

1. $z = \frac{1+3i}{1-i}$ 일 때, 다음 중 z 의 켈레복소수 \bar{z} 와 같은 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $\frac{1+3i}{1+i}$
④ $\frac{1-i}{1+3i}$

② $\frac{1-3i}{1+i}$
⑤ $\frac{1+i}{1-3i}$

③ $\frac{1-3i}{1-i}$

해설

$$\overline{\left(\frac{z_2}{z_1}\right)} = \frac{\bar{z}_2}{\bar{z}_1} \text{ 이므로}$$

$$\bar{z} = \overline{\left(\frac{1+3i}{1-i}\right)} = \frac{\overline{1+3i}}{\overline{1-i}} = \frac{1-3i}{1+i}$$

2. 원점 O에서 직선 L : $ax - y + 1 = 0$ 에 내린 수선의 길이가 $\frac{1}{2}$ 일 때 양수 a 의 값은?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 3

해설

수선의 길이는 원점과 직선 L 사이의 거리이므로

$$\frac{|0 - 0 + 1|}{\sqrt{a^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{a^2 + 1} = 2$$

$$a^2 = 3$$

$$\therefore a = \sqrt{3} (\because a > 0)$$

3. 방정식 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 으로 나타내어지는 원이 y 축에 접할 조건은? (단, a, b, c 는 모두 0 이 아니다.)

- ① $b^2 - 4c = 0$ ② $b^2 + 4c = 0$
③ $a^2 - 4c = 0$ ④ $a^2 + b^2 - 4c = 0$
⑤ $a^2 + b^2 + 4c = 0$

해설

주어진 방정식과 y 축과의 교점을 구하려면,
주어진 방정식에 $x = 0$ 을 대입하면 되므로
 $y^2 + by + c = 0 \dots\dots \textcircled{1}$
원이 y 축과 접하려면 $\textcircled{1}$ 의
식이 중근을 가져야 하므로 판별식 $D = 0$
 $\therefore D = b^2 - 4c = 0$

4. 원 $x^2 + y^2 = 25$ 위의 점 $(-5, 0)$ 에서 접하는 직선의 방정식을 구하면?

① $x = -1$

② $x = -2$

③ $x = -3$

④ $x = -4$

⑤ $x = -5$

해설

$$\text{구하는 접선의 방정식은 } -5 \cdot x + 0 \cdot y = 25$$

$$-5x = 25$$

$$\therefore x = -5$$

5. $(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$ 을 계산 하였을 때, 몫과 나머지의 합을 구하면?

㉠ $4x^2 - 6x + 1$ ㉡ $4x^2 - 7x + 3$ ㉢ $4x^2 - 4x + 5$

㉣ $4x^2 - 8x + 2$ ㉤ $4x^2 - 6x + 7$

해설

직접 나누어서 구한다.

몫: $4x^2 - x - 2$, 나머지: $-5x + 3$

\therefore 몫과 나머지의 합은 $4x^2 - 6x + 1$

6. 다항식 $x^3 - 2$ 를 $x^2 - 2$ 로 나눈 나머지는?

① 2

② -2

③ $-2x - 2$

④ $2x + 2$

⑤ $2x - 2$

해설

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 2} = \frac{x^3 - 2x + 2x - 2}{x^2 - 2} = x + \frac{2x - 2}{x^2 - 2}$$

∴ 몫은 x , 나머지는 $2x - 2$

7. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 2x-1 \geq 9 \\ 4x-16 < 3x-4 \end{cases}$ 의 해가 되는 것을 모두 고르면?

- ① 1 ② 5 ③ 7 ④ 12 ⑤ 13

해설

$2x-1 \geq 9, x \geq 5$
 $4x-16 < 3x-4, x < 12$
 $\therefore 5 \leq x < 12$
따라서 해당되는 x 의 값은 ②, ③이다.

8. 부등식 $|x-1|+|x-3|<6$ 의 해와 같은 해를 갖는 이차부등식으로 옳은 것은?

- ① $x^2-4x-5<0$ ② $x^2-4x+3<0$
③ $x^2-6x+5<0$ ④ $x^2-4x+3\leq 0$
⑤ $x^2-8x+15\leq 0$

해설

- (i) $x < 1$ 일 때, $-x+1-x+3 < 6$
 $x > -1 \therefore -1 < x < 1$
(ii) $1 \leq x < 3$ 일 때, $x-1-x+3 < 6$
 $2 < 6 \therefore 1 \leq x < 3$
(iii) $x \geq 3$ 일 때, $x-1+x-3 < 6$
 $x < 5 \therefore 3 \leq x < 5$
 $\therefore -1 < x < 5$
 $\Leftrightarrow (x+1)(x-5) < 0, x^2-4x-5 < 0$

9. 모든 실수 x 에 대하여 $a(x^2 + 2x + 2) \geq 2x^2 + 4x + 5$ 가 성립할 때 a 의 최솟값을 구하면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$a(x^2 + 2x + 2) \geq 2x^2 + 4x + 5 \text{에서}$$

$$(a-2)x^2 + 2(a-2)x + (2a-5) \geq 0$$

이 모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로

$$a-2 > 0 \cdots \text{㉠}$$

$$\text{판별식 } \frac{D}{4} = (a-2)^2 - (a-2)(2a-5) \leq 0 \text{이므로}$$

$$a^2 - 4a + 4 - (2a^2 - 9a + 10)$$

$$= a^2 - 4a + 4 - 2a^2 + 9a - 10$$

$$= -a^2 + 5a - 6$$

$$= -(a^2 - 5a + 6)$$

$$= -(a-2)(a-3) \leq 0$$

따라서 $(a-2)(a-3) \geq 0$ 이므로

$$a \leq 2 \text{ 또는 } a \geq 3 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $a \geq 3$

따라서 a 의 최솟값은 3

10. $\triangle ABC$ 의 세 꼭짓점의 좌표가 $A(-1, -2)$, $B(2, 5)$, $C(7, 3)$ 으로 주어질 때, 각 변의 중점을 꼭지점으로 하는 삼각형의 무게중심의 좌표는?

- ① $G\left(\frac{4}{3}, 1\right)$ ② $G\left(\frac{7}{3}, \frac{2}{3}\right)$ ③ $G\left(2, \frac{8}{3}\right)$
④ $G\left(\frac{8}{3}, 1\right)$ ⑤ $G\left(\frac{8}{3}, 2\right)$

해설

세 변의 중점의 좌표를 각각 구하면

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right), \left(\frac{9}{2}, 4\right), \left(3, \frac{1}{2}\right)$$

구하고자 하는 무게중심의 좌표를 $G(x, y)$ 라 하면

$$x = \frac{\frac{1}{2} + \frac{9}{2} + 3}{3}, y = \frac{\frac{3}{2} + 4 + \frac{1}{2}}{3}$$

$$\therefore x = \frac{8}{3}, y = 2$$

$$\therefore G\left(\frac{8}{3}, 2\right)$$

11. 원 $x^2+y^2-2kx+ky+3k=0$ 의 중심이 $(4,-2)$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이는?

- ① $\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

원의 반지름의 길이를 r 라 하면 중심이 $(4,-2)$ 이므로

$$(x-4)^2+(y+2)^2=r^2$$

$$x^2+y^2-8x+4y+20-r^2=0 \quad \dots \textcircled{1}$$

이때, 원 $\textcircled{1}$ 과 원 $x^2+y^2-2kx+ky+3k=0$ 이 같으므로

$$-2k=-8, \quad k=4$$

$$3k=20-r^2$$

$$\therefore k=4, \quad r=2\sqrt{2} (\because r>0)$$

따라서, 반지름의 길이는 $2\sqrt{2}$

12. 다항식 $2x^3 + ax^2 + x + b$ 가 $x^2 - x + 1$ 로 나누어떨어질 때, $a - b$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^3 + ax^2 + x + b \\ &= (x^2 - x + 1)(2x + c) \\ &= 2x^3 + (c - 2)x^2 + (2 - c)x + c \\ \therefore & a = c - 2, 1 = 2 - c, b = c \\ & c = 1 \text{ 이므로 } a = -1, b = 1 \\ \therefore & a - b = -2 \end{aligned}$$

13. $\frac{1}{\sqrt{-2}-\sqrt{-1}}$ 의 값은 ?

① $1-\sqrt{2}$ ② $-1-\sqrt{2}$ ③ $(1+\sqrt{2})i$

④ $-(1+\sqrt{2})i$ ⑤ $(1-\sqrt{2})i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{-2}-\sqrt{-1}} &= \frac{1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{1}{i} \\ &= (\sqrt{2}+1) \times (-i) \\ &= -(1+\sqrt{2})i\end{aligned}$$

14. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 최댓값이 9 이고 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 $-1, 5$ 일 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

- ① 45 ② 20 ③ -5 ④ -20 ⑤ -45

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 $-1, 5$ 이므로

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + bx + c \\&= a(x+1)(x-5) \\&= a(x^2 - 4x - 5) \\&= a(x-2)^2 - 9a\end{aligned}$$

최댓값이 9 이므로 $-9a = 9$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수는 $y = -x^2 + 4x + 5$ 이고

$b = 4, c = 5$ 이다.

$$\therefore abc = -1 \times 4 \times 5 = -20$$

15. 사차방정식 $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ 의 서로 다른 실근은 모두 몇 개인가?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 = 0 &\Rightarrow (x^2 - 4)(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow (x + 2)(x - 2)(x + 1)(x - 1) = 0 \\ \therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -2 \text{ 또는 } x = 1 \text{ 또는 } x = -1\end{aligned}$$

16. 연립부등식 $\begin{cases} 5(2+x)+9 \leq -1 \\ 3(ax+1)-2x \geq -1 \end{cases}$ 을 풀었더니 그 해가 $x = -4$ 이었을 때, a 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 5

해설

$$5(2+x)+9 \leq -1$$

$$10+5x+9 \leq -1$$

$$5x \leq -1-19$$

$$x \leq -4$$

이므로 해가 $x = -4$ 이기 위해서는 다음 부등식의 해는 $x \geq -4$

이어야 하므로

$$3(ax+1)-2x \geq -1$$

$$3ax+3-2x \geq -1$$

$$(3a-2)x \geq -4$$

$$3a-2=1 \quad \therefore a=1$$

17. x, y 가 실수일 때, 복소수 $z = x + yi$ 의 켤레복소수를 \bar{z} 라 하면 $z\bar{z} = 3$ 일 때, $\frac{1}{2}\left(z + \frac{3}{z}\right)$ 의 값은?

- ① x ② y ③ $x + y$
④ $x - y$ ⑤ $2x + y$

해설

$z = x + yi, \bar{z} = x - yi$ 이므로

$z \cdot \bar{z} = 3$ 이면 $\bar{z} = \frac{3}{z}$ 을 대입

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\left(z + \frac{3}{z}\right) &= \frac{1}{2}(z + \bar{z}) \\ &= \frac{1}{2}(x + yi + x - yi) \\ &= x\end{aligned}$$

18. 이차식 $x^2 - xy - 2y^2 - ax - 3y - 1$ 이 x, y 에 관한 두 일차식의 곱으로 인수분해 되는 모든 상수 a 의 값의 합은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

(주어진 식) = 0이라 놓고 x 에 관하여 정리하면

$$x^2 - (a+y)x - (2y^2 + 3y + 1) = 0$$

근의 공식에서

$$x = \frac{a+y \pm \sqrt{(a+y)^2 + 4(2y^2 + 3y + 1)}}{2}$$

$$= \frac{a+y \pm \sqrt{9y^2 + 2(a+6)y + a^2 + 4}}{2}$$

주어진 식이 x, y 에 관한 일차식으로 인수분해되려면 근호 안의 식(= D) 이 완전제곱 풀이어야 한다.

$D = 9y^2 + 2(a+6)y + a^2 + 4$ 의 판별식이 0 이 되어야 하므로

$$\frac{D'}{4} = (a+6)^2 - 9(a^2 + 4) = -8a^2 + 12a = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

$$\therefore 0 + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

19. 두 부등식 $3x - 4 < x + 6$ 과 $1 - 3x \leq -5$ 를 모두 만족하는 수 중에서 가장 작은 정수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$3x - 4 < x + 6, x < 5$$

$$1 - 3x \leq -5, 2 \leq x < 5$$

따라서 모두 만족하는 수는 $2 \leq x < 5$ 이므로 가장 작은 정수는 2 이다.

20. 좌표평면 위의 두 점 A(-1, 0), B(1, 0) 으로부터의 거리의 비가 2 : 1 이 되도록 움직이는 점 P 가 있다. 이때, $\triangle PAB$ 의 넓이가 자연수가 되는 점의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

점 P 의 좌표를 $P(x, y)$ 라 하면

$$\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 1 \text{ 이므로}$$

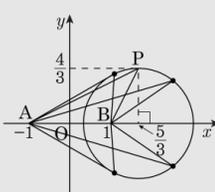
$$\overline{AP} = 2\overline{BP}$$

$$\therefore \overline{AP}^2 = 4\overline{BP}^2$$

$$(x+1)^2 + y^2 = 4\{(x-1)^2 + y^2\}$$

$$3x^2 + 3y^2 - 10x + 3 = 0$$

$$\left(x - \frac{5}{3}\right)^2 + y^2 = \frac{16}{9}$$



이때, $\triangle PAB$ 의 넓이는 밑변 AB 가 고정되어 있으므로 높이에 따라 변하게 된다.

즉, 높이가 반지름의 길이와 같을 때, 넓이가 최대이며 $\triangle PAB$ 의

넓이의 최댓값은 $\frac{4}{3}$ 이므로,

넓이가 자연수 1 이 되는 점은 4 개다.