

1. $\frac{3+4i}{1+3i}$ 를 $a+bi$ 의 꼴로 나타 낼 때, $a-b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

- ① 2 ② -2 ③ 1 ④ -1 ⑤ 0

해설

분모의 실수화를 해준다.

$$\frac{3+4i}{1+3i} = \frac{(3+4i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$$

$$\therefore a-b = 2$$

2. 한 근이 $1-i$ 인 이차방정식이 $x^2 + ax + b = 0$ 일 때, 실수 $a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 $1-i$ 이면 다른 한 근은 $1+i$ 이다.

두 근의 합 : 2,

두 근의 곱 : 2

$\therefore a = -2, b = 2$

3. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가 $x = 2$, $y = -3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$x = 2$, $y = -3$ 을
두 방정식
 $2x + ay = 10$, $x - y = b$ 에 대입하면
모두 성립시키므로 $4 - 3a = 10$
 $\therefore a = -2$
 $2 - (-3) = b$
 $\therefore b = 5$
 $\therefore a + b = 3$

4. $2 \leq x \leq 3$ 일 때, $\frac{2x}{1-x}$ 의 범위는?

① $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -3$

② $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -2$

③ $-4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -1$

④ $1 \leq \frac{2x}{1-x} \leq 2$

⑤ $1 \leq \frac{2x}{1-x} \leq 3$

해설

$$\frac{2x}{1-x} = \frac{-2(-x+1)+2}{-x+1} = -2 + \frac{2}{-x+1}$$

$$2 \leq x \leq 3 \text{에서 } -1 \text{을 곱하면 } -2 \geq -x \geq -3$$

$$1 \text{을 더하면 } -1 \geq -x+1 \geq -2$$

$$\text{역수를 취하면 } \frac{1}{-1} \leq \frac{1}{-x+1} \leq \frac{1}{-2}$$

$$2 \text{를 곱하면 } -2 \leq \frac{2}{-x+1} \leq -1$$

$$-2 \text{를 더하면 } -4 \leq -2 + \frac{2}{-x+1} \leq -3 \text{에서 } -4 \leq \frac{2x}{1-x} \leq -3$$

5. 두 점 A(6, -4), B(1, 1) 을 이은 선분 AB를 2 : 3 으로 내분하는 점을 P, 외분하는 점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 중점의 좌표는?

- ① (8, -10) ② (8, -8) ③ (8, -6)
④ (10, -8) ⑤ (10, -6)

해설

$$P\left(\frac{2 \times 1 + 3 \times 6}{2 + 3}, \frac{2 \times 1 + 3 \times (-4)}{2 + 3}\right) = (4, -2)$$

$$Q\left(\frac{2 \times 1 - 3 \times 6}{2 - 3}, \frac{2 \times 1 - 3 \times (-4)}{2 - 3}\right) = (16, -14)$$

따라서 선분 PQ의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{4 + 16}{2}, \frac{-2 + (-14)}{2}\right)$$

$$\therefore (10, -8)$$

6. 점 (1, 2) 를 지나고, y 축에 평행한 직선의 방정식을 구하여라

▶ 답:

▷ 정답: $x = 1$

해설

점 (1, 2) 를 지나고 y 축에 평행한 직선이므로
∴ $x = 1$

7. 두 점 $A(3,2), B(1,4)$ 를 연결하는 선분의 중점을 지나고 $2x+y-1=0$ 에 수직인 직선을 l 이라 할 때, 다음 중 직선 l 위에 있는 점은?

- ① $(-4, \frac{1}{2})$ ② $(-6, -\frac{3}{2})$ ③ $(0, 2)$
④ $(1, 1)$ ⑤ $(-1, \frac{1}{2})$

해설

두 점 $A(3,2), B(1,4)$ 의 중점 M 의 좌표는 $(2,3)$ 이고, 직선 $2x+y-1=0$ 에 수직인 직선의 기울기 m 은 $(-2) \cdot m = -1$ 에서 $m = \frac{1}{2}$ 이 때, 구하는 직선 l 의 방정식은 $y = \frac{1}{2}(x-2) + 3 \quad \therefore y = \frac{1}{2}x + 2$ 따라서, 이 직선 위의 점은 $(0,2)$ 이다

8. 평행한 두 직선 $3x - 5y + 2 = 0$, $3x - 5y - 1 = 0$ 사이의 거리는?

① $\frac{2\sqrt{17}}{17}$

② $\frac{3\sqrt{17}}{17}$

③ $\frac{\sqrt{34}}{34}$

④ $\frac{2\sqrt{34}}{34}$

⑤ $\frac{3\sqrt{34}}{34}$

해설

$3x - 5y + 2 = 0$ 위의 점 $(0, \frac{2}{5})$ 에서

$3x - 5y - 1 = 0$ 까지의 거리

$$\frac{|3 \cdot 0 - 5 \cdot \frac{2}{5} - 1|}{\sqrt{9 + 25}} = \frac{3}{\sqrt{34}} = \frac{3\sqrt{34}}{34}$$

9. 두 원 $(x-2)^2 + y^2 = 10$, $x^2 + y^2 + y - 5 = 0$ 의 공통현을 포함하는 직선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$(x-2)^2 + y^2 = 10$ 에서
 $x^2 + y^2 - 4x - 6 = 0$ 이므로
두 원의 공통현을 포함하는 직선의 방정식은
 $x^2 + y^2 - 4x - 6 - (x^2 + y^2 + y - 5) = 0$
 $4x + y + 1 = 0, y = -4x - 1$
 $\therefore a = -4, b = -1$
 $\therefore a + b = -4 + (-1) = -5$

10. 다항식 $x^3 - 3x - 3$ 을 다항식 $x^2 - 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫이 $ax + b$ 이고, 나머지가 $cx + d$ 이었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x^3 - 3x - 3 = (x^2 - 2x - 1)(ax + b) + cx + d$$

에서 계수를 비교하면

$$a = 1, -b + d = -3, -a - 2b + c = -3, b - 2a = 0$$

$$\text{에서 } a = 1, b = 2, d = -1, c = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 1 + 2 + (-1) + 2 = 4$$

11. x 에 대한 다항식 $4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 가 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 갖도록 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -37

해설

$P(x) = 4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 라 하고 $P(x)$ 가

$(x+1)(x-3)$ 을 인수로 가지려면

$$P(-1) = P(3) = 0$$

$$P(-1) = -4 - 3 - a + b = 0 \quad \therefore a - b = -7$$

$$P(3) = 108 - 27 + 3a + b = 0 \quad \therefore 3a + b = -81$$

$$\therefore a = -22, b = -15$$

12. $(1+ai)^2 = 2i$ (a 는 실수)라 할 때 $(1+ai)(1-ai)$ 의 값을 구하시오.
(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}(1+ai)^2 = 2i \text{ 에서 } (1-a^2) + 2ai &= 2i \\ \text{복소수의 상등에서 } 1-a^2 = 0, 2a &= 2 \\ \therefore a &= 1 \\ \therefore (1+ai)(1-ai) &= (1+i)(1-i) \\ &= 1 - (-1) \\ &= 2\end{aligned}$$

13. $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -3$ 에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -3$ 에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식은 $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2+5$ 이다. $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2+5 = -\frac{1}{3}x^2 - 2x + 2$ 따라서 y 의 절편은 2 이다.

14. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로
 $(x+4)(x-2) < 0$
 $x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$
 $\therefore a = -8$

15. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \end{cases}$ 을 풀면?

- ㉠ $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$
- ㉡ $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $2 \leq x \leq 3$
- ㉢ $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$
- ㉣ $-2 \leq x \leq 1$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$
- ㉤ $-2 \leq x \leq 1$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \quad \dots \text{㉠} \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \dots \text{㉡} \end{cases}$$

$$\text{㉠ } (x-3)(x+2) \leq 0$$

$$-2 \leq x \leq 3$$

$$\text{㉡ } (2x-3)(2x-1) \geq 0$$

$$x \geq \frac{3}{2}, \quad x \leq \frac{1}{2}$$

㉠과 ㉡의 공통범위 :

$$-2 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{2} \leq x \leq 3$$

16. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 인 $\triangle ABC$ 가 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a 의 값들의 합은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 가 직각이므로
피타고라스의 정리에 의해
 $\overline{AB}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{BC}^2 \dots \text{㉠}$
이때, 세 점 $A(a, 3)$, $B(-1, -5)$, $C(3, 7)$ 에 대하여
 $\overline{AB}^2 = (-1 - a)^2 + (-5 - 3)^2 = a^2 + 2a + 65$
 $\overline{CA}^2 = (a - 3)^2 + (3 - 7)^2 = a^2 - 6a + 25$
 $\overline{BC}^2 = (3 + 1)^2 + (7 + 5)^2 = 160$ 이므로
㉠에 의해 $2a^2 - 4a + 90 = 160$
 $\therefore a^2 - 2a - 35 = 0$
따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a 의 값들의 합은 2이다.

17. 원 $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 1 = 0$ 과 같은 중심을 갖고, 점 (1, 2) 를 지나는 원의 반지름을 r 이라 할 때, r^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

준 식에서 $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 14$ 이므로
중심은 (2, -3) 이다.
구하는 원의 반지름을 r 라 하면
 $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = r^2$ 이고,
이 원이 점 (1, 2) 를 지나므로
 $(1 - 2)^2 + (2 + 3)^2 = r^2$
 $\therefore r^2 = 26$

18. 중심이 (1,3) 이고, x 축에 접하는 원의 반지름의 길이는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

x 축에 접하는 원의 반지름은 y 좌표의 절댓값과 같으므로,
 $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 9$

19. $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{100}$ 을 간단히 하면? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

- ① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{-2i}{2} = -i, i^4 = 1$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{100} &= \left(\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2\right)^{50} \\ &= (-i)^{50} \\ &= ((i^4)^{12} \cdot i^2) \\ &= -1\end{aligned}$$

20. 두 복소수 $\alpha = a - 2i$, $\beta = 5 + bi$ 에 대하여 $\alpha + \bar{\beta} = 3 - 2i$ 를 만족하는 실수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = -6$

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \bar{\beta} &= 3 - 2i \\ (a - 2i) + (5 - bi) &= 3 + 2i \\ (a + 5) - (2 + b)i &= 3 + 2i \\ \therefore a = -2, b &= -4 \\ \therefore a + b &= -6\end{aligned}$$

21. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근의 공식을 유도하는 과정이다. (가), (나), (다)에 알맞은 식을 차례대로 쓰면?

$$\begin{aligned}
 ax^2+bx+c=0 &\leftrightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0 \\
 \leftrightarrow x^2+\frac{b}{a}x+(\quad) &= -\frac{c}{a}+(\quad) \text{ (가)} \\
 \leftrightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{(\quad)}{4a^2} \text{ (나)} \\
 \leftrightarrow x+\frac{b}{2a} &= \frac{(\quad)}{2a} \text{ (다)}
 \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}, b^2-4ac, \pm\sqrt{b^2-4ac}$
 ② $\frac{b}{2a}, \sqrt{b^2-4ac}, b^2-4ac$
 ③ $\frac{b}{2a}, b^2-4ac, \pm\sqrt{b^2-4ac}$
 ④ $\frac{b^2}{4a^2}, \sqrt{b^2-4ac}, b^2-4ac$
 ⑤ $\frac{b}{a}, \left(\frac{b}{2}\right)^2-ac, \pm\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac}$

해설

(가) 좌변을 제곱 꼴로 만들려 하는 것이므로 $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 =$
 $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}$
 (나) $-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2} = -\frac{4ac}{4a^2}+\frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2-4ac}{4a^2}$
 (다) $\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}} = \pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

22. 이차방정식 $x^2 + ax + 2b = 0$ 의 한 근이 $2 + ai$ 일 때 실수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은? (단 $a \neq 0$)

- ① -9 ② -5 ③ 3 ④ 6 ⑤ 12

해설

한 근이 $2 + ai$ 이므로 다른 한 근은 $2 - ai$ 이다.

\therefore 두 근의 합 $-a = 4 \quad \therefore a = -4$

두 근의 곱 $(2 - 4i)(2 + 4i) = 4 + 16 = 2b$

$\therefore b = 10$

$\therefore a + b = 10 - 4 = 6$

23. $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x + 3 = 0 \text{ 에서 근과 계수의 관계에 의해} \\ & \alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3 \\ & (\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta) \\ & = \alpha^2\beta^2 - 2\alpha^2\beta - 2\alpha\beta^2 + 4\alpha\beta \\ & = (\alpha\beta)^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta) + 4\alpha\beta \\ & = 9 - 6 \cdot 2 + 12 = 9 \end{aligned}$$

24. 다음은 삼차방정식 $x^3 + px + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라고 할 때, $-\alpha$ 는 $x^3 + px - 1 = 0$ 의 근이고, $\frac{1}{\alpha}$ 은 $x^3 + px^2 + 1 = 0$ 의 근임을 보인 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 말로 옳지 않은 것은?

α 는 $x^3 + px + 1 = 0$ 의 근이므로 $\alpha^3 + p\alpha + 1 = 0 \quad \dots \text{㉠}$
 $f(x) = x^3 + px - 1$ 이라고 하면 $f(-\alpha) = (\text{가}) = (\text{나}) = 0 (\because \text{㉡})$
 따라서 $-\alpha$ 는 $x^3 + px - 1 = 0$ 의 근이다. 또 $g(x) = x^3 + px^2 + 1$
 이라고 하면 $g\left(\frac{1}{\alpha}\right) = (\text{다}) = (\text{라}) = (\text{마}) = 0 (\because \text{㉢})$
 따라서, $\frac{1}{\alpha}$ 은 $x^3 + px^2 + 1 = 0$ 의 근이다.

- ① (가) $(-\alpha)^3 + p(-\alpha) - 1$ ② (나) $-(\alpha^3 - p\alpha + 1)$
 ③ (다) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 + p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + 1$ ④ (라) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 (1 + p\alpha + \alpha^3)$
 ⑤ (마) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 \cdot 0$

해설

α 는 $x^3 + px + 1 = 0$ 의 근이므로 $\alpha^3 + p\alpha + 1 = 0 \quad \dots \text{㉠}$
 $f(x) = x^3 + px - 1$ 이라고 하면 $f(-\alpha) = (-\alpha)^3 + p(-\alpha) - 1$
 $= -(\alpha^3 + p\alpha + 1) = 0 (\because \text{㉠})$
 따라서 $-\alpha$ 는 $x^3 + px - 1 = 0$ 의 근이다.
 또 $g(x) = x^3 + px^2 + 1$ 이라고 하면 $g\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 + p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + 1$
 $= \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 (1 + p\alpha + \alpha^3) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 \cdot 0 = 0 (\because \text{㉠})$
 따라서 $\frac{1}{\alpha}$ 은 $x^3 + px^2 + 1 = 0$ 의 근이다.

25. x 에 관한 세 개의 다항식 $A(x) = x^4 - 10x^2 + 9$, $B(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$, $C(x) = x(x-3)(x^2+a) - (x-3)(x^2+b) + 8$ 의 최대공약수가 이차식일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 4 ② -4 ③ 8 ④ -8 ⑤ 2

해설

$$A(x) = x^4 - 10x^2 + 9 = (x-1)(x+1)(x-3)(x+3)$$

$$B(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$$

$$= (x-1)(x+1)(x-3)(x+2)$$

∴ 두 다항식의 최대공약수는 $(x-1)(x+1)(x-3)$

그런데 다항식 $C(x)$ 는 $x-3$ 으로 나누어떨어지지 않으므로

세 다항식의 최대공약수는 $(x-1)(x+1)$ 이다.

$$\therefore \text{다항식 } C(\pm 1) = 0$$

$$\therefore C(1) = -a + b + 4 = 0, C(-1) = a + b + 4 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = -4 \text{에서 } a + b = -4$$