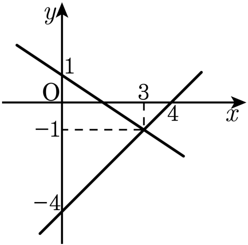
1. 다음 그래프를 보고, 연립방정식 $\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x + 3y = 3 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

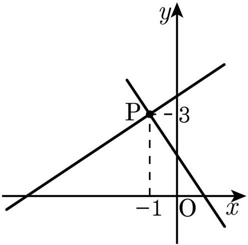


① $(-1,\ 3)$　② $(3,\ -1)$
③ $(1,\ -1)$　④ $(-3,\ 1)$
⑤ $(1,\ -3)$

해설

연립방정식의 해는 두 직선의 교점의 좌표인 $(3,\ -1)$ 이다.

2. 두 일차방정식 $2x-3y=a$, $3x+2y=b$ 의 그래프가 점 P 에서 만날 때 $a+b$ 의 값은?



① -10　　② -8　　③ -6

④ -4　　⑤ -2

해설

두 직선 모두 점 $(-1,3)$을 지난다.

$-2-9=a \quad \therefore a=-11$

$-3+6=b \quad \therefore b=3$

$\therefore a+b=-8$

3. 두 점 A(2, 5), B(−1, 3) 의 중점을 지나고, $2x - y = 4$ 의 그래프에 평행한 직선의 방정식을
$ax + by - 2 = 0$ 이라 할 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -\frac{4}{3}$

▷ 정답 : $b = \frac{2}{3}$

해설

두 점 A, B 의 중점의 좌표를 구하면 $\left(\frac{2-1}{2}, \frac{5+3}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}, 4\right)$

또, 구하는 직선의 기울기는 $2x - y = 4$, 즉, $y = 2x - 4$ 와 평행하므로 기울기는 2 이다.

즉, 기울기가 2 이고 $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ 를 지나는 직선의 방정식을 $y = 2x + m$ 이라 하면

$4 = 2 \times \frac{1}{2} + m \quad \therefore m = 3$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = 2x + 3$ 이고

$ax + by - 2 = 0$

$-ax + 2 = by$

$y = -\frac{a}{b}x + \frac{2}{b}$

와 일치하므로 $-\frac{a}{b} = 2$, $\frac{2}{b} = 3$ 이다.

$\therefore a = -\frac{4}{3}$, $b = \frac{2}{3}$

4. 두 직선 $\begin{cases} x - \dfrac{1}{2}y = 3 \\ ax + by = -6 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

해가 무수히 많을 때는 두 직선이 일치할 때이다.

$x - \dfrac{1}{2}y = 3$ 의 양변에 -2 를 곱한다.

$-2x + y = -6,$

$\therefore\ a = -2,\ b = 1,\ a + b = -2 + 1 = -1$

5. 일차함수 $y = ax + 1$ 의 그래프가 두 점 $\mathrm{A}(2,\ 4)$ 와 $\mathrm{B}(4,\ 2)$ 를 이은 선분 AB 의 사이를 지나도록, a 값의 범위는?

① $\frac{1}{2} \le a \le 1$ ② $\frac{1}{4} \le a \le \frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{4} \le a \le \frac{3}{2}$
④ $\frac{1}{4} < a < \frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4} < a \le \frac{3}{2}$

해설

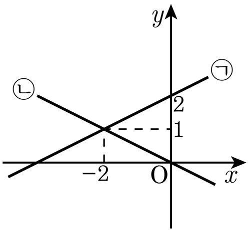
$\mathrm{A}(2,\ 4)$를 $y = ax + 1$ 에 대입하면, $4 = 2a + 1 \therefore a = \frac{3}{2}$

$\mathrm{B}(4,\ 2)$를 $y = ax + 1$에 대입하면, $2 = 4a + 1 \therefore a = \frac{1}{4}$

따라서, 선분 AB 의 사이를 지나는 a값의 범위는 $\frac{1}{4} < a < \frac{3}{2}$ 이다.

6. x, y 에 관한 연립방정식

$$\begin{cases} ax+by=c & \cdots ㉠ \\ a'x+b'y=c' & \cdots ㉡ \end{cases}$$



을 다음 그림과 같이 그래프를 이용하여 풀었다. 해가 $(m,\ n)$ 일 때, $m+n$ 의 값은?

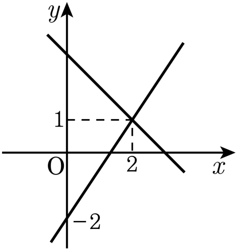
① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

연립방정식의 해는 두 그래프의 교점의 좌표와 같으므로 $m=-2$, $n=1$

따라서 $m+n=-2+1=-1$

7. 다음 그래프는 $\begin{cases} mx+ny=4 \\ x+y=m \end{cases}$ 의 연립방정식의 해를 나타낸 것이다. $\left|\frac{7}{3}m+n^2\right|$은 얼마인가?



① $-\frac{7}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ 0

④ 11 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

연립방정식의 해인 $x=2,\ y=1$을 $x+y=m$에 대입하면

$2+1=m \qquad \therefore\ m=3$

$3x+ny=4$에 $(2,\ 1)$을 대입하면

$6+n=4 \qquad \therefore\ n=-2$

$$\left|\frac{7}{3}m+n^2\right| = \left|\frac{7}{3}\times 3+(-2)^2\right|$$
$$= |7+4| = |11| = 11$$

8. 두 직선 $x+2y=3$, $ax-by=6$ 의 교점이 무수히 많을 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

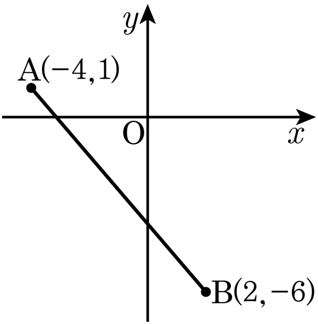
해설

교점이 무수히 많은 것은 두 직선이 일치해야 하므로 $\frac{1}{a}=\frac{2}{-b}=\frac{3}{6}$ 이 된다.

$3a=6$, $-3b=2\times6=12$ 이므로 $a=2$, $b=-4$ 이다.

따라서 $a+b=2+(-4)=-2$ 이다.

9. 일차함수 $y = ax + 4$ 의 그래프가 다음 선분 AB 와 만날 때, a 의 값의 범위는? $(a \neq 0)$



① $-7 \leq a \leq \frac{1}{4}$　② $-6 \leq a \leq \frac{1}{4}$　③ $-5 \leq a \leq \frac{3}{4}$
④ $-4 \leq a \leq \frac{3}{4}$　⑤ $-3 \leq a \leq \frac{5}{4}$

해설

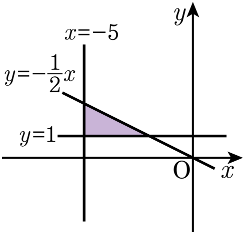
$y = ax + 4$ 에 $(-4,\ 1)$ 을 대입하면

$1 = -4a + 4,\ a = \frac{3}{4}$

$(2,\ -6)$ 을 대입하면 $-6 = 2a + 4,\ a = -5$

$\therefore\ -5 \leq a \leq \frac{3}{4}$

10. 다음 세 직선 $x=-5,\ y=1,\ y=-\frac{1}{2}x$ 로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{4}$

해설

$y=1$ 과 $y=-\frac{1}{2}x$ 의 교점을 구하면

$1=-\frac{1}{2}x,\ x=-2,\ (-2,\ 1)$ 이고,

$x=-5$ 와 $y=-\frac{1}{2}x$ 와의 교점을 구하면

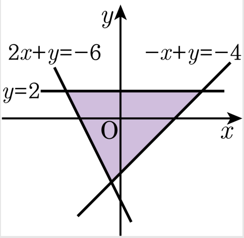
$-\frac{1}{2}(-5)=\frac{5}{2}$ 에서 $\left(-5,\ \frac{5}{2}\right)$ 이다.

따라서 넓이를 구하면 $\frac{1}{2}\times(5-2)\times\left(\frac{5}{2}-1\right)=\frac{9}{4}$ 이다.

11. 세 방정식 $y=2$, $-x+y=-4$, $2x+y=-6$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는?

① $\frac{100}{3}$ ② $\frac{112}{3}$ ③ $\frac{140}{3}$ ④ $\frac{144}{3}$ ⑤ $\frac{135}{3}$

해설



$y=2\cdots$ ㉠

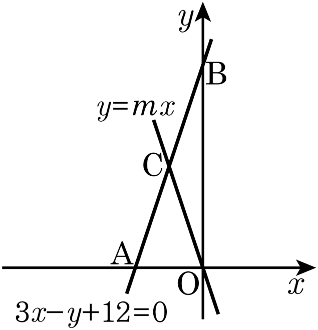
$-x+y=-4\cdots$ ㉡

$2x+y=-6\cdots$ ㉢

에서 ㉠, ㉡의 교점 $(6,\ 2)$, ㉡, ㉢의 교점 $\left(-\frac{2}{3},\ -\frac{14}{3}\right)$, ㉠, ㉢의 교점 $(-4,\ 2)$

따라서 구하는 넓이는 $10\times\left(\frac{14}{3}+2\right)\times\frac{1}{2}=\frac{100}{3}$

12. 다음 그림과 같이 일차방정식 $3x - y + 12 = 0$ 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 직선 $y = mx$ 에 의하여 이등분된다고 한다. 이 때, 상수 m 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

위의 그림에서

$\triangle OAB = \dfrac{1}{2} \times \overline{OA} \times \overline{OB} = \dfrac{1}{2} \times 4 \times 12 = 24$

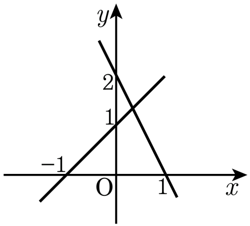
$\therefore\ \triangle OAC = \dfrac{1}{2} \times \overline{OA} \times y = \dfrac{1}{2} \times 4 \times y = 12$

$y = 6$ 이므로 $x = -2$

$y = mx$ 가 $(-2,\ 6)$ 을 지나므로 $6 = -2m$

$\therefore\ m = -3$

13. 다음 그래프에 직선 $y=ax+b$ 을 그린다고 했을 때, 세 직선으로 둘러싸인 삼각형이 생기지 않기 위한 a 의 값을 모두 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : −2

해설

세 직선으로 둘러싸인 삼각형이 생기지 않기 위해서는 $y=ax+b$ 의 그래프가 보기의 그래프 중 하나의 그래프와 만나지 않아야 한다. 두 그래프가 만나지 않으려면 평행해야 하므로 기울기가 같아야 한다. 기울기를 구하면 $\frac{1}{1}=1$, $\frac{-2}{1}=-2$ 이므로 $a=1$ 또는 $a=-2$ 일 때 세 직선으로 둘러싸인 삼각형이 생기지 않는다.

14. 세 직선 $\begin{cases} y = -\frac{1}{3}x + 2 \\ y = x - 2 \\ y = ax + 4 \end{cases}$ 가 삼각형을 이루지 않을 때, 모든 a 의 값의 합을 구하면?

① $\frac{2}{3}$　② $-\frac{4}{3}$　③ $\frac{4}{3}$　④ 1　⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

세 직선으로 삼각형이 생기지 않는 경우는

$y = ax + 4$ 가

(ㄱ) $y = -\frac{1}{3}x + 2$ 와 평행이거나,

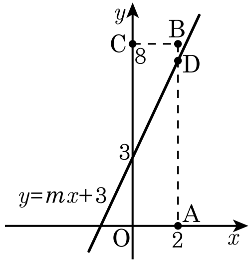
(ㄴ) $y = x - 2$ 와 평행이거나

(ㄷ) 앞의 두 직선의 교점$(3,\ 1)$ 을 지나는 경우이다.

각각의 경우 $a = -\frac{1}{3}, 1, -1$

$\therefore\ -\frac{1}{3} + 1 - 1 = -\frac{1}{3}$

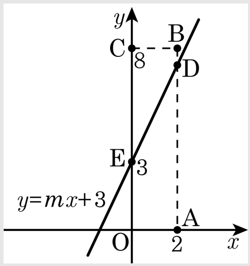
15. 다음 그림과 같이 직선 $y = mx + 3$ 이 직사각형 OABC 를 두 부분으로 나눈다. 아랫부분의 넓이가 윗부분의 넓이의 2 배일 때, m 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{3}$

해설

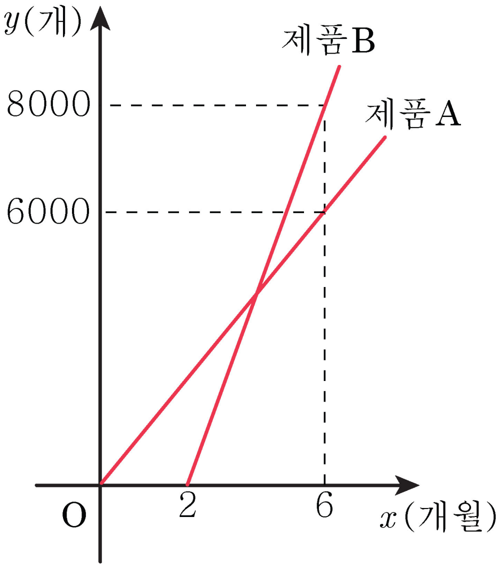


$y = mx + 3$ 의 위에 점 D 가 있으므로
D$(2,\ 2m + 3)$
또한, $(0,\ 3)$ 을 점 E 라 하면
□CBDE
$= \frac{1}{2} \times (5 + 8 - (2m + 3))$
$\times 2 = 10 - 2m$
□EOAD $= \frac{1}{2} \times (3 + 2m + 3) \times 2 = 2m + 6$
이 때, 2□CBDE = □EOAD 이므로

$2(10 - 2m) = 2m + 6$
$20 - 4m = 2m + 6$

$\therefore m = \frac{7}{3}$

16. 어느 식품 회사에서 제품 A의 판매를 시작하였고, 그로부터 2개월 후 제품 B의 판매를 시작하였다. 다음 그림은 제품 A의 판매를 시작한 지 x개월 후의 두 제품 A, B의 총 판매량을 y개라 할 때, x와 y 사이의 관계를 그래프로 나타낸 것이다. 두 제품의 총 판매량이 같아지는 것은 제품 A의 판매를 시작한 때부터 몇 개월 후인가?



① 2개월　② 3개월　③ 4개월

④ 5개월　⑤ 6개월

해설

A : $y = 1000x$

B : $y = 2000x - 4000$

$1000x = 2000x - 4000 \quad \therefore\ x = 4$

따라서 두 제품의 총 판매량이 같아지는 것은 4개월 후이다.

17. 두 직선 $6y+x=-7$, $3x-2y=4-a$의 교점이 직선 $x-2y-1=0$ 위에 있을 때, a의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

세 직선은 한 점에서 만난다.
$6y+x=-7$과 $x-2y-1=0$을 연립하여 풀면
$x=-1$, $y=-1$
$(-1,\ -1)$을 $3x-2y=4-a$에 대입하면
$-3+2=4-a$에서 $a=5$

18. 세 직선 $2x+3y=4$, $3x+y-13=0$, $x-ay+7=0$이 한 점에서 만날 때, a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\begin{cases} 2x+3y=4 & \cdots ㉠ \\ 3x+y-13=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

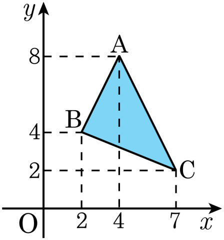
㉠과 ㉡을 연립하여 풀면 $x=5$, $y=-2$

즉, 세 직선은 점 $(5, -2)$에서 만난다.

$x-ay+7=0$에 점 $(5, -2)$를 대입하면

$5+2a+7=0$, $2a=-12$, $a=-6$

19. 다음 그림과 같이 세 점 A(4, 8), B(2, 4), C(7, 2)를 꼭짓점으로 하는 △ABC가 있다. 직선 $y=x+k$가 △ABC와 만나기 위한 k의 값이 될 수 있는 정수는 모두 몇 개인지 구하여라.



▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 10 개

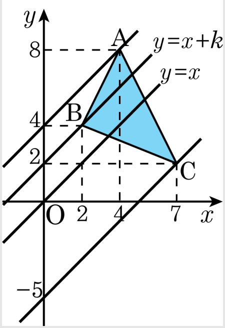
해설

$y=x+k$가 점 A를 지날 때 k의 최댓값은 4이고

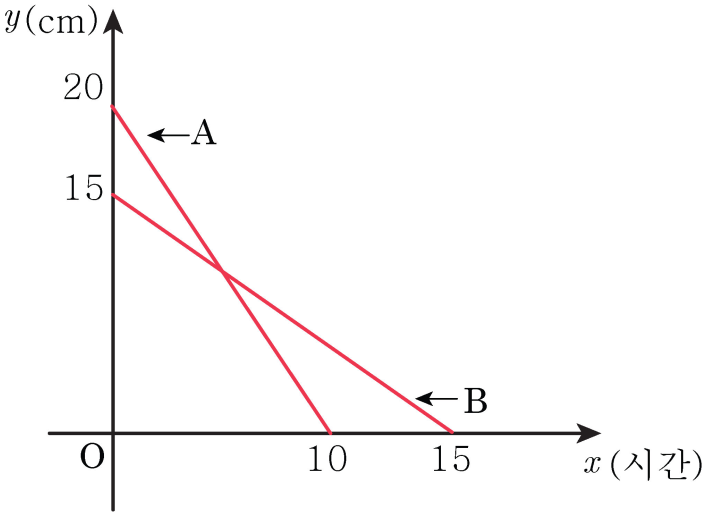
$y=x+k$가 점 C를 지날 때 k의 최솟값은 -5이다

$\therefore -5 \le k \le 4$

따라서 정수 k의 값은 10개이다.



20. 길이와 두께가 다른 양초 A, B가 있다. 두 양초에 동시에 불을 붙인 지 x시간이 지난 후 남은 양초의 길이를 $y$cm라 할 때, x와 y 사이의 관계를 그래프로 나타내면 다음 그림과 같다. 두 양초의 길이가 같아질 때의 양초의 길이는?



① 10cm ② 11cm ③ 12cm ④ 13cm ⑤ 14cm

해설

A : $y = -2x + 20$

B : $y = -x + 15$

$-2x + 20 = -x + 15 \quad \therefore \ x = 5$

두 양초의 길이가 같아지는 것은 5시간 후이므로 길이가 같아질 때의 양초의 길이는 $y = -2 \times 5 + 20 = 10$(cm)이다.