1. 다음은 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸는 과정이다. 처음 틀린 곳을 찾아라.

$$y=-\frac{1}{4}x^2-2x-2$$
$$=-\frac{1}{4}(x^2-8x)-2 \quad \text{㉠}$$
$$=-\frac{1}{4}(x^2-8x+16-16-2) \quad \text{㉡}$$
$$=-\frac{1}{4}(x^2-8x+16)-\frac{18}{4} \quad \text{㉢}$$
$$=-\frac{1}{4}(x-4)^2-\frac{18}{4} \quad \text{㉣}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

y $y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2$

$= -\frac{1}{4}(x^2 + 8x) - 2$

이 되어야 하므로 ㉠이 답이다.

2. 이차함수 $y = x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(3, -7)$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = x^2 + mx + n$
$= (x - 3)^2 - 7$
$= x^2 - 6x + 2$

$m = -6,\ n = 2$

$\therefore m + n = -6 + 2 = -4$

3. 이차함수의 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 $y = -3x^2 + 12x + 3$ 의 그래프가 된다. 이 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

▷ 정답: $b = 15$

해설

$y = -3x^2 + 12x + 3$ 의 그래프를 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내면 $y = -3(x - 2)^2 + 15$ 이므로 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축으로 2, y 축으로 15 만큼 평행이동한 것이다. 따라서 $a = 2$, $b = 15$ 이다.

4. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+1)^2 - 4$의 y절편을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{13}{3}$

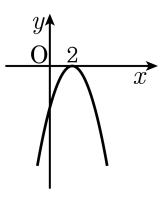
해설

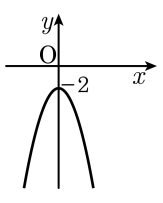
$y = -\frac{1}{3}(x+1)^2 - 4$

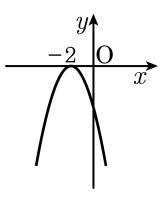
$= -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{13}{3}$

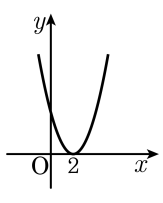
따라서 y절편은 $-\frac{13}{3}$

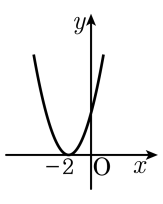
5. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 4$ 의 그래프로 알맞은 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$y = (x-2)^2$ 의 그래프이므로 아래로 볼록하고, 꼭짓점이 $(2,\ 0)$ 인 그래프이다.

6. 다음 중 이차함수 $y = 2(x+2)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 아래로 볼록한 포물선이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 0)$ 이다.

③ 축의 방정식은 $x = -2$

④ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

⑤ $y = -2(x+2)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프는 $y = 2(x-2)^2$ 이다.

7. $y = k(k+1)x^2 + 3x - 1$ 이 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k+1) \neq 0$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq 0$, $k \neq -1$ 이다.

8. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-1,\ 4)$ ② $(-1,\ -4)$ ③ $(1,\ -4)$

④ $(4,\ -1)$ ⑤ $(1,\ 4)$

해설

$y = -3x^2 + 6x + 1$
$= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1$
$= -3(x-1)^2 + 4$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 4)$ 이다.

9. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 2$를 $y = (x + A)^2 - B$ 의 꼴로 변형시켰을 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$y = x^2 + 4x + 2$
$= (x + 2)^2 - 4 + 2$
$= (x + 2)^2 - 2$

$A = 2,\ B = 2$ 이므로 $A + B = 4$ 이다.

10. 이차함수 $y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점$(2,\ a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

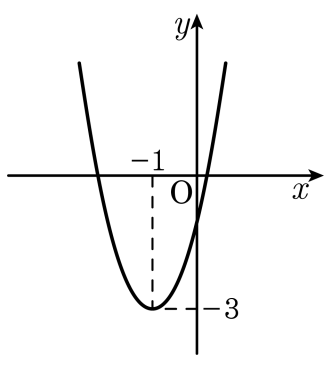
▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면
$y = -4(x-1)^2 - 3$
점 $(2,\ a)$ 를 지나므로
$a = -4(2-1)^2 - 3$
$\therefore a = -7$

11. 다음 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다. 이 그래프의 함수식은 무엇인가?



① $y = 2(x+1)^2 - 3$ ② $y = 2(x-1)^2 - 3$

③ $y = -2(x+1)^2 - 3$ ④ $y = 2(x+1)^2 + 3$

⑤ $y = 2(x-1)^2 + 3$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -3)$ 이므로 $y = 2(x+1)^2 - 3$ 이다.

12. 다음 이차함수의 그래프를 같은 좌표평면에 그릴 때, 포물선의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$　　② $y = -x^2 + \frac{1}{4}$

③ $y = 2x^2 - x$　　④ $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$

⑤ $y = x^2 - 6x + 2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.
따라서 절댓값이 가장 작은 것은 ④이다.

13. 다음 보기의 이차함수의 그래프를 그렸을 때, 폭이 넓은 순서대로 나열하여라.

보기

㉠ $y=(x-3)^2+2$　　㉡ $y=-2x^2$

㉢ $y=5(x+1)^2-4$　　㉣ $y=\frac{3}{2}x^2+\frac{5}{2}x-1$

㉤ $y=-0.5x^2+1$　　㉥ $y=\frac{1}{5}x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉥

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓으므로
㉥,㉤,㉠,㉣,㉡,㉢

14. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 1$ 에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x < -1$ ② $x > -1$ ③ $x < 1$

④ $x > 1$ ⑤ $x > 0$

해설

$y = -x^2 - 2x + 1$
$= -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1$
$= -(x+1)^2 + 2$
대칭축이 $x = -1$ 이고 위로 볼록한 포물선이다.

15. $y = 3x^2 + 6ax + 4$ 의 그래프에서 $x < 1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하고, $x > 1$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 증가한다. 이때, 상수 a 의 값은?

① 0 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$y = 3x^2 + 6ax + 4$
$= 3(x^2 + 2ax) + 4$
$= 3(x + a)^2 + 4 - 3a^2$
따라서 축의 방정식이 $x = 1$ 이므로 $a = -1$ 이다.

16. 포물선 $y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x축과의 교점의 좌표를 $(a,\ 0)$, $(b,\ 0)$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 x 좌표는
$-x^2 + 8x - 7 = 0$ 의 근과 같다.
$x^2 - 8x + 7 = 0$
$(x - 7)(x - 1) = 0$
$\therefore x = 7$ 또는 $x = 1$
$\therefore a + b = 8$

17. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x-4)^2$ 의 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

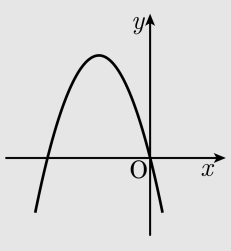
$y = \frac{1}{2}(0-4)^2 = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8$

18. 다음 중 $y = -x^2 - 4x$ 의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?

① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 원점

해설

$y = -x^2 - 4x$
$y = -(x+2)^2 + 4$
꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 4)$ 인 위로 볼록한 그래프이다.
또 원점 $(0,\ 0)$ 을 지난다.
따라서 $y = -x^2 - 4x$ 의 그래프는 다음 그림과 같고, 제 1 사분면을 지나지 않는다.



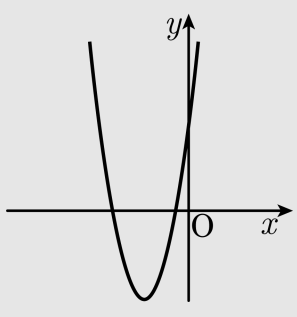
19. 이차함수 $y = 2x^2 + 8x + 4$ 의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?

① 제 1 사분면　② 제 2, 3 사분면　③ 제 3 사분면

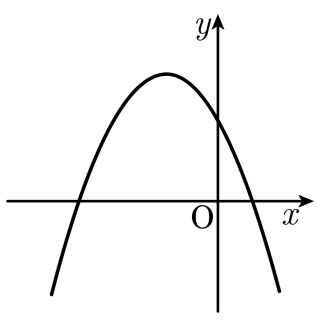
④ 제 4 사분면　⑤ 제 3, 4 사분면

해설

$y = 2x^2 + 8x + 4 = 2(x^2 + 4x + 4 - 4) + 4 = 2(x+2)^2 - 4$
꼭짓점이 $(-2, -4)$ 이고 y 절편이 4 인, 아래로 볼록한 그래프를 그려 보면 제4 사분면을 지나지 않는다.



20. 다음 그래프는 $y = ax^2 - bx + c$ 의 그래프이다. a, b, c 의 부호는?



① $a > 0,\ b > 0,\ c > 0$
② $a < 0,\ b > 0,\ c > 0$
③ $a > 0,\ b > 0,\ c < 0$
④ $a < 0,\ b > 0,\ c < 0$
⑤ $a < 0,\ b > 0,\ c = 0$

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$
대칭축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $-ab > 0$
$ab < 0$
$\therefore b > 0$
y 절편이 양수이므로 $c > 0$

21. 이차함수 $y=(x-1)^2-2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선 식은?

① $y=(x-1)^2+2$ ② $y=(x+1)^2+2$

③ $y=(x-1)^2-2$ ④ $y=-(x+1)^2+2$

⑤ $y=-(x-1)^2+2$

해설

x 축 대칭이므로 y 대신에 $-y$ 를 대입하면
$-y=(x-1)^2-2,\ y=-(x-1)^2+2$ 이다.

22. 다음 중 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.

② 제 2 사분면을 지나지 않는다.

③ $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것과 같다.

④ $x < 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

⑤ $y = 2x^2 - 4x + 1$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

③ $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.

23. 이차함수 $y = 4x^2 + kx + 2$의 그래프의 꼭짓점이 $y = x - 1$의 그래프 위에 있고 $x > a$이면 y의 값이 증가하고, $x < a$이면 y의 값은 감소한다. 이 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라. (단, $a < 0$)

① $(-1, -1)$ ② $(-1, -2)$ ③ $(1, 1)$
④ $(1, 2)$ ⑤ $(1, 3)$

해설

축의 방정식이 $x = a$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표가 a 이다.
따라서 $(a, a-1)$ 을 지나므로 $y = 4(x-a)^2 + a - 1 = 4x^2 - 8ax + 4a^2 + a - 1$ 이고 $4a^2 + a - 1 = 2$ 이다.
따라서 $(4a - 3)(a + 1) = 0$ 이므로 $a = -1 (a < 0)$ 이므로 꼭짓점은 $(-1, -2)$ 이다.

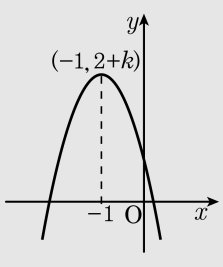
24. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나게 되는 k 의 값의 범위를 구하면?

① $k > 2$ ② $k < 2$ ③ $k > 4$

④ $k < -2$ ⑤ $k > -2$

해설

$y = -2x^2 - 4x + k = -2(x^2 + 2x) + k = -2(x+1)^2 + 2 + k$
다음 그림처럼 이 그래프가 x 축과 두 점에서 만나려면 꼭짓점의 y 좌표가 0 보다 커야 한다.



$2 + k > 0$
$\therefore\ k > -2$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만날 때 $D = b^2 - 4ac > 0$ 이 되어야 한다.
$y = -2x^2 - 4x + k$ 에서 $D = (-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot k > 0$,$8k > -16$ $\therefore$ $k > -2$

25. 이차함수 $y = x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위한 k 의 범위를 정하여라.

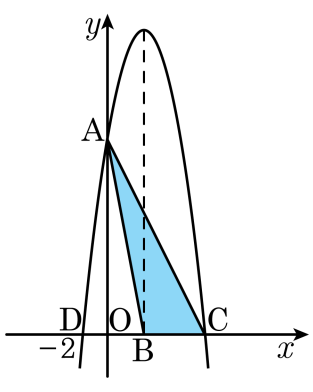
▶ 답:

▷ 정답: $k > 4$

해설

$D/4 = (-2)^2 - k < 0 \quad \therefore \ k > 4$

26. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + 6x + a$ 의 그래프이다. 점 C, A 는 각각 x 축, y 축과 만나는 점이고, 점 B 는 대칭축과 x 축이 만나는 점이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 40 일 때, a 값을 구하면?



① 6 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 18

해설

$y = -x^2 + 6x + a$

$= -(x^2 - 6x + 9 - 9) + a$

$= -(x-3)^2 + 9 + a$ 이므로 $B(3,0)$ 이다.

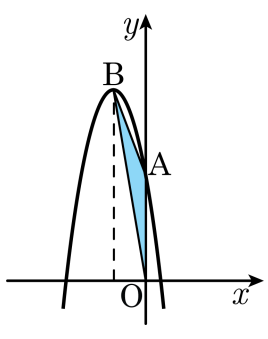
점 D 의 좌표가 $(-2,0)$ 이므로 점 C 의 좌표는 $(8,0)$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 밑변 $\overline{BC} = 5$, 높이 $\overline{AO} = a$ 이므로

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times a = 40$

$\therefore a = 16$

27. 이차함수 $y = -x^2 - 6x + 8$의 그래프가 다음 그림과 같다. 점 A는 y 축과의 교점이고 점 B는 꼭짓점이다. 이 때, $\triangle AOB$의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$y = -(x+3)^2 + 17$이므로 B$(-3,\ 17)$

A$(0,\ 8)$이므로 $\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$

28. 다음 중 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(4, -2)$ 이다.

② 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 6$ 의 그래프와 모양이 같다.

③ $x < 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

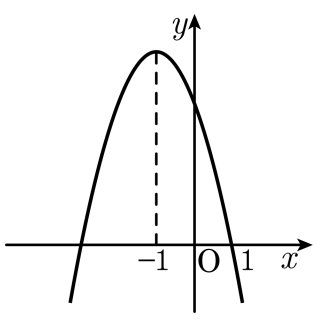
④ $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 것이다.

⑤ 제 3 사분면을 지나지 않는다.

해설

③ $y = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 2$, 아래로 볼록하기 때문에, 축의 왼쪽에서는 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

29. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $ab < 0$ ㉡ $ac < 0$

㉢ $a - b + c > 0$ ㉣ $a + b + c < 0$

㉤ $4a - 2b + c > 0$ ㉥ $\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉤

▷ 정답: ㉥

해설

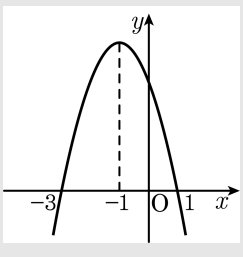
㉠ 축이 y 축 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$ 이다.

㉡ $a < 0$, $c > 0$ 이므로 $ac < 0$ 이다.

㉢ $f(-1) = a - b + c > 0$

㉣ $f(1) = a + b + c = 0$

㉤ $x = -1$ 을 대칭축으로 가지므로 또 다른 x 절편은 -3 이다.



$\therefore\ f(-2) = 4a - 2b + c > 0$

㉥ $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$

30. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{2}x^2$ ㉡ $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

㉢ $y = 2x^2 - x$ ㉣ $-3(x+2)^2$

㉤ $y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$

① $1 < |a| < \frac{1}{2}$ ② $1 < |a| < \frac{3}{2}$ ③ $1 < |a| < \frac{5}{2}$

④ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.
a 의 절댓값을 각각 구하면
㉠ $\frac{3}{2}$ ㉡$\frac{1}{2}$ ㉢2 ㉣3 ㉤1 이므로 폭이 넓은 순서는 ㉡, ㉤, ㉠, ㉢, ㉣ 이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로
④ $1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

31. 이차함수 $y = 3x^2 + 2x + a$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 + 2)$ 를 지나고 x 축과 두 점에서 만나도록 a 의 값을 정하여라.

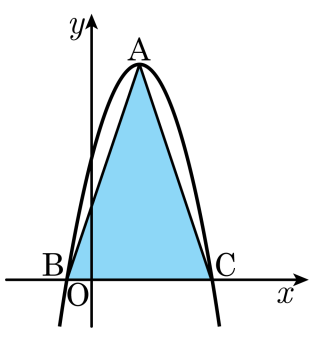
▶ 답:

▷ 정답: $a = -2$

해설

$a^2 + 2 = 3a^2 + 2a + a$, $2a^2 + 3a - 2 = 0$,
$(2a - 1)(a + 2) = 0$
$\therefore a = \frac{1}{2}, \ -2$
x 축과 두 점에서 만나므로
$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot a > 0$, $a < \frac{1}{3}$
$\therefore \ a = -2$

32. 다음 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 5$ 의 그래프에서 점 A 는 꼭짓점, 두 점 B 와 C 는 x 축과의 교점일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

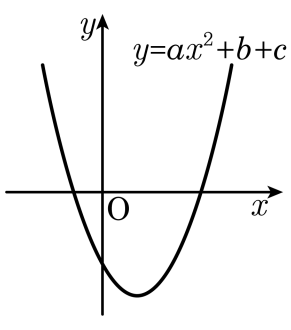


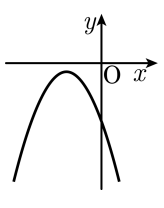
① 15 ② 21 ③ 27 ④ 33 ⑤ 39

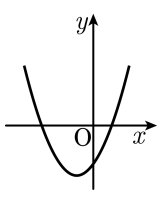
해설

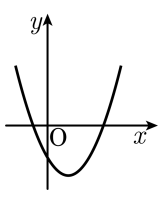
$y = -x^2 + 4x + 5 = -(x-2)^2 + 9$ 에서 꼭짓점의 좌표는 A $(2, 9)$
$y = 0$ 일 때, $0 = -x^2 + 4x + 5$, $x^2 - 4x - 5 = 0$ $(x-5)(x+1) = 0$
$\therefore x = 5$ 또는 $x = -1$
따라서 두 점 B , C 의 좌표는 B $(-1, 0)$, C $(5, 0)$ 이므로 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$ 이다.

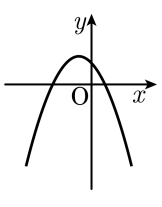
33. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프의 모양은 어느 것인가?

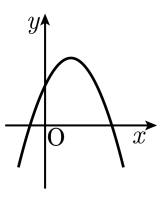


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편 $c < 0$

따라서 $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2c} < 0$, y 절편 $a > 0$ 인 포물선이다.