1. $\dfrac{3+4i}{1+3i}$ 를 $a+bi$ 의 꼴로 나타 낼 때, $a-b$ 의 값은? (단, a , b 는 실수, $i=\sqrt{-1}$)

① 2　　② -2　　③ 1　　④ -1　　⑤ 0

해설

분모의 실수화를 해준다.

$$\frac{3+4i}{1+3i}=\frac{(3+4i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$$

$\therefore a-b=2$

2. 한 근이 $1-i$ 인 이차방정식이 $x^2+ax+b=0$ 일 때, 실수 $a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 $1-i$ 이면 다른 한 근은 $1+i$ 이다.
두 근의 합 : 2,
두 근의 곱 : 2
$\therefore \quad a=-2\ , \quad b=2$

3. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가 $x = 2,\ y = -3$일 때, $a + b$의 값은?

① 1　② 3　③ 5　④ 7　⑤ 9

해설

$x = 2,\ y = -3$을
두 방정식
$2x + ay = 10,\ x - y = b$에 대입하면
모두 성립시키므로 $4 - 3a = 10$
$\therefore\ a = -2$
$2 - (-3) = b$
$\therefore\ b = 5$
$\therefore\ a + b = 3$

4. $2 \le x \le 3$일 때, $\dfrac{2x}{1-x}$의 범위는?

① $-4 \le \dfrac{2x}{1-x} \le -3$ ② $-4 \le \dfrac{2x}{1-x} \le -2$

③ $-4 \le \dfrac{2x}{1-x} \le -1$ ④ $1 \le \dfrac{2x}{1-x} \le 2$

⑤ $1 \le \dfrac{2x}{1-x} \le 3$

해설

$$\frac{2x}{1-x} = \frac{-2(-x+1)+2}{-x+1} = -2 + \frac{2}{-x+1}$$

$2 \le x \le 3$에서 -1을 곱하면 $-2 \ge -x \ge -3$

1을 더하면 $-1 \ge -x+1 \ge -2$

역수를 취하면 $\dfrac{1}{-1} \le \dfrac{1}{-x+1} \le \dfrac{1}{-2}$

2를 곱하면 $-2 \le \dfrac{2}{-x+1} \le -1$

-2를 더하면 $-4 \le -2 + \dfrac{2}{-x+1} \le -3$ 에서 $-4 \le \dfrac{2x}{1-x} \le -3$

5. 두 점 $A(6,\ -4)$, $B(1,\ 1)$ 을 이은 선분 AB를 $2:3$ 으로 내분하는 점을 P, 외분하는 점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 중점의 좌표는?

① $(8,\ -10)$ ② $(8,\ -8)$ ③ $(8,\ -6)$

④ $(10,\ -8)$ ⑤ $(10,\ -6)$

해설

$$P\left(\frac{2\times1+3\times6}{2+3},\ \frac{2\times1+3\times(-4)}{2+3}\right)=(4,\ -2)$$

$$Q\left(\frac{2\times1-3\times6}{2-3},\ \frac{2\times1-3\times(-4)}{2-3}\right)=(16,\ -14)$$

따라서 선분 PQ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{4+16}{2},\ \frac{-2+(-14)}{2}\right)$$

$\therefore\ (10,\ -8)$

6. 점 $(1, 2)$ 를 지나고, y 축에 평행한 직선의 방정식을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

점 $(1,\ 2)$ 를 지나고 y 축에 평행한 직선이므로

$\therefore\ x = 1$

7. 두 점 $A(3,2), B(1,4)$ 를 연결하는 선분의 중점을 지나고 $2x+y-1=0$ 에 수직인 직선을 l 이라 할 때, 다음 중 직선 l 위에 있는 점은?

① $\left(-4, \frac{1}{2}\right)$　② $\left(-6, -\frac{3}{2}\right)$　③ $(0,2)$
④ $(1,1)$　⑤ $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$

해설

두 점 $A(3,2), B(1,4)$ 의 중점 M 의 좌표는
$(2,3)$ 이고, 직선$2x+y-1=0$ 에 수직인
직선의 기울기 m 은 $(-2)\cdot m=-1$에서$m=\frac{1}{2}$
이 때, 구하는 직선 l 의 방정식은
$y=\frac{1}{2}(x-2)+3 \quad \therefore y=\frac{1}{2}x+2$
따라서, 이 직선 위의 점은 $(0,2)$ 이다

8. 평행한 두 직선 $3x-5y+2=0$, $3x-5y-1=0$ 사이의 거리는?

① $\dfrac{2\sqrt{17}}{17}$ ② $\dfrac{3\sqrt{17}}{17}$ ③ $\dfrac{\sqrt{34}}{34}$
④ $\dfrac{2\sqrt{34}}{34}$ ⑤ $\dfrac{3\sqrt{34}}{34}$

해설

$3x-5y+2=0$ 위의 점 $\left(0,\ \dfrac{2}{5}\right)$에서

$3x-5y-1=0$ 까지의 거리

$$\frac{\left|3\cdot 0-5\cdot\dfrac{2}{5}-1\right|}{\sqrt{9+25}}=\frac{3}{\sqrt{34}}=\frac{3\sqrt{34}}{34}$$

9. 두 원 $(x-2)^2+y^2=10$, $x^2+y^2+y-5=0$ 의 공통현을 포함하는 직선의 방정식이 $y=ax+b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$(x-2)^2+y^2=10$ 에서
$x^2+y^2-4x-6=0$ 이므로
두 원의 공통현을 포함하는 직선의 방정식은
$x^2+y^2-4x-6-(x^2+y^2+y-5)=0$
$4x+y+1=0, y=-4x-1$
$\therefore a=-4, b=-1$
$\therefore a+b=-4+(-1)=-5$

10. 다항식 x^3-3x-3을 다항식 x^2-2x-1로 나누었을 때의 몫이 $ax+b$이고, 나머지가 $cx+d$이었다. 이 때, $a+b+c+d$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^3-3x-3=(x^2-2x-1)(ax+b)+cx+d$

에서 계수를 비교하면

$a=1,\ -b+d=-3,\ -a-2b+c=-3,\ b-2a=0$

에서 $a=1,\ b=2,\ d=-1,\ c=2$

$\therefore\ a+b+c+d=1+2+(-1)+2=4$

11. x 에 대한 다항식 $4x^3-3x^2+ax+b$ 가 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 갖도록 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** -37

해설

$P(x)=4x^3-3x^2+ax+b$ 라 하고 $P(x)$ 가

$(x+1)(x-3)$ 을 인수로 가지려면

$P(-1)=P(3)=0$

$P(-1)=-4-3-a+b=0 \quad \therefore \ a-b=-7$

$P(3)=108-27+3a+b=0 \quad \therefore \ 3a+b=-81$

$\therefore \ a=-22, \ b=-15$

12. $(1+ai)^2 = 2i$ (a 는 실수)라 할 때 $(1+ai)(1-ai)$ 의 값을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 2

해설

$(1+ai)^2 = 2i$ 에서 $(1-a^2)+2ai = 2i$

복소수의 상등에서 $1-a^2 = 0,\ 2a = 2$

$\therefore\ a = 1$

$$\begin{aligned} \therefore\ (1+ai)(1-ai) &= (1+i)(1-i) \\ &= 1-(-1) \\ &= 2 \end{aligned}$$

13. $y=-\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x=-3$ 에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y=-\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x=-3$ 에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식은 $y=-\frac{1}{3}(x+3)^2+5$ 이다. $y=-\frac{1}{3}(x+3)^2+5=-\frac{1}{3}x^2-2x+2$

따라서 y 의 절편은 2 이다.

14. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$의 해가 $-4 < x < 2$일 때, a의 값을 구하여라.(단, a는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$(x+4)(x-2) < 0$

$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$

$\therefore a = -8$

15. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \le 0 \\ 4x^2 - 8x + 3 \ge 0 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 \le x \le \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \le x \le 3$
② $-2 \le x \le \frac{1}{2}$ 또는 $2 \le x \le 3$
③ $-2 \le x \le \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \le x \le 2$
④ $-2 \le x \le 1$ 또는 $\frac{3}{2} \le x \le 3$
⑤ $-2 \le x \le 1$ 또는 $\frac{3}{2} \le x \le 2$

해설

$$\begin{cases} x^2 - x - 6 \le 0 & \cdots ㉠ \\ 4x^2 - 8x + 3 \ge 0 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ $(x-3)(x+2) \le 0$
$-2 \le x \le 3$
㉡ $(2x-3)(2x-1) \ge 0$
$x \ge \frac{3}{2}, \quad x \le \frac{1}{2}$
㉠과 ㉡의 공통범위 :
$-2 \le x \le \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{2} \le x \le 3$

16. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(a,3)$, $B(-1,-5)$, $C(3,7)$ 인 $\triangle ABC$가 $\angle A$가 직각인 직각삼각형이 되도록 하는 상수 a의 값들의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\triangle ABC$에서 $\angle A$가 직각이므로
피타고라스의 정리에 의해
$\overline{AB}^2+\overline{CA}^2=\overline{BC}^2 \cdots$ ㉠
이때, 세 점 $A(a,3)$, $B(-1,-5)$, $C(3,7)$에 대하여

$\overline{AB}^2=(-1-a)^2+(-5-3)^2=a^2+2a+65$

$\overline{CA}^2=(a-3)^2+(3-7)^2=a^2-6a+25$

$\overline{BC}^2=(3+1)^2+(7+5)^2=160$ 이므로
㉠에 의해 $2a^2-4a+90=160$
$\therefore\ a^2-2a-35=0$
따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 a의 값들의 합은 2이다.

17. 원 $x^2+y^2-4x+6y-1=0$ 과 같은 중심을 갖고, 점 $(1,\ 2)$ 를 지나는 원의 반지름을 r 이라 할 때, r^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

준 식에서 $(x-2)^2+(y+3)^2=14$ 이므로
중심은 $(2,\ -3)$ 이다.
구하는 원의 반지름을 r라 하면
$(x-2)^2+(y+3)^2=r^2$ 이고,
이 원이 점 $(1,\ 2)$ 를 지나므로
$(1-2)^2+(2+3)^2=r^2$
$\therefore r^2=26$

18. 중심이 $(1,3)$ 이고, x 축에 접하는 원의 반지름의 길이는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

x 축에 접하는 원의 반지름은 y 좌표의 절댓값과 같으므로,
$(x-1)^2+(y-3)^2=9$

19. $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{100}$ 을 간단히 하면? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 0　　② 1　　③ -1　　④ 2　　⑤ -2

해설

$$\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{-2i}{2} = -i \text{ , } i^4 = 1$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{100} &= \left(\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2\right)^{50} \\ &= (-i)^{50} \\ &= ((i)^4)^{12} \cdot i^2 \\ &= -1\end{aligned}$$

20. 두 복소수 $\alpha = a-2i$, $\beta = 5+bi$에 대하여 $\alpha + \overline{\beta} = \overline{3-2i}$를 만족하는 실수 a, b의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=-6$

해설

$\alpha + \overline{\beta} = \overline{3-2i}$

$(a-2i)+(5-bi)=3+2i$

$(a+5)-(2+b)i=3+2i$

$\therefore\ a=-2, b=-4$

$\therefore\ a+b=-6$

21. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근의 공식을 유도하는 과정이다. (가), (나), (다) 에 알맞은 식을 차례대로 쓰면?

$$ax^2+bx+c=0 \leftrightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$
$$\leftrightarrow x^2+\frac{b}{a}x+(\quad)=-\frac{c}{a}+(\text{ 가 })$$
$$\leftrightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{(\text{ 나 })}{4a^2}$$
$$\leftrightarrow x+\frac{b}{2a}=\frac{(\text{ 다 })}{2a}$$

① $\frac{b^2}{4a^2}$, b^2-4ac, $\pm\sqrt{b^2-4ac}$
② $\frac{b}{2a}$, $\sqrt{b^2-4ac}$, b^2-4ac
③ $\frac{b}{2a}$, b^2-4ac, $\pm\sqrt{b^2-4ac}$
④ $\frac{b^2}{4a^2}$, $\sqrt{b^2-4ac}$, b^2-4ac
⑤ $\frac{b}{a}$, $\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac$, $\pm\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac}$

해설

(가) 좌변을 제곱 꼴로 만들려 하는 것이므로 $(x+\frac{b}{2a})^2=x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}$

(나) $-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}=-\frac{4ac}{4a^2}+\frac{b^2}{4a^2}=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$

(다) $\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

22. 이차방정식 $x^2 + ax + 2b = 0$의 한 근이 $2 + ai$일 때 실수 a, b의 합 $a + b$의 값은? (단 $a \neq 0$)

① -9 ② -5 ③ 3 ④ 6 ⑤ 12

해설

한 근이 $2 + ai$이므로 다른 한 근은 $2 - ai$이다.

$\therefore$ 두 근의 합 $-a = 4$ $\quad \therefore a = -4$

두 근의 곱 $(2 - 4i)(2 + 4i) = 4 + 16 = 2b$

$\therefore b = 10$

$\therefore a + b = 10 - 4 = 6$

23. $x^2-2x+3=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $(\alpha^2-2\alpha)(\beta^2-2\beta)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$x^2-2x+3=0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=2,\ \alpha\beta=3$

$(\alpha^2-2\alpha)(\beta^2-2\beta)$

$=\alpha^2\beta^2-2\alpha^2\beta-2\alpha\beta^2+4\alpha\beta$

$=(\alpha\beta)^2-2\alpha\beta(\alpha+\beta)+4\alpha\beta$

$=9-6\cdot 2+12=9$

24. 다음은 삼차방정식 $x^3+px+1=0$의 한 근을 α라고 할 때, $-\alpha$는 $x^3+px-1=0$의 근이고, $\frac{1}{\alpha}$은 $x^3+px^2+1=0$의 근임을 보인 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 말로 옳지 <u>않은</u> 것은?

> α는 $x^3+px+1=0$의 근이므로 $\alpha^3+p\alpha+1=0$ $\cdots$ ㉠
> $f(x)=x^3+px-1$이라고 하면 $f(-\alpha)=$ (가)$=$ (나) $=0$ ($\because$ ㉠)
> 따라서 $-\alpha$는 $x^3+px-1=0$의 근이다. 또 $g(x)=x^3+px^2+1$이라고 하면 $g\left(\frac{1}{\alpha}\right)=$ (다)$=$ (라)$=$ (마) $=0$($\because$ ㉠)
> 따라서, $\frac{1}{\alpha}$은 $x^3+px^2+1=0$ 의 근이다.

① (가) $(-\alpha)^3+p(-\alpha)-1$
② (나) $-(\alpha^3-p\alpha+1)$
③ (다) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3+p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2+1$
④ (라) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3(1+p\alpha+\alpha^3)$
⑤ (마) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3\cdot 0$

해설

α는 $x^3+px+1=0$의 근이므로 $\alpha^3+p\alpha+1=0$ $\cdots$ ㉠
$f(x)=x^3+px-1$이라고 하면 $f(-\alpha)=(-\alpha)^3+p(-\alpha)-1$
$=-(\alpha^3+p\alpha+1)=0$ ($\because$ ㉠)
따라서 $-\alpha$ 는 $x^3+px-1=0$의 근이다.

또 $g(x)=x^3+px^2+1$ 이라고 하면 $g\left(\frac{1}{\alpha}\right)=\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3+p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2+1$

$=\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3(1+p\alpha+\alpha^3)=\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3\cdot 0=0$ ($\because$ ㉠)

따라서 $\frac{1}{\alpha}$ 은 $x^3+px^2+1=0$ 의 근이다.

25. x에 관한 세 개의 다항식 $A(x)=x^4-10x^2+9$, $B(x)=x^4-x^3-7x^2+x+6$, $C(x)=x(x-3)(x^2+a)-(x-3)(x^2+b)+8$의 최대공약수가 이차식일 때, $a+b$의 값은?

① 4　② -4　③ 8　④ -8　⑤ 2

해설

$A(x)=x^4-10x^2+9=(x-1)(x+1)(x-3)(x+3)$

$B(x)=x^4-x^3-7x^2+x+6$

$\quad=(x-1)(x+1)(x-3)(x+2)$

$\therefore$두 다항식의 최대공약수는$(x-1)(x+1)(x-3)$

그런데 다항식 $C(x)$는 $x-3$으로 나누어떨어지지 않으므로

세 다항식의 최대공약수는$(x-1)(x+1)$이다.

$\therefore$ 다항식 $C(\pm1)=0$

$\therefore\ C(1)=-a+b+4=0,\ C(-1)=a+b+4=0$

$\therefore\ a=0,\ b=-4$에서 $a+b=-4$