하여 풀면 $m = -2, n = 1$

$$\therefore m + n = -2 + 1 = -1$$

14. 원 $x^2 + y^2 - 8x + 4y = 0$ 을 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭 이동하면 원 $x^2 + y^2 = c$ 가 된다고 한다. 이 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -15

② -13

③ 12

④ 17

⑤ 22

해설

$$(x-2)^2 + (y+2)^2 = 20$$

$$y = ax + b \text{ 와 } (4, 2) \text{ } (0, 0)$$

선분은 서로 수직하므로

$$\frac{-2-0}{4-0} \times a = -1$$

$$\therefore a = 2$$

$y = ax + b$ 는 $(4, -2)$ 와 $(0, 0)$ 의 중점을 지나므로

$$\left(\frac{4+0}{2}, \frac{-2+0}{2} \right) = (2, -1)$$

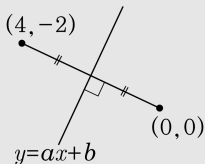
$$-1 = 2a + b$$

$$\therefore b = -5 (\because a = 2)$$

원을 대칭해도 반지름은 변하지 않으므로

$$\therefore c = 20$$

$$\therefore a + b + c = 2 - 5 + 20 = 17$$



15. 두 점 A(3, 5), B(1, 1) 이 있을 때, x 축 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 가 최소가 되는 점 P 의 좌표와 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

① $P\left(\frac{5}{3}, 0\right), 2\sqrt{10}$

② $P\left(\frac{2}{3}, 0\right), \sqrt{10}$

③ $P(1, 0), 2\sqrt{10}$

④ $P\left(\frac{4}{3}, 0\right), \sqrt{10}$

⑤ $P\left(\frac{4}{3}, 0\right), 2\sqrt{10}$

해설

x 축 위의 점 P 에 대하여

$\overline{AP} + \overline{BP}$ 가 최소가 되기 위해서는

세 점이 일직선상에 있어야 한다.

따라서 점 B를 x 축에 대해 대칭 이동시킨다.

이동된 점 B'(1, -1)과 점 A와의 거리가

$\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값이다.

$$\sqrt{(3-1)^2 + (5-(-1))^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

이때 점 P의 좌표는 점 B'와 점 A를 지나는

직선의 방정식의 x 절편이다.

$$\text{즉 직선 } AB' : y - 5 = \frac{5 - (-1)}{3 - 1} (x - 3)$$

$$\therefore y = 3x - 4$$

따라서 점 P의 좌표는 $P\left(\frac{4}{3}, 0\right)$