

1. 다음 중 옳은 것은?

① $n(\emptyset) = 1$

② $A = \{2\}$ 이면 $n(A) = 2$

③ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3$

④ $A = \{4, 6\}$, $B = \{6, 7, 8\}$ 일 때, $n(A) + n(B) = 4$

⑤ $A = \{x \mid 2 \times x = 12, x \text{는 짝수}\}$ 일 때, $n(A) = 1$

해설

① $n(\emptyset) = 0$

② $n(A) = 1$

③ $3 - 2 = 1$

④ $n(A) + n(B) = 2 + 3 = 5$

2. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $n(\{0\}) = 1$

② $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$

③ $\emptyset \in \{1, 2, 3\}$

④ $n(\{0\}) < n(\{1\})$

⑤ $n(\{1, \{2, 3\}, 4, 5\}) = 4$

해설

② $\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$

③ $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$

④ $n(\{0\}) = n(\{1\}) = 1$

3. 다음 중 집합에 관한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 집합 $A = \{\emptyset\}$ 일 때, $n(A) = 1$

② 집합 $B = \{0\}$ 일 때, $n(B) = 0$

③ 집합 $C = \{x | x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(C) = 4$

④ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = c$

⑤ $n(\{0, 1, 2\}) = 3$

해설

② 집합 $B = \{0\}$ 일 때, $n(B) = 1$

④ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = 3 - 2 = 1$

4. 다음 설명 중 옳은 것은?

① $n(\emptyset) = 1$

② $n(\{a, b, c, d\}) = \{4\}$

③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 5$

④ $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(A) = 4$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}$ 이면 $n(A) = \emptyset$

해설

① 공집합은 원소의 개수가 0개이므로 $n(\emptyset) = 0$ 이다.

② $n(\{a, b, c, d\}) = 4$

③ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.

⑤ 집합 A 는 공집합이므로 $n(A) = 0$ 이다.

5. 다음 중 옳은 것은?

① $n(\emptyset) = 1$

② $X = \{1, 2\}$ 이면 $n(X) = 3$

③ $n(\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}) = 5$

④ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}, B = \{1, 3, 7\}$ 일 때,
 $n(A) + n(B) = 3$

⑤ $A = \{x \mid 6 \times x = 24, x \text{는 홀수}\}$ 일 때, $n(A) = 1$

해설

① $n(\emptyset) = 0$

② $X = \{1, 2\}$ 에서 $n(X) = 2$

③ $n(\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}) = n(\{1, 5\}) = 2$

⑤ $A = \{x \mid 6 \times x = 24, x \text{는 홀수}\}$ 일 때, $n(A) = 0$

6. 다음 중 옳은 것은?

① $n(\emptyset) = n(\{0\})$

② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 2$

③ $n(\{4\}) = 4$

④ $n(\{x|x \text{는 } 40 \text{ 이하의 짝수}\}) = 40$

⑤ $n(\{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 홀수}\}) = 1$

해설

① $n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1$

② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 3 - 2 = 1$

③ $n(\{4\}) = 1$

④ $n(\{2, 4, 6, \dots, 40\}) = 20$

⑤ $n(\{3\}) = 1$

7. 다음 중 무한집합이 아닌 것을 모두 고르면?

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 분수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{2x+1|x \text{는 11보다 큰 소수}\}$
- ⑤ $\{x|1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 자연수}\}$

해설

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\} \rightarrow$ 짝수인 소수는 2 뿐이다. : 유한 집합
- ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 유리수}\} \rightarrow$ 1 과 2 사이의 분수는 무수히 많다. : 무한 집합
- ③ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한 집합
- ④ $\{2x+1|x \text{는 11보다 큰 소수}\} \rightarrow$ 11 보다 큰 소수는 무수히 많다. : 무한 집합
- ⑤ x 가 될 수 있는 수는 2,3 뿐이다. : 유한집합

8. 다음 중 집합의 원소가 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\{0\}$

② $\{x|x \text{는 } 4 \text{의 약수 중 홀수}\}$

③ $\{x|x \text{는 } 3 \times x = 0 \text{인 자연수}\}$

④ $\{x|x \text{는 } 11 < x < 12 \text{인 자연수}\}$

⑤ $\{x|x \text{는 } x \leq 1 \text{인 자연수}\}$

해설

① $\{0\}$

② $\{1\}$

⑤ $\{1\}$

9. 다음 중 무한집합인 것은?

- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 0 \times x = 1 \text{인 수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 기약분수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \times x = 12 \text{인 자연수}\}$

해설

- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이하의 자연수}\} = \{1\}$ 이므로 유한집합이다.
- ② $\{x \mid x \text{는 } 0 \times x = 1 \text{인 수}\}$ 는 원소가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 기약분수}\} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \dots \right\}$ 이므로 무한집합이다.
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\} = \{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49\}$ 이므로 유한집합이다.
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \times x = 12 \text{인 자연수}\}$ 는 원소가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.

10. 다음을 만족하는 집합 A 의 원소가 될 수 없는 것은?

㉠ 모든 원소는 자연수이다.

㉡ $2 \in A, 6 \in A$

㉢ $a + b \in A, a \in A, b \in A$

① 4

② 5

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$2 \in A, 6 \in A$ 이므로

$2 + 2 = 4 \in A, 2 + 6 = 8 \in A$

$4 + 6 = 10 \in A, 6 + 6 = 12 \in A$

11. 다음 조건을 만족하는 집합 A 에 대하여 $\frac{1}{2} \in A$ 일 때, 원소의 개수가 가장 적은 집합 A 의 원소들의 합을 구하면?

$$a \in A \text{ 이면 } \frac{a}{a-1} \in A \text{ (단, } a \neq 1 \text{)}$$

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\frac{1}{2} \in A \text{ 이면 } \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}-1} = \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{1}{2}} = -1 \in A$$

$$-1 \in A \text{ 이면 } \frac{-1}{-1-1} = \frac{1}{2} \in A$$

$$\frac{1}{2} \in A \text{ 이면 } \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}-1} = -1 \in A \dots$$

따라서 원소의 개수가 가장 적은 집합 A 는 $\left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$ 이므로 원소들의 합은 $-1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$ 이다.

12. 집합 $M = \{a + bi \mid a^2 + b^2 = 1, a, b \text{는 실수}\}$ 에 대하여 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

㉠ $z_1 \in M, z_2 \in M$ 이면 $z_1 + z_2 \in M$

㉡ $z_1 \in M, z_2 \in M$ 이면 $z_1 z_2 \in M$

㉢ $z_1 \in M, z_2 \in M$ 이면 $\frac{z_1}{z_2} \in M$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$z_1 = a + bi \in M, z_2 = c + di \in M$ 이라 하자.

㉠ $z_1 + z_2 = a + bi + c + di = (a + c) + (b + d)i$ 에서

$$(a + c)^2 + (b + d)^2$$

$$= a^2 + 2ac + c^2 + b^2 + 2bd + d^2$$

$$= 2 + 2(ac + bd) \text{ 이므로}$$

$2 + 2(ac + bd) \neq 1$ 일수 있으므로 $z_1 + z_2 \in M$ 이라 할 수 없다.

㉡ $z_1 \cdot z_2 = (a + bi)(c + di)$

$$= ac + adi + bci - bd$$

$$= (ac - bd) + (ad + bc)i \text{ 에서}$$

$$(ac - bd)^2 + (ad + bc)^2$$

$$= a^2c^2 - 2abcd + b^2d^2 + a^2d^2 + 2abcd + b^2c^2$$

$$= a^2c^2 + a^2d^2 + b^2d^2 + b^2c^2$$

$$= a^2(c^2 + d^2) + b^2(c^2 + d^2) = a^2 + b^2 = 1 \quad (\because c^2 + d^2 = 1)$$

$$\therefore z_1 \cdot z_2 \in M$$

㉢ $\frac{z_1}{z_2} = \frac{a + bi}{c + di}$

$$= \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)}$$

$$= \frac{ac - adi + bci + bd}{c^2 + d^2}$$

$$= (ac + bd) + (bc - ad)i$$

$$(\because c^2 + d^2 = 1) \text{ 에서}$$

$$(ac + bd)^2 + (bc - ad)^2$$

$$= a^2c^2 + 2abcd + b^2d^2 + b^2c^2 - 2abcd + a^2d^2$$

$$= a^2c^2 + b^2c^2 + b^2d^2 + a^2d^2 = (a^2 + b^2)c^2 + (a^2 + b^2)d^2$$

$$= c^2 + d^2 = 1$$

$$\therefore \frac{z_1}{z_2} \in M$$

13. 두 집합 X, Y 에 대하여 기호 $\otimes$ 를 $X \otimes Y = \{x \times y | x \in X \text{ 그리고 } y \in Y\}$ 라고 약속한다.

$A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{1, 2\}$ 일 때, $A \otimes B$ 를 구하면?

- ① $\{0, 1, 2, 4\}$ ② $\{0, 1, 2\}$ ③ $\{0, 1\}$
④ $\{0\}$ ⑤ $\{1, 2\}$

해설

$$\begin{aligned} & A \otimes B \\ &= \{0 \times 1, 0 \times 2, 1 \times 1, 1 \times 2, 2 \times 1, 2 \times 2\} \\ &= \{0, 1, 2, 4\} \end{aligned}$$

14. 실수 전체의 집합 R 의 부분집합 S 가 다음 두 조건을 만족시킬 때, 옳지 않은 것을 고르면? (단, n 은 자연수)

I. $5 \in S, 7 \in S$

II. $p \in S, q \in S$ 이면 $p + q \in S$

① $5n \in S$

② $7n \in S$

③ $12n + 1 \in S$

④ $12n + 2 \in S$

⑤ $17n + 3 \in S$

해설

① $p = q = 5$ 이면 $p + q = 5 \times 2 \in S$

$p = 5 \times 2, q = 5$ 이면 $p + q = 5 \times 3 \in S$

이와 같이 계속하면 $5n \in S$

② ①과 같은 방법으로 $7n \in S$

③ S 를 작은 수부터 차례로 써 보면

$S = \{5, 7, 10, 12, 14, \dots\}$ 이므로

$13 \notin S \leftarrow 13 = 12 \times 1 + 1$

④ $12n + 2 = 5n + 7n + 7 - 5 = 5(n - 1) + 7(n + 1)$ 이므로

①, ②에 의해서 $12n + 2 \in S$

⑤ $17n + 3 = 10n + 7n + 10 - 7$

$= 5(2n + 2) + 7(n - 1) \in S$

15. 실수로 이루어진 집합 B 가 다음의 두 조건을 만족할 때, 다음 설명 중 옳은 것은? (단, $n(B)$ 는 집합 B 의 원소의 개수를 나타낸다.)

㉠ $n(B) = 1$

㉡ $x \in B$ 이면 $\frac{1}{x} \in B$

① 집합 B 는 $\emptyset$ 뿐이다.

② 집합 B 는 두 개 있다.

③ $\{-1, 1\} \subset B$

④ $B = \{0\}$

⑤ $B \not\subset \{-1, 0, 1\}$

해설

집합 B 의 원소의 개수가 1개이므로 집합 B 는 원소가 하나뿐인 유한집합이다.

또, $x \in B$ 이면 $\frac{1}{x} \in B$ 에서

$x = \frac{1}{x}, x^2 = 1 \therefore x = \pm 1$ 따라서 $B = \{1\}$ 또는 $\{-1\}$ 이므로 집합 B 는 두 개 있다.

16. 자연수를 원소로 가지는 집합 S 가 조건 ' $x \in S$ 이면 $(4-x) \in S$ 이다.' 를 만족한다. 이 때, 집합 S 의 개수는?

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

집합 S 의 원소는 자연수이어야 하므로 x 가 자연수이어야 한다. 또한, 조건 ' $x \in S$ 이면 $(4-x) \in S$ ' 로부터 x 가 S 의 원소이면 $(4-x)$ 도 S 의 원소이므로 $(4-x)$ 도 자연수이다. $1 \in S$ 이면 $(4-1) \in S$, 즉 $3 \in S$, $2 \in S$ 이면 $(4-2) \in S$, 즉 $2 \in S$, $3 \in S$ 이면 $(4-3) \in S$, 즉 $1 \in S$ 이므로 1과 3은 동시에 S 의 원소이거나 S 의 원소가 아니어야 한다.

한편, 2는 혼자서 S 의 원소이거나 S 의 원소가 아닐 수 있다.

따라서 두 집합 $S_1 = \{2\}$, $S_2 = \{1, 3\}$ 의 원소들을 동시에 갖거나 갖지 않는 모든 집합들을 보면 S_1 만을 가질 때에는 $\{2\}$, S_2 만을 가질 때에는 $\{1, 3\}$, S_1, S_2 를 모두 가질 때에는 $\{1, 2, 3\}$ 이다. 따라서 3개이다.

17. 실수 전체의 집합의 부분집합 A 가 ' $x \in A$ 이면 $\frac{1}{3}x \in A$ 이다. (단, $A \neq \emptyset$)'를 만족할 때, 다음 설명 중 항상 옳은 것은?

- ① 모든 집합 A 는 무한집합이다.
- ② 모든 집합 A 는 유한집합이다.
- ③ 집합 A 중에서 유한집합은 $\{0\}$ 뿐이다.
- ④ $3 \in A$ 이면 A 는 유한집합이다.
- ⑤ $a \in A, b \in A$ 이면 $a + b \in A$ 이다.

해설

$x \in A$ 일 때 $\frac{1}{3}x \in A$ 이므로 다음의 세 가지 경우를 생각할 수 있다.

(i) $x \neq 0$ 일 때, $A = \left\{x, \frac{1}{3}x, \frac{1}{9}x, \frac{1}{27}x, \dots\right\}$ 이므로 A 는 무한 집합이다.

(ii) $x = 0$ 일 때,
 $A = \{0\}$ 이므로 A 는 유한집합이다.

(iii) 위의 두 경우를 합하면

$A = \left\{0, x, \frac{1}{3}x, \frac{1}{9}x, \dots\right\}$ 가 되어 무한집합이다.

따라서 ③에서 A 가 유한집합이면 그 원소는 오직 0 뿐이다.

18. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 100\}$ 의 부분집합 중에서 다음의 두 조건을 만족하고, 원소의 개수가 가장 적은 집합을 A 라 할 때 $n(A)$ 를 구하면?

㉠ $2 \in A$

㉡ $m, n \in A$ 이고, $mn \in U$ 이면 $mn \in A$ 이다.

㉠ 6

㉡ 8

㉢ 10

㉣ 12

㉤ 16

해설

$2 \in A$ 이고, $2 \times 2 = 2^2 \in U$ 이므로 $2^2 \in A$

$2 \in A$, $2^2 \in A$ 이고, $2 \times 2^2 = 2^3 \in U$ 이므로 $2^3 \in A$

이와 같은 과정을 반복하면

$2^4 \in A$, $2^5 \in A$, $2^6 \in A, \dots$

따라서 집합 A 는 전체집합 U 의 원소 중 2의 거듭제곱을 반드시 포함해야 한다. 즉, 집합 A 의 원소의 개수가 가장 적을 때는 2의 거듭제곱만을 원소로 가질 때이므로 구하는 집합은 $\{2, 4, 8, 16, 32, 64\}$ 이다.

19. 집합 $A = \{1, 2, 3, \{2, 3\}, \{4\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $1 \in A$

② $3 \notin A$

③ $4 \notin A$

④ $\{4\} \in A$

⑤ $\{2, 3\} \in A$

해설

집합 A 의 원소들은 $1, 2, 3, \{2, 3\}, \{4\}$ 이다.

옳은 것은 ①, ③, ④, ⑤ 이다.

② $3 \notin A$ 은 $3 \in A$ 가 맞다.

20. 두 집합 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $B \subset A$

㉡ $n(B) - n(A) = 2$

㉢ $n(A) > n(B)$

㉣ $n(A) = n(B)$

㉤ $A \subset B$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉤

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉢, ㉤

해설

㉠ $B \not\subset A$

㉢, ㉣ $n(A) < n(B)$

21. 세 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$, $C = \{x | x \text{는 } 10 \text{보다 작은 자연수}\}$ 사이의 포함관계를 기호를 사용하여 나타낸 것으로 옳은 것을 골라라.

① $A \subset B \subset C$

② $A \subset C \subset B$

③ $B \subset A \subset C$

④ $A \subset B = C$

⑤ $B \subset A = C$

해설

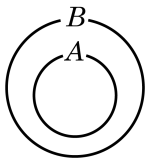
$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$B = \{1, 3, 9\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$\therefore B \subset A \subset C$$

22. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 집합 A 와 B 의 포함 관계가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, $\square$ 안에 알맞은 자연수의 개수는?



① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$A \subset B$ 이므로 $\square$ 의 수는 6의 약수이면 된다. 따라서 1, 2, 3, 6
이므로 4개이다.

23. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 자연수는 몇 개인가?

① 6개

② 7개

③ 8개

④ 9개

⑤ 10개

해설

$\square$ 는 36의 약수이다.

36의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

24. 집합 $A = \{a, b, c\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $d \in A$

② $a \notin A$

③ $\emptyset \in A$

④ $\{\emptyset\} \subset A$

⑤ $\{c\} \subset A$

해설

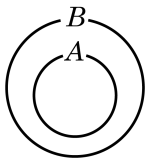
① $d \notin A$

② $a \in A$

③ $\emptyset \subset A$

④ $\emptyset$ 이 집합 A 의 원소가 아니므로 $\{\emptyset\} \notin A$

25. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 집합 A 와 B 의 포함 관계가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, $\square$ 안에 알맞은 자연수의 개수는?



① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$A \subset B$ 이므로 $\square$ 의 수는 8의 약수이면 된다. 따라서 1, 2, 4, 8
이므로 4개이다.

26. 다음 <보기>의 네 가지 조건으로 확실히 말할 수 있는 것은?

보기

- 모든 A 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 B 의 원소는 C 의 원소이다.
- 모든 D 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 E 의 원소는 C 의 원소이다.

- ① 모든 A 의 원소는 C 의 원소이다.
- ② 모든 C 의 원소는 E 의 원소이다.
- ③ 모든 B 의 원소는 D 의 원소이다.
- ④ D 와 C 의 관계는 알 수 없다.
- ⑤ D 의 원소 중 B 의 원소가 아닌 것이 있다.

해설

- 모든 A 의 원소는 B 의 원소이다. $A \subset B$
 - 모든 B 의 원소는 C 의 원소이다. $B \subset C$
 - 모든 D 의 원소는 B 의 원소이다. $D \subset B$
 - 모든 E 의 원소는 C 의 원소이다. $E \subset C$
- ② C 의 원소 중 E 의 원소가 아닌 것도 있다.
- ③ B 의 원소 중 D 의 원소가 아닌 것도 있다.
- ④ D 와 C 의 관계는 $D \subset C$ 이다.
- ⑤ $D \subset B$ 이므로 D 의 원소 중 B 의 원소가 아닌 것은 없다.

27. 집합 $A = \{0, \{1\}, 1, 2\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \subset A$

② $\{1\} \in A$

③ $\{1\} \subset A$

④ $\{1, 2\} \in A$

⑤ $\{\{1\}, 1\} \subset A$

해설

④ $\{1, 2\} \subset A$

28. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $A \subset B, A \cup C = U$ 를 만족할 때, 다음 중 성립하지 않은 것은?

① $B \cup C = U$

② $A^c \subset C$

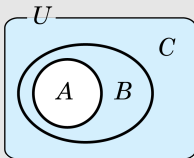
③ $B^c \subset C$

④ $A \cap B^c = \emptyset$

⑤ $A \cup B^c = U$

해설

$A \subset B, A \cup C = U$ 를 만족하는 집합 A, B, C 의 관계는 다음 벤 다이어그램과 같다. 이때, 집합 C 는 어두운 부분을 포함하는 U 의 부분집합이므로 $A \cup B^c = U$ 는 성립하지 않는다.



29. 다음 <보기> 중 $A \subset B$ 와 동치인 것의 개수는? (단, U 는 전체집합)

보기

㉠ $A \cup B = B$

㉡ $A - B = \emptyset$

㉢ $B \cap A^c = \emptyset$

㉣ $A^c \cup B = U$

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

동치관계는 어떤 두 조건이 필요충분조건일 때 동치관계라 한다.
따라서 $A \subset B$ 와 필요충분조건을 만족하는 것은? ㉠, ㉡, ㉣ 3개이다.

30. 두 집합 $A = \{5, 9, a - 2\}$, $B = \{5, 7, b + 3\}$ 에 대하여 집합 A 는 집합 B 에 포함되고, 집합 B 는 집합 A 에 포함될 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 3

② 7

③ 11

④ 15

⑤ 19

해설

$A \subset B$, $B \subset A$ 이므로 $A = B$ 이다.

$7 \in A$ 이므로 $a - 2 = 7 \therefore a = 9$

$9 \in B$ 이므로 $b + 3 = 9 \therefore b = 6$

$a + b = 9 + 6 = 15$

31. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 짝수}\}$ 일 때, A 의 진부분집합을 모두 구한 것은?

① $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}$

② $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}$

③ $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 4, 6\}$

④ $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}, \{2, 4, 6\}$

⑤ $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}$

해설

$$A = \{2, 4, 6\}$$

집합 $\{2, 4, 6\}$ 의 부분집합 :

$\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}, \{2, 4, 6\}$

집합 $\{2, 4, 6\}$ 의 진부분집합 :

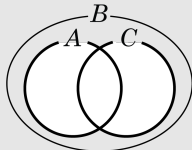
$\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}$ 이므로 ⑤이다.

32. 세 집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ② $A \subset B, B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
- ③ $A \subset B, C \subset B$ 이면 $B \subset (A \cup C)$ 이다.
- ④ $A \subset B, A \subset C$ 이면 $A \subset (B \cap C)$ 이다.
- ⑤ $A \subset B, C \subset B$ 이면 $A \subset (B \cup C)$ 이다.

해설

③번을 벤다이어그램으로 나타내면, 거짓임을 알 수 있다.



33. <보기>의 집합의 포함 관계 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $\emptyset \subset \emptyset$

㉡ $A \subset \emptyset$ 이면 $A = \emptyset$

㉢ $A \subset B$ 이고 $C \subset B$ 이면 $A = C$

㉣ $A \not\subset B$ 이고 $B \not\subset C$ 이면 $A \not\subset C$

㉤ $A \subset B, B \subset C, C \subset D$ 이면 $A \subset D$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉢, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉣

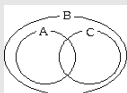
⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

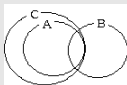
㉠ $\emptyset \subset \emptyset$ 는 옳다. (참)

㉡ $\emptyset \subset A$ 이므로 $A \subset \emptyset$ 이면 $A = \emptyset$ 이다. (참)

㉢ 먼저 B 를 그린 다음, $A \subset B$ 이고 $C \subset B$ 이도록 A 와 C 를 그렸을 때 항상 $A = C$ 인지 알아보면 그림1에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)



㉣ 먼저 B 를 그린 다음, $A \not\subset B$ 이고 $B \not\subset C$ 이도록 A 와 C 를 그렸을 때 항상 $A \not\subset C$ 인지 알아보면 다음 그림에서 그렇지 않음을 알 수 있다. (거짓)



㉤ 조건에서 $A \subset B, B \subset C$ 이므로 $A \subset C$ 이고 조건에서 $C \subset D$ 이므로 $A \subset D$ 이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉤이다.

34. 다음 표는 역대 올림픽에서 우리나라가 획득한 메달 수를 집계 한 것이다. 다음 물음에 답하여라.

연도	개최지	금	은	동	합계
1948	런던	0	0	2	2
1952	헬싱키	0	0	2	2
1956	멜버른	0	1	1	2
1964	도쿄	0	2	1	3
1968	멕시코시티	0	1	1	2
1972	뮌헨	0	1	0	1
1976	몬트리올	1	1	4	6
1984	로스앤젤레스	6	6	7	19
1988	서울	12	10	11	33
1992	바르셀로나	12	5	12	29
1996	애틀랜타	7	15	5	27
2000	시드니	8	10	10	28
2004	아테네	9	12	9	30
2008	베이징	13	10	8	31

메달을 30 개 이상 획득한 대회 개최 도시의 집합을 A , 메달을 20 개 이상 획득한 대회 개최 도시의 집합을 B 라 할 때, 다음 중 알맞은 것을 모두 고르면?

① $A \subset B$

② $B \subset A$

③ $A \neq B$

④ $A = B$

⑤ $A \not\subset B$

해설

메달을 30 개 이상 획득한 개최 도시를 표에서 구하면

$A = \{\text{서울, 아테네, 베이징}\}$ 이다.

메달을 20 개 이상 획득한 개최 도시는

$B = \{\text{서울, 바르셀로나, 애틀랜타, 시드니, 아테네, 베이징}\}$ 이다.

그러므로 알맞은 것은 $A \subset B$, $A \neq B$ 이다.

35. 세 집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(A \cap B) \subset (A \cup B)$

② $A \cup (A \cap B) = A$

③ $(A \cup C) \cap (B \cup C) = A \cap B$

④ $A \cap (A \cup B) = A$

⑤ $A \subset C$ 이고 $B \subset C$ 이면 $(A \cup B) \subset C$

해설

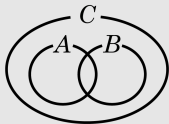
① $A \cap B \subset A, A \cap B \subset B$ 이므로 $(A \cap B) \subset (A \cup B) \therefore$ 참

② $(A \cap B) \subset A$ 이므로 $A \cup (A \cap B) = A \therefore$ 참

③ $(A \cup C) \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C = A \cap B \therefore$ 거짓

④ $A \subset (A \cup B)$ 이므로 $A \cap (A \cup B) = A \therefore$ 참

⑤ 벤 다이어그램으로부터 $(A \cup B) \subset C \therefore$ 참



36. $A = \{0, 1\}$, $B = \{xy \mid x \in A, y \in A\}$, $C = \{x + y \mid x \in A, y \in A\}$ 일 때,
다음 중 옳은 것은?

① $A = B \subset C$

② $A \subset C \subset B$

③ $B \subset C \subset A$

④ $C = A \subset B$

⑤ $C \subset B \subset A$

해설

$$B = \{0, 1\}, C = \{0, 1, 2\}$$

$$\therefore A = B \subset C$$

37. 집합 $A = \left\{ x \mid \frac{11}{x} = 5 \text{인 자연수} \right\}$ 의 부분집합의 개수는?

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

해설

$$A = \emptyset$$

모든 집합의 부분집합에는 $\emptyset$ 과 자기 자신이 포함되는데 $\emptyset$ 은 $\emptyset$ 과 자기 자신이 같으므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 1 개

38. 집합 $A = \left\{ x \mid x = \frac{4}{n}, n \text{은 } 8 \text{의 약수} \right\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $n(A) = 4$

② 집합 A 의 원소들의 합은 7 이다.

③ $8 \in A$

④ $A \subset \{1, 2, 4, 8\}$

⑤ 집합 A 의 진부분집합의 개수는 15 개이다.

해설

$$A = \left\{ x \mid x = \frac{4}{n}, n = 1, 2, 4, 8 \right\} \text{ 이므로}$$

$$A = \left\{ \frac{4}{1}, \frac{4}{2}, \frac{4}{4}, \frac{4}{8} \right\} = \left\{ 4, 2, 1, \frac{1}{2} \right\}$$

② 집합 A 의 원소들의 합은 $7\frac{1}{2}$

③ $8 \notin A$

④ $A \not\subset \{1, 2, 4, 8\}$

39. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 짝수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 2개인 부분집합의 개수는?

① 2개

② 4개

③ 6개

④ 8개

⑤ 10개

해설

집합 A 의 부분집합 중 원소의 개수가 3개인 부분집합은 $\{2, 4\}$, $\{2, 6\}$, $\{2, 8\}$, $\{4, 6\}$, $\{4, 8\}$, $\{6, 8\}$ 따라서 부분집합의 개수는 6이다.

40. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, $X \subset A$, $A - X = \{1, 4\}$ 를 만족하는 집합 X 의 진부분집합의 개수는 몇 개인가?

① 6개

② 7개

③ 8개

④ 9개

⑤ 10개

해설

$$A - X = \{1, 4\} \text{ 이므로 } X = \{2, 3, 5\}$$

$$\therefore 2^3 - 1 = 7(\text{개})$$

41. 집합 X 가 집합 $\{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합일 때, $\{a, b\} \cup X = \{a, b, c, d\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 2개

② 3개

③ 4개

④ 5개

⑤ 6개

해설

$\{a, b\} \cup X = \{a, b, c, d\} \rightarrow X$ 는 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합 중 c, d 를 항상 원소로 가지는 집합이다. $\therefore 2^{4-2} = 2^2 = 4$

42. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 $\{1, 3\} \cap X = \emptyset$ 를 만족하는 A 의 진부분집합 X 의 개수는?

① 7 개

② 15 개

③ 16 개

④ 31 개

⑤ 32 개

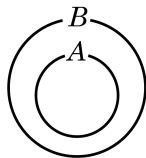
해설

집합 X 가 원소 1, 3 을 포함하지 않으므로 A 의 진부분집합 X 의 개수는 $\{2, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합의 개수를 구하면 된다.

$\therefore 2^4 = 16$ (2^n : 부분집합의 개수, n : 원소의 개수)

따라서, 진부분집합은 $16 - 1 = 15$ (개)이다.

43. 다음 중 두 집합 A , B 사이의 포함 관계가 아래 그림의 벤 다이어그램과 같이 나타나는 것을 모두 고르면?



- ① $A = \{1, 2, 4, 6\}$, $B = \{1, 2, 5, 6\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 짝수}\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ④ $A = \{x \mid x = 3 \times n, n = 1, 2, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
- ⑤ $A = \emptyset$, $B = \{\emptyset\}$

해설

- ① 포함 관계 없음
- ② $B \subset A$
- ③ $A \subset B$
- ④ 포함 관계 없음
- ⑤ $A \subset B$

44. 집합 $A = \{0, 1, \{0, 1\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $0 \in A$

② $\{0, 1\} \in A$

③ $2 \notin A$

④ $\{1\} \in A$

⑤ $\{0, 1\} \subset A$

해설

A 의 원소는 $0, 1, \{0, 1\}$ 이므로 $\{1\}$ 은 A 의 부분집합이고, $\{0, 1\}$ 은 A 의 원소도 되고 부분집합도 된다.

45. 다음 보기의 네 가지 조건으로 확실히 말할 수 없는 것은?

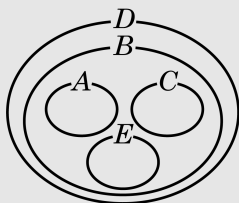
보기

- 모든 A 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 C 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 E 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 B 의 원소는 D 의 원소이다.

- ① 모든 A 의 원소는 D 의 원소이다.
- ② 모든 C 의 원소는 E 의 원소이다.
- ③ 모든 E 의 원소는 D 의 원소이다.
- ④ A 와 C 의 관계는 알 수 없다.
- ⑤ D 의 원소 중 C 의 원소가 아닌 것이 있다.

해설

- 모든 A 의 원소는 B 의 원소이다. $A \subset B$
- 모든 C 의 원소는 B 의 원소이다. $C \subset B$
- 모든 E 의 원소는 B 의 원소이다. $E \subset B$
- 모든 B 의 원소는 D 의 원소이다. $B \subset D$



A , C , E 사이의 포함관계는 알 수 없다.

- ① $A \subset B$ 이고 $B \subset D \therefore A \subset D$
- ② C 와 E 의 포함관계는 알 수 없다.
- ③ $E \subset B$ 이고 $B \subset D$ 이므로 $E \subset D$ 이다.
- ④ A , C , E 사이의 포함관계는 알 수 없다.
- ⑤ D 의 원소 중 C 에 포함되지 않는 원소가 있기 때문에 C 의 원소가 아닌 것도 있다.